SHOUT
SHARE
IT

July 22

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1911.

PHYSIKALISCH-MATHEMATISCHE CLASSE.

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

JAHRGANG 1911.

PHYSIKALISCH-MATHEMATISCHE CLASSE.

MIT 21 TAFELN.

Smithsonian Institution
23118
JUL 1912
Office Library

BERLIN 1911.

VERLAG DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

IN COMMISSION BEI GEORG REIMER.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Inhalt.

Öffentliche Sitzungen . . . . . S. VII—VIII.
Verzeichnifs der im Jahre 1911 gelesenen Abhandlungen . . . . . S. VIII—XVI.
Bericht über den Erfolg der Preisausschreibungen für 1911 und neue Preisausschreibung . . . . . S. XVII—XVIII.
Verzeichnifs der im Jahre 1911 erfolgten besonderen Geldbewilligungen aus akademischen Mitteln zur Ausführung wissenschaftlicher Unternehmungen . . . . . S. XVIII—XXI.
Verzeichnifs der im Jahre 1911 erschienenen im Auftrage oder mit Unterstützung der Akademie bearbeiteten oder herausgegebenen Werke . . . . . S. XXI—XXIV.
Veränderungen im Personalstande der Akademie im Laufe des Jahres 1911 . . . . . S. XXIV—XXVI.
Verzeichnifs der Mitglieder der Akademie am Schlusse des Jahres 1911 nebst den Verzeichnissen der Inhaber der Helmholtz- und der Leibniz-Medaille und der Beamten der Akademie . . . . . S. XXVII—XXXIV.

FISCHER: Gedächtnifsrede auf Jacobus Henricus van't Hoff . . . . Ged. Red. I. S. 1—16.

Abhandlungen.

ENGLER und K. KRAUSE: Über den anatomischen Bau der baumartigen Cyperacee Schoenodendron Bücheri Engl. aus Kamerun. (Mit 2 Tafeln) . . . . . Abh. I. S. 1—14.

Anhang.

Abhandlungen nicht zur Akademie gehöriger Gelehrter.

J. PETERS: Einundzwanzigstellige Werthe der Functionen Sinus und Cosinus . . . . . Abh. I. S. 1—54.
M. NEIDING: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugethieren. (Mit 7 Tafeln) . . . . . Abh. II. S. 1—67.
R. ISENSCHMID: Zur Kenntnifs der Grofshirnrinde der Maus. (Mit 5 Tafeln) . . . . . Abh. III. S. 1—46.

P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von Siren lacertina. (Mit 6 Tafeln) . . . . . Abh. IV. S. 1–23.

K. Agadschanianz: Über die Kerne des menschlichen Kleinhirns. (Mit 1 Tafel) . . . . . Abh. V. S. 1–15.

L. Lichtenstein: Beweis des Satzes, dafs jedes hinreichend kleine, im wesentlichen stetig gekrümmte, singularitätenfreie Flächenstück auf einen Theil einer Ebene zusammenhängend und in den kleinsten Theilen ähnlich abgebildet werden kann . . . . . Abh. VI. S. 1–49.

Jahr 1911.

Öffentliche Sitzungen.

Sitzung am 26. Januar zur Feier des Geburtsfestes Seiner Majestät des Kaisers und Königs und des Jahrestages König Friedrich's II.

Der an diesem Tage vorsitzende Secretar Hr. Vahlen eröffnete die Sitzung mit einer kurzen auf die Doppelfeier des Tages bezüglichen Ansprache. Darauf hielt Hr. Nernst den wissenschaftlichen Festvortrag: Über neuere Probleme der Wärmetheorie. Weiter wurde verkündet, dafs die Akademie ihrem ordentlichen Mitglied Hrn. Jakob Heinrich van't Hoff die Helmholtz-Medaille verliehen habe. Nach der Mittheilung, dafs im laufenden Jahre die Dr. Carl Güttler-Stiftung in Wirksamkeit trete, wurden im Auszuge die Jahresberichte über die wissenschaftlichen Unternehmungen der Akademie und über die ihr angegliederten Stiftungen und Institute erstattet, welche im Sitzungsbericht im Wortlaut abgedruckt sind. Zum Schlufs folgte der Bericht über die seit dem letzten Friedrichs-Tage (27. Januar 1910) in dem Personalstande der Akademie eingetretenen Veränderungen.

Sitzung am 29. Juni zur Feier des Leibnizischen Jahrestages.

Hr. Waldeyer, als vorsitzender Secretar, eröffnete die Sitzung mit einer kurzen Ansprache.

Darauf hielten die seit dem letzten Leibniz-Tage (30. Juni 1910) neu eingetretenen Mitglieder der philosophisch-historischen Classe

HH. Morf und Wölfflin ihre Antrittsreden, die von dem beständigen Secretar Hrn. Diels beantwortet wurden. Es folgten Gedächtnifsreden auf Richard Lepsius von Hrn. Erman, auf Adolf Tobler von Hrn. Morf, auf Heinrich Zimmer von Hrn. Wilhelm Schulze und auf Jakob Heinrich van't Hoff von Hrn. Fischer.

Alsdann wurde verkündigt, dafs die Akademie eine Anzahl von Leibniz-Medaillen verliehen habe, und zwar in Gold dem Geheimen Hofrath Professor Dr. Hans Meyer in Leipzig, in Silber dem Custos am Geologisch-Palaeontologischen Institut und Museum der Universität Berlin Dr. Werner Janensch, dem Kaufmann Hans Osten, z. Zt. in Montevideo, und dem Oberbibliothekar an der Universitäts-Bibliothek in Marburg Prof. Dr. Georg Wenker.

Schliefslich erfolgten Mittheilungen betreffend das Preisausschreiben aus dem Cothenius'schen Legat für 1911, welches unverändert für 1914 erneuert wurde, den Preis der Graf Loubat-Stiftung und das Stipendium der Eduard Gerhard-Stiftung.

Verzeichnifs der im Jahre 1911 gelesenen Abhandlungen.

Physik und Chemie.

Nernst, Untersuchungen über die specifische Wärme bei tiefen Temperaturen. III. (G. S. 23. Febr.; *S. B.* 9. März.)

Lindemann, F. A., Untersuchungen über die specifische Wärme bei tiefen Temperaturen. IV. Vorgelegt von Nernst. (G. S. 23. Febr.; *S. B.* 9. März.)

Rubens und Prof. O. von Baeyer, über eine äufserst langwellige Strahlung des Quecksilberdampfs. (Cl. 16. März; *S. B.*)

Nernst und F. A. Lindemann, Untersuchungen über die specifische Wärme bei tiefen Temperaturen. V. (G. S. 6. April; *S. B.* 27. April.)

Kurlbaum, Prof. F., Messung der Sonnentemperatur. Vorgelegt von Rubens. (G. S. 11. Mai; *S. B.*)

Fischer und Dr. H. Scheibler, zur Kenntnifs der Walden'schen Umkehrung. VI. (Cl. 18. Mai; *S. B.*)

Rubens und Prof. O. von Baeyer, über die Energievertheilung der von der Quarzquecksilberlampe ausgesandten langwelligen Strahlung. (Cl. 15. Juni; *S. B.*)

Planck, zur Hypothese der Quantenemission. (G. S. 13. Juli; *S. B.*)

Warburg, über den Energieumsatz bei photochemischen Vorgängen in Gasen. (Cl. 20. Juli; *S. B.*)

Wien, Bestimmung der mittleren freien Weglänge der Kanalstrahlen. (G. S. 27. Juli; *S. B.*)

Mineralogie, Geologie und Palaeontologie.

Meyer, Prof. R. J., über einen scandiumreichen Orthit aus Finnland und den Vorgang seiner Verwitterung. Vorgelegt von Liebisch. (G. S. 23. März; *S. B.*)

Liebisch, über den Schichtenbau und die elektrischen Eigenschaften des Zinnerzes. (Cl. 30. März; *S. B.*)

Schwietring, Dr. F., über den Polarisationswinkel der durchsichtigen inactiven Krystalle. Vorgelegt von Liebisch. (Cl. 30. März; *S. B.*)

Tornquist, Prof. A., die Tektonik des tieferen Untergrundes Norddeutschlands. Vorgelegt von Branca. (Cl. 6. Juli; *S. B.* 27. Juli.)

Frech, Prof. F., und Dr. C. Renz, Kreide und Trias im Kiona- und Oetagebiet (Mittelgriechenland). Vorgelegt von Branca. (Cl. 2. Nov.; *S. B.* 7. Dec.)

Branca, über die bisherigen Ergebnisse der Tendaguru-Expedition in Deutsch-Ostafrica. (G. S. 23. Nov.)

Botanik und Zoologie.

Engler und Dr. K. Krause, über den anatomischen Bau der baumartigen Cyperacee Schoenodendron Bücheri Engl. aus Kamerun. (Cl. 4. Mai; *Abh.*)

Anatomie und Physiologie, Pathologie.

Morgenroth, Prof. J., und Dr. L. Halberstaedter, über die Beeinflussung der experimentellen Trypanosomeninfection durch Chinin und Chininderivate. Vorgelegt von Orth. (Cl. 12. Jan.; *S. B.*)

Neiding, Dr. M., über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugethieren. Vorgelegt von Waldeyer. (G. S. 23. Febr.; *Abh.*)

Rubner, Verluste und Wiedererneuerung im Lebensprocefs. (Cl. 2. März; *S. B.* 20. April.)

Orth, über Atrophie der Harnkanälchen. (Cl. 16. März; *S. B.*)

Isenschmid, Dr. R., zur Kenntnifs der Grofshirnrinde der Maus. Vorgelegt von Waldeyer. (Cl. 16. März; *Abh.*)

Röthig, Dr. P., Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von Siren lacertina. Vorgelegt von Waldeyer. (G. S. 23. März; *Abh.*)

Munk, Weiteres zur Anatomie und Physiologie der Grofshirnrinde. (Cl. 20. April.)

Waldeyer, Gehirn und Skelet einer 16 jährigen Mikrocephalin. (G. S. 27. April.)

Agadschanianz, Dr. K., über die Kerne des menschlichen Kleinhirns. Vorgelegt von Waldeyer. (Cl. 18. Mai; *Abh.*)

O. Hertwig, Mesothoriumversuche an thierischen Keimzellen, ein experimenteller Beweis für die Idioplasmanatur der Kernsubstanzen. Dritte Mittheilung. (Cl. 6. Juli; *S. B.* 19. Oct.)

Astronomie, Geographie und Geophysik.

Helmert, über die Genauigkeit der Dimensionen des Hayford'schen Erdellipsoids. (Cl. 12. Jan.; *S. B.*)

Struve, über die Vortheile der Anwendung eines Reversionsprismas bei Doppelsternmessungen. (G. S. 19. Jan.; *S. B.*)

Penck, über einige verwickelte Hebungserscheinungen. (G. S. 1. Juni.)

Helmert, die Erfahrungsgrundlagen der Lehre vom allgemeinen Gleichgewichtszustande der Massen in der Erdkruste. (Cl. 2. Nov.)

Struve, über die Lage der Marsachse und die Constanten im Marssystem. (Cl. 30. Nov.; *S. B.*)

Mathematik.

Frobenius, über den Rang einer Matrix. (Cl. 12. Jan.; *S. B.*)

Peters, Prof. J., Tafel einundzwanzigstelliger Werthe der Functionen Sinus und Cosinus. Vorgelegt von Auwers. (G. S. 19. Jan.; *Abh.*)

Frobenius, über den Rang einer Matrix. II. (Cl. 2. Febr.; *S. B.*)

Bieberbach, Dr. L., über einen Satz des Hrn. C. Jordan in der Theorie der endlichen Gruppen linearer Substitutionen. Vorgelegt von Frobenius. (Cl. 16. Febr.; *S. B.* 23. Febr.)

Frobenius, über den von L. Bieberbach gefundenen Beweis eines Satzes von C. Jordan. (G. S. 23. Febr.; *S. B.*)

Frobenius, über unitäre Matrizen. (G. S. 23. März; *S. B.*)

Carathéodory, Prof. C., und Prof. E. Landau, Beiträge zur Convergenz von Functionenfolgen. Vorgelegt von Schottky. (Cl. 20. April; *S. B.* 18. Mai.)

Schur, Prof. I., über Gruppen periodischer linearer Substitutionen. Vorgelegt von Frobenius. (G. S. 1. Juni; *S. B.*)

Schwarz, Bestimmung aller reellen und nicht reellen Minimalflächen, welche eine (oder mehr als eine) Schaar von Curven zweiten Grades enthalten. (Cl. 15. Juni.)

Frobenius, über die unzerlegbaren discreten Bewegungsgruppen. (Cl. 15. Juni; *S. B.*)

Lichtenstein, Dr. L., Beweis des Satzes, dafs jedes hinreichend kleine, im wesentlichen stetig gekrümmte, singularitätenfreie Flächenstück auf einen Theil einer Ebene zusammenhängend und in den kleinsten Theilen ähnlich abgebildet werden kann. Vorgelegt von Schwarz. (Cl. 15. Juni; *Abh.*)

Frobenius, gruppentheoretische Ableitung der 32 Krystallclassen. (G. S. 22. Juni; *S. B.*)

Schottky, über das Euler'sche Drehungsproblem. (G. S. 26. Oct.; *S. B.*)

Schottky, über die vier Jacobi'schen Theta. (G. S. 26. Oct.; *S. B.*)

Mechanik und Technik.

Zimmermann, über die Bedeutung von Untersuchungen über die Knickfestigkeit elastischer Stäbe für die Praxis. (Cl. 2. Febr.)

Martens, über die technische Prüfung des Kautschuks und der Ballonstoffe im Königlichen Materialprüfungsamt zu Grofs-Lichterfelde. (Cl. 16. Febr.; *S. B.* 16. März.)

Müller-Breslau, über excentrisch gedrückte Rahmenstäbe. (Cl. 16. Nov.)

Kötter, Prof. E., über den Grenzfall, in welchem ein ebenes Fachwerk von n Knotenpunkten und $2n-3$ Stäben oder ein räumliches Fachwerk von n Knotenpunkten und $3n-6$ Stäben nicht mehr statisch bestimmt ist. Vorgelegt von Müller-Breslau. (G. S. 23. Nov.; *Abh.* 1912.)

Zimmermann, über den Luftwiderstand sich drehender Körper. (Cl. 14. Dec.)

Martens, über die Messung grofser Kräfte im Materialprüfungswesen. (G. S. 21. Dec.; *S. B.*)

Philosophie.

Stumpf, über die Bedeutung des Ähnlichkeitsverhältnisses bei der mechanischen Reproduction der Vorstellungen. (Cl. 2. März.)

Geschichte des Alterthums.

Meister, Prof. R., kyprische Syllabarinschriften in nichtgriechischer Sprache. Vorgelegt von E. Meyer. (G. S. 19. Jan.; *S. B.* 9. Febr.)

Dressel, über die Medaillonprägung in der römischen Kaiserzeit und über die Entwicklung und Bedeutung der Medaillonsammlung des Berliner Münzcabinets. (G. S. 11. Mai.)

Meister, Prof. R., Inschriften aus Rantidi in Kypros. Vorgelegt von v. Wilamowitz-Moellendorff. (G. S. 11. Mai; *S. B.* 1. Juni.)

Frhr. Hiller von Gaertringen, Prof. F., und Dr. H. Lattermann, arkadische Forschungen. Vorgelegt von v. Wilamowitz-Moellendorff. (G. S. 22. Juni; *Abh.*)

E. Meyer, über einige Probleme der ältesten Geschichte des Aegaeischen Meeres. (Cl. 6. Juli.)

von Wilamowitz-Moellendorff und Dr. F. Zucker, zwei Edicte des Germanicus auf einem Papyrus des Berliner Museums. (G. S. 13. Juli; *S. B.* 27. Juli.)

Mittlere und neuere Geschichte.

Mordtmann, Dr. J., über das türkische Fürstengeschlecht der Karasi in Mysien. Vorgelegt von Sachau. (Cl. 12. Jan.; *S. B.*)

Dilthey, über die Entstehung der historischen Weltanschauung Niebuhr's in seiner Jugendzeit. (Cl. 16. Febr.)

Koser, über die politische Haltung des Grafen Adam Schwarzenberg im ersten Regierungsjahrzehnt des Kurfürsten Georg Wilhelm von Brandenburg. (Cl. 30. März.)

Lenz, über die Anfänge des Ministeriums Eichhorn und die Berliner Universität. (G. S. 6. April.)

Schäfer, über die materiellen Kräfte des schwedischen Staatswesens zur Zeit von Gustav Adolf's Regierungsantritt. (G. S. 22. Juni.)

Koser, Friedrich der Grofse im Urtheil der Reformzeit (1807—1813). (Cl. 14. Dec.)

Kirchengeschichte.

Harnack, das hohe Lied des Apostels Paulus von der Liebe (I. Kor. 13) und seine religionsgeschichtliche Bedeutung. (G. S. 9. Febr.; *S. B.*)

von Wilamowitz-Moellendorff, ein Stück aus dem Ancoratus des Epiphanios. (G. S. 27. Juli; *S. B.*)

Staatswissenschaft.

von Schmoller, die Bevölkerungsbewegung der deutschen Städte von ihrem Ursprung bis ins 19. Jahrhundert. (Cl. 2. Febr.)

Allgemeine, deutsche und andere neuere Philologie.

Schmidt, dramatische Entwürfe Ludwig Uhland's. (G. S. 9. März.)

Burdach, die älteste Gestalt des West-östlichen Divans. Zweite Untersuchung. (Cl. 18. Mai.)

Roethe, über die mhd. »Farbendeutung«. (Cl. 15. Juni.)

W. Schulze, über den Zusammenhang der indogermanischen Praesensbildung mit der nominalen Stammbildung. (Cl. 20. Juli.)

Brandl, über die älteste Shakespearebiographie, von Rowe 1709. (G. S. 27. Juli.)

Heusler, zum isländischen Fehdewesen in den Geschichten des 12. und 13. Jahrhunderts. (Cl. 2. Nov.)

Morf, zur sprachlichen Gliederung Frankreichs. (Cl. 30. Nov.; *Abh.*)

Classische Philologie.

Thulin, Dr. C., die Handschriften des Corpus agrimensorum Romanorum. Vorgelegt von Diels. (Cl. 16. März; *Abh.*)

von Wilamowitz-Moellendorff, über die Wespen des Aristophanes. I. (Cl. 20. April; *S. B.*)

von Wilamowitz-Moellendorff, über die Wespen des Aristophanes. II. (Cl. 4. Mai; *S. B.*)

Wellmann, Prof. M., über eine spätorphische Schrift medicinischen Inhalts. Vorgelegt von Diels. (Cl. 19. Oct.; *S. B.*)

Heeg, Dr. J., über ein angebliches Dioklescitat. Vorgelegt von Diels. (G. S. 23. Nov.; *S. B.*)

Archaeologie, Kunstwissenschaft.

Wiegand, Dr. Th., siebenter vorläufiger Bericht über die von den Königlichen Museen in Milet und Didyma unternommenen Ausgrabungen. Vorgelegt von Conze. (Cl. 2. Febr.; *Abh.*)

Wiegand, Dr. Th., erster vorläufiger Bericht über die von den Königlichen Museen unternommenen Ausgrabungen in Samos. Vorgelegt von Conze. (G. S. 13. Juli; *Abh.*)

Wölfflin, über das Problem des Stils in der bildenden Kunst. (G. S. 7. Dec.)

Orientalische Philologie.

Sachau, über den Papyrus 6 der Elephantine-Sammlung. (Cl. 12. Jan.)

Erman, Denksteine aus der thebanischen Gräberstadt. (Cl. 16. März; *S. B.* 30. Nov.)

Lüders, das Śāriputraprakaraṇa, ein Drama des Aśvaghoṣa. (Cl. 16. März; *S. B.* 30. März.)

Kluge, Dr. Th., Bericht über photographische Aufnahmen altgeorgischer Handschriften. Vorgelegt von W. Schulze. (Cl. 16. März; *S. B.*)

Jacobi, zur Frühgeschichte der indischen Philosophie. (G. S. 22. Juni; *S. B.* 13. Juli.)

Müller, soghdische Studien. (Cl. 19. Oct.)

von Le Coq, Dr. A., türkische Manichaica aus Chotscho. I. Vorgelegt von Müller. (Cl. 19. Oct.; *Abh.*)

E. Meyer, zu den aramäischen Papyri von Elephantine. (G. S. 26. Oct.; *S. B.* 23. Nov.)

Jacobi, Cultur-, Sprach- und Litterarhistorisches aus dem Kauṭilīya. (Cl. 2. Nov.; *S. B.* 9. Nov.)

Lüders, Dichtung und Cult im alten Indien. (Cl. 16. Nov.)

Littmann, Prof. E., die Inschriften des Königs Kalumu. Vorgelegt von E. Meyer. (Cl. 16. Nov.; *S. B.*)

van Berchem, Dr. M., die muslimischen Inschriften von Pergamon. Vorgelegt von Sachau. (G. S. 23. Nov.; *Abh.*)

Brockelmann, Prof. C., zu den Inschriften des Königs Kalumu. Vorgelegt von Sachau. (G. S. 21. Dec.; *S. B.*)

Americanistik.

Seler, die Stuckfaçade von Acanceh in Yucatan. (G. S. 9. Nov.; *S. B.* 23. Nov.)

Bericht über den Erfolg der Preisausschreibungen für 1911 und neue Preisausschreibung.

Preisausschreiben aus dem Cothenius'schen Legat.

Die Akademie hat in der Leibniz-Sitzung des Jahres 1908 folgende Preisaufgabe aus dem Cothenius'schen Legat ausgeschrieben:

»Der Entwickelungsgang einer oder einiger Ustilagineen soll möglichst lückenlos verfolgt und dargestellt werden, wobei besonders auf die Überwinterung der Sporen und Mycelien Rücksicht zu nehmen ist. Wenn irgend möglich, sind der Abhandlung Praeparate, welche die Frage entscheiden, beizulegen.«

Bewerbungsschriften, welche bis zum 31. December 1910 erwartet wurden, sind nicht eingelaufen; die Akademie hat daraufhin beschlossen, die Aufgabe unverändert zu erneuern.

Der ausgesetzte Preis beträgt zweitausend Mark.

Die Bewerbungsschriften können in deutscher, lateinischer, französischer, englischer oder italienischer Sprache abgefafst sein. Schriften, die in störender Weise unleserlich geschrieben sind, können durch Beschlufs der zuständigen Classe von der Bewerbung ausgeschlossen werden.

Jede Bewerbungsschrift ist mit einem Spruchwort zu bezeichnen, und dieses auf einem beizufügenden versiegelten, innerlich den Namen und die Adresse des Verfassers angebenden Zettel äufserlich zu wiederholen. Schriften, welche den Namen des Verfassers nennen oder deutlich ergeben, werden von der Bewerbung ausgeschlossen. Zurückziehung einer eingelieferten Preisschrift ist nicht gestattet.

Die Bewerbungsschriften sind bis zum 31. December 1913 im Bureau der Akademie, Berlin W 35, Potsdamer Strafse 120, einzuliefern. Die Verkündigung des Urtheils erfolgt in der Leibniz-Sitzung des Jahres 1914.

Sämmtliche bei der Akademie zum Behuf der Preisbewerbung eingegangene Arbeiten nebst den dazu gehörigen Zetteln werden ein Jahr lang von dem Tage der Urtheilsverkündigung ab von der Akademie für die Verfasser aufbewahrt. Nach Ablauf der bezeichneten Frist steht es der Akademie frei, die nicht abgeforderten Schriften und Zettel zu vernichten.

Preis der Graf Loubat-Stiftung.

Die Akademie hat auf Vorschlag ihrer Commission für die Graf Loubat-Stiftung beschlossen, den für dieses Jahr ausgeschriebenen Preis derselben von 3000 Mark Hrn. Albert Bernhard Faust, Assistant Professor an der Cornell University zu Ithaca, N. Y. für sein zweibändiges Werk »The German Element in the United States«, Boston und New York 1909, zuzuerkennen.

Verzeichnifs der im Jahre 1911 erfolgten besonderen Geldbewilligungen aus akademischen Mitteln zur Ausführung wissenschaftlicher Unternehmungen.

Es wurden im Laufe des Jahres 1911 bewilligt:

2300 Mark dem Mitglied der Akademie Hrn. Engler zur Fortführung der Herausgabe des »Pflanzenreich«.

7650 » dem Mitglied der Akademie Hrn. F. E. Schulze zur Fortführung des Unternehmens »Das Tierreich«.

7000 Mark Demselben als Zuschufs zu den Kosten des Drucks eines »Nomenclator animalium generum et subgenerum«.

6000 » dem Mitglied der Akademie Hrn. Koser zur Fortführung der Herausgabe der Politischen Correspondenz Friedrich's des Grofsen.

5000 » dem Mitglied der Akademie Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff zur Fortführung der Sammlung der griechischen Inschriften.

4000 » der Deutschen Commission der Akademie zur Fortführung ihrer Unternehmungen.

1000 » zur Förderung des Unternehmens des Thesaurus linguae Latinae über den etatsmäfsigen Beitrag von 5000 Mark hinaus.

1500 » zur Bearbeitung der hieroglyphischen Inschriften der griechisch-römischen Epoche für das Wörterbuch der aegyptischen Sprache.

500 » zu der von den cartellirten deutschen Akademien unternommenen Herausgabe der mittelalterlichen Bibliothekskataloge.

1760 » dem Mitglied der Akademie Hrn. Rubens zur Fortführung seiner Untersuchungen auf dem Gebiete der langwelligen Strahlung.

500 » dem Mitglied der Akademie Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff zur Anfertigung von Photographien Plutarchischer Handschriften.

7500 » zur Herausgabe des von dem verstorbenen Mitglied der Akademie Adolf Tobler hinterlassenen altfranzösischen Wörterbuchs.

5000 » dem correspondirenden Mitglied der Akademie Hrn. Voigt in Göttingen zur Beschaffung von Apparaten

behufs Untersuchung der Gesetze der complicirten Typen des Zeeman-Effectes.

1500 Frcs. der Biologischen Station in Roscoff gegen Einräumung eines von der Akademie zu vergebenden Arbeitsplatzes für die Dauer eines Jahres.

1000 Mark dem von dem zweiten Deutschen Kalitage eingesetzten Comité zur wissenschaftlichen Erforschung der norddeutschen Kalisalzlager.

1000 » als Beihülfe zu den Kosten der Herausgabe einer Sammlung aller in der Literatur vorkommenden physikalisch-chemischen Constanten.

500 » Hrn. Prof. Dr. Richard Börnstein in Berlin zur Bearbeitung der 4. Auflage des Werkes Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen.

800 » Hrn. Prof. Dr. Erich von Drygalski in München zu Arbeiten für die Vollendung des Chinawerkes von Ferdinand von Richthofen.

600 » Hrn. Prof. Dr. Julius Franz in Breslau zur Fortsetzung seiner Arbeit an der Bestimmung der Coordinaten lunarer Objecte.

300 » Hrn. Dr. Victor Franz in Frankfurt a. M. zu Untersuchungen über Fischwanderungen.

750 » Hrn. Prof. Dr. Friedrich Frhrn. von Huene in Tübingen zu einer Reise nach Nordamerica behufs Studien über fossile Reptilien.

800 » Hrn. Prof. Dr. Johann Koenigsberger in Freiburg i. Br. zur Fortsetzung seiner Untersuchungen über Emission und Absorption des Lichts.

400 » Hrn. Dr. Paul Victor Neugebauer in Berlin zur Berechnung von Sterntafeln zur astronomischen Chronologie.

700 Mark Hrn. Prof. Dr. Heinrich Poll in Berlin zur Fortsetzung seiner Studien über Kreuzung und Vererbung.

500 » Hrn. Prof. Dr. Otto Ruff in Danzig zu Untersuchungen über das Osmium.

900 » Hrn. Prof. Dr. Gustav Tornier in Berlin zu Untersuchungen über den Bau der palaeontologischen Dinosaurier.

700 » Hrn. Dr. Hermann Beckh in Berlin zur Drucklegung seiner kritischen Ausgabe der buddhistischen Spruchsammlung Udānavarga.

1800 » Hrn. Pfarrer a. D. Dr. Heinrich Hagenmeyer in Bödigheim (Baden) als Beitrag zu den Kosten der Drucklegung einer Ausgabe der Historia Hierosolymitana Fulcher's von Chartres.

1500 » Hrn. Dr. Richard Hamann in Steglitz zu Forschungen über den Backsteinbau der Mark Brandenburg.

1200 » Hrn. Privatdocenten Dr. Hugo Prinz in Breslau zur Drucklegung seiner Arbeit »Astralsymbole im alten Orient«.

300 » Hrn. Prof. Dr. Heinrich Schäfer in Berlin zur Fortsetzung seiner nubischen Studien.

750 » Hrn. Prof. Dr. Georg Thiele in Marburg zur Bearbeitung von Ausgaben des Martialis und des Phaedrus.

Verzeichnifs der im Jahre 1911 erschienenen im Auftrage oder mit Unterstützung der Akademie bearbeiteten oder herausgegebenen Werke.

Das Pflanzenreich. Regni vegetabilis conspectus. Im Auftrage der Königl. preufs. Akademie der Wissenschaften hrsg. von A. Engler. Heft 47—51. Leipzig 1911.

Das Tierreich. Eine Zusammenstellung und Kennzeichnung der rezenten Tierformen. Begründet von der Deutschen Zoologischen Gesellschaft. Im Auftrage der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften zu Berlin hrsg. von Franz Eilhard Schulze. Lief. 26—29. Berlin 1911.

Acta Borussica. Denkmäler der Preußischen Staatsverwaltung im 18. Jahrhundert. Hrsg. von der Königlichen Akademie der Wissenschaften. Die einzelnen Gebiete der Verwaltung: Handels-, Zoll- und Akzisepolitik. Bd. 1. — Münzwesen. Beschreibender Teil. Heft 3. Berlin 1911.

Kant's gesammelte Schriften. Hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 3 (Neudruck). Bd. 4 (Neudruck). Bd. 14. Berlin 1911.

Deutsche Texte des Mittelalters hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 19. Die poetische Bearbeitung des Buches Daniel. Berlin 1911.

Wielands Gesammelte Schriften. Hrsg. von der Deutschen Kommission der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Abt. 1, Bd. 7. Abt. 2, Bd. 3. Berlin 1911.

Thesaurus linguae Latinae editus auctoritate et consilio Academiarum quinque Germanicarum Berolinensis Gottingensis Lipsiensis Monacensis Vindobonensis. Vol. 3, Fasc. 8. Vol. 5, Fasc. 3. Lipsiae 1911.

Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldt-Stiftung. Bd. 2. Fc: Schiemenz, Paulus. Die Heteropoden. He: von Ritter-Záhony, Rudolf. Die Chätognathen. Bd. 3. Lc: Rhumbler, Ludwig. Die Foraminiferen (Thalamophoren). Tl. 1. Lh: Die Tripyleen Radiolarien. 11. Borgert, A. Challengeridae. Bd. 5. O: Hensen, V. Das Leben im Ozean nach Zählungen seiner Bewohner. Kiel und Leipzig 1911.

M. Tulli Ciceronis Paradoxa Stoicorum, Academicorum reliquiae cum Lucullo, Timaeus, de natura deorum, de divinatione, de fato ed. Otto Plasberg. Fasc. 2. Lipsiae 1911.

Die griechischen christlichen Schriftsteller der ersten drei Jahrhunderte. Hrsg. von der Kirchenväter-Commission der Königl. Preufsischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 19: Theodoret, Kirchengeschichte. Bd. 20: Eusebius. Bd. 5. Leipzig 1911.

Philippson, Alfred. Reisen und Forschungen im westlichen Kleinasien. Heft 2. Gotha 1911. (Ergänzungsheft N. 172 zu »Petermanns Mitteilungen«.)

Selenka, M. Lenore, und Blanckenhorn, Max. Die Pithecanthropus-Schichten auf Java. Geologische und paläontologische Ergebnisse der Trinil-Expedition (1907 und 1908).

Adickes, Erich. Untersuchungen zu Kants physischer Geographie. Tübingen 1911.

Anding, E. Sechsstellige Tafeln der Bessel'schen Funktionen imaginären Argumentes. Leipzig 1911.

Ascherson, Paul, und Graebner, Paul. Synopsis der mitteleuropäischen Flora. Lief. 71—74. Leipzig 1911.

Bauschinger, J., und Peters, J. Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit acht Dezimalstellen. Bd. 2. Leipzig 1911.

Beckh, Hermann. Udānavarga. Eine Sammlung buddhistischer Sprüche in tibetischer Sprache. Berlin 1911.

Leonhardi Euleri opera omnia. Sub auspiciis Societatis Scientiarum naturalium Helveticae edenda cur. Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stäckel. Ser. I: Vol. 1. Ser. III: Vol. 3. Lipsiae et Berolini 1911.

Fischer, Albert. Das deutsche evangelische Kirchenlied des 17. Jahrhunderts. Vollendet und hrsg. von W. Tümpel. Bd. 5. Gütersloh 1911.

Glück, Hugo. Biologische und morphologische Untersuchungen über Wasser- und Sumpfgewächse. Tl. 3. Jena 1911.

Libanii opera rec. Richardus Foerster. Vol. 6. Lipsiae 1911. (Bibliotheca script. Graec. et Roman. Teubneriana.)

Schulthefs, Friedrich. Kalila und Dimna, syrisch und deutsch. I. II. Berlin 1911.

Unger, Rudolf. Hamann und die Aufklärung. Bd. 1. 2. Jena 1911.

Die Vegetation der Erde. Sammlung pflanzengeographischer Monographien hrsg. von A. Engler und O. Drude. XI. Adamović, Lujo. Die Vegetationsverhältnisse der Balkanländer. XII. Weberbauer, A. Die Pflanzenwelt der peruanischen Anden. XIII. Harshberger, John W. Phytogeographic Survey of North America. Leipzig 1909—11.

Veränderungen im Personalstande der Akademie im Laufe des Jahres 1911.

Es wurden gewählt:

zu ordentlichen Mitgliedern der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Gottlieb Haberlandt, bisher correspondirendes Mitglied, bestätigt durch K. Cabinetsordre vom 3. Juli 1911,

» Gustav Hellmann, bestätigt durch K. Cabinetsordre vom 2. December 1911;

zu ordentlichen Mitgliedern der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Heinrich Morf
» Heinrich Wölfflin } bestätigt durch K. Cabinetsordre vom 14. December 1910 [in der Liste für 1910 versehentlich fehlend],

» Kuno Meyer, bestätigt durch K. Cabinetsordre vom 3. Juli 1911,
» Benno Erdmann, bisher correspondirendes Mitglied, bestätigt durch K. Cabinetsordre vom 25. Juli 1911:

zum correspondirenden Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Camillo Golgi in Pavia am 21. December 1911;

zu correspondirenden Mitgliedern der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Jacob Wackernagel in Göttingen am 19. Januar 1911,
» Hermann Jacobi in Bonn am 9. Februar 1911,
» Franz Cumont in Brüssel
» James George Frazer in Cambridge, England
» Adolf Wilhelm in Wien
» Axel Olrik in Kopenhagen } am 27. April 1911,
» Paul Vinogradoff in Oxford am 22. Juni 1911.

Der beständige Secretar Hr. Vahlen legte dieses Amt mit dem 30. September 1911 nieder; zu seinem Nachfolger wählte die philosophisch-historische Classe Hrn. Roethe, dessen Wahl durch K. Cabinetsordre vom 29. August 1911 bestätigt wurde.

Gestorben sind:

das ordentliche Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Jakob Heinrich van't Hoff am 1. März 1911;

die ordentlichen Mitglieder der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Reinhard Kekule von Stradonitz am 22. März 1911,
» Wilhelm Dilthey am 1. October 1911,
» Johannes Vahlen am 30. November 1911;

das auswärtige Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe:

Sir Joseph Dalton Hooker in Sunningdale am 10. December 1911;

die correspondirenden Mitglieder der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Albert Ladenburg in Breslau am 15. August 1911,
» Michel Lévy in Paris am 25. September 1911;

die correspondirenden Mitglieder der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Wilhelm Wilmanns in Bonn am 29. Januar 1911,
» Émile Levasseur in Paris am 10. Juli 1911,
» Anton E. Schönbach in Graz am 25. August 1911,
» Gustav Gröber in Strafsburg am 5. November 1911.

Verzeichnifs der Mitglieder der Akademie am Schlusse des Jahres 1911

nebst den Verzeichnissen der Inhaber der Helmholtz- und der Leibniz-Medaille und der Beamten der Akademie.

I. Beständige Secretare.

	Gewählt von der	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Auwers*	phys.-math. Classe	1878 April 10.
- *Diels*	phil.-hist. -	1895 Nov. 27.
- *Waldeyer*	phys.-math. -	1896 Jan. 20.
- *Roethe*	phil.-hist. -	1911 Aug. 29.

II. Ordentliche Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Arthur Auwers*		1866 Aug. 18.
	Hr. *Alexander Conze*	1877 April 23.
- *Simon Schwendener*		1879 Juli 13.
- *Hermann Munk*		1880 März 10.
	- *Hermann Diels*	1881 Aug. 15.
- *Wilhelm Waldeyer*		1884 Febr. 18.
	- *Heinrich Brunner*	1884 April 9.
- *Franz Eilhard Schulze*		1884 Juni 21.
	- *Otto Hirschfeld*	1885 März 9.
	- *Eduard Sachau*	1887 Jan. 24.
	- *Gustav von Schmoller*	1887 Jan. 24.
- *Adolf Engler*		1890 Jan. 29.
	- *Adolf Harnack*	1890 Febr. 10.
- *Hermann Amandus Schwarz*		1892 Dec. 19.
- *Georg Frobenius*		1893 Jan. 14.
- *Emil Fischer*		1893 Febr. 6.
- *Oskar Hertwig*		1893 April 17.
- *Max Planck*		1894 Juni 11.
	- *Karl Stumpf*	1895 Febr. 18.
	- *Erich Schmidt*	1895 Febr. 18.
	- *Adolf Erman*	1895 Febr. 18.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Emil Warburg*		1895 Aug. 13.
	Hr. *Reinhold Koser*	1896 Juli 12.
	- *Max Lenz*	1896 Dec. 14.
	- *Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff*	1899 Aug. 2.
- *Wilhelm Branca*		1899 Dec. 18.
- *Robert Helmert*		1900 Jan. 31.
- *Heinrich Müller-Breslau*		1901 Jan. 14.
	- *Heinrich Dressel*	1902 Mai 9.
	- *Konrad Burdach*	1902 Mai 9.
- *Friedrich Schottky*		1903 Jan. 5.
	- *Gustav Roethe*	1903 Jan. 5.
	- *Dietrich Schäfer*	1903 Aug. 4.
	- *Eduard Meyer*	1903 Aug. 4.
	- *Wilhelm Schulze*	1903 Nov. 16.
	- *Alois Brandl*	1904 April 3.
- *Hermann Struve*		1904 Aug. 29.
- *Hermann Zimmermann*		1904 Aug. 29.
- *Adolf Martens*		1904 Aug. 29.
- *Walther Nernst*		1905 Nov. 24.
- *Max Rubner*		1906 Dec. 2.
- *Johannes Orth*		1906 Dec. 2.
- *Albrecht Penck*		1906 Dec. 2.
	- *Friedrich Müller*	1906 Dec. 24.
	- *Andreas Heusler*	1907 Aug. 8.
- *Heinrich Rubens*		1907 Aug. 8.
- *Theodor Liebisch*		1908 Aug. 3.
	- *Eduard Seler*	1908 Aug. 24.
	- *Heinrich Lüders*	1909 Aug. 5.
	- *Heinrich Morf*	1910 Dec. 14.
	- *Heinrich Wölfflin*	1910 Dec. 14.
- *Gottlieb Haberlandt*		1911 Juli 3.
	- *Kuno Meyer*	1911 Juli 3.
	- *Benno Erdmann*	1911 Juli 25.
- *Gustav Hellmann*		1911 Dec. 2.

III. Auswärtige Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
	Hr. *Theodor Nöldeke* in Straſsburg	1900 März 5.
	- *Friedrich Imhoof-Blumer* in Winterthur	1900 März 5.
	- *Pasquale Villari* in Florenz	1900 März 5.
Hr. *Wilhelm Hittorf* in Münster i. W.		1900 März 5.
- *Eduard Suess* in Wien		1900 März 5.
- *Adolf von Baeyer* in München		1905 Aug. 12.
	- *Vatroslav von Jagić* in Wien	1908 Sept. 25.
	- *Panagiotis Kabbadias* in Athen	1908 Sept. 25.
Lord *Rayleigh* in Witham, Essex		1910 April 6.

IV. Ehrenmitglieder.

	Datum der Königlichen Bestätigung
Earl *of Crawford and Balcarres* in Haigh Hall, Wigan	1883 Juli 30.
Hr. *Max Lehmann* in Göttingen	1887 Jan. 24.
Hugo Graf *von und zu Lerchenfeld* in Berlin	1900 März 5.
Hr. *Richard Schöne* in Grunewald bei Berlin	1900 März 5.
Frau *Elise Wentzel* geb. *Heckmann* in Berlin	1900 März 5.
Hr. *Konrad von Studt* in Hannover	1900 März 17.
- *Andrew Dickson White* in Ithaca, N. Y.	1900 Dec. 12.
Rochus Frhr. *von Liliencron* in Coblenz	1901 Jan. 14.
Bernhard Fürst *von Bülow* in Rom	1910 Jan. 31.

V. Correspondirende Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Classe.

		Datum der Wahl
Hr.	*Ernst Wilhelm Benecke* in Strafsburg	1900 Febr. 8.
-	*Lewis Boss* in Albany, N. Y.	1910 Oct. 27.
-	*Oskar Brefeld* in Charlottenburg	1899 Jan. 19.
-	*Heinrich Bruns* in Leipzig	1906 Jan. 11.
-	*Otto Bütschli* in Heidelberg	1897 März 11.
-	*Karl Chun* in Leipzig	1900 Jan. 18.
-	*Giacomo Ciamician* in Bologna	1909 Oct. 28.
-	*Gaston Darboux* in Paris	1897 Febr. 11.
Sir	*George Howard Darwin* in Cambridge	1908 Juni 25.
Hr.	*William Morris Davis* in Cambridge, Mass.	1910 Juli 28.
-	*Richard Dedekind* in Braunschweig	1880 März 11.
-	*Nils Christofer Duner* in Upsala	1900 Febr. 22.
-	*Ernst Ehlers* in Göttingen	1897 Jan. 21.
	Roland Baron *Eötvös* in Ofen-Pest	1910 Jan. 6.
Hr.	*Max Fürbringer* in Heidelberg	1900 Febr. 22.
Sir	*Archibald Geikie* in Haslemere, Surrey	1889 Febr. 21.
-	*David Gill* in London	1890 Juni 5.
Hr.	*Camillo Golgi* in Pavia	1911 Dec. 21.
-	*Paul Gordan* in Erlangen	1900 Febr. 22.
-	*Karl Graebe* in Frankfurt a. M.	1907 Juni 13.
-	*Ludwig von Graff* in Graz	1900 Febr. 8.
-	*Julius von Hann* in Wien	1889 Febr. 21.
-	*Victor Hensen* in Kiel	1898 Febr. 24.
-	*Richard von Hertwig* in München	1898 April 28.
Sir	*Victor Horsley* in London	1910 Juli 28.
Hr.	*Adolf von Koenen* in Göttingen	1904 Mai 5.
-	*Leo Koenigsberger* in Heidelberg	1893 Mai 4.
-	*Wilhelm Körner* in Mailand	1909 Jan. 7.
-	*Friedrich Küstner* in Bonn	1910 Oct. 27.
-	*Henri Le Chatelier* in Paris	1905 Dec. 14.
-	*Philipp Lenard* in Heidelberg	1909 Jan. 21.
-	*Gabriel Lippmann* in Paris	1900 Febr. 22.
-	*Hendrik Antoon Lorentz* in Leiden	1905 Mai 4.
-	*Hubert Ludwig* in Bonn	1898 Juli 14.
-	*Felix Marchand* in Leipzig	1910 Juli 28.
-	*Friedrich Merkel* in Göttingen	1910 Juli 28.

	Datum der Wahl
Hr. *Franz Mertens* in Wien	1900 Febr. 22.
- *Henrik Mohn* in Christiania	1900 Febr. 22.
- *Alfred Gabriel Nathorst* in Stockholm	1900 Febr. 8.
- *Karl Neumann* in Leipzig	1893 Mai 4.
- *Max Noether* in Erlangen	1896 Jan. 30.
- *Wilhelm Ostwald* in Grofs-Bothen, Kgr. Sachsen	1905 Jan. 12.
- *Wilhelm Pfeffer* in Leipzig	1889 Dec. 19.
- *Émile Picard* in Paris	1898 Febr. 24.
- *Edward Charles Pickering* in Cambridge, Mass.	1906 Jan. 11.
- *Henri Poincaré* in Paris	1896 Jan. 30.
- *Georg Quincke* in Heidelberg	1879 März 13.
- *Ludwig Radlkofer* in München	1900 Febr. 8.
Sir *William Ramsay* in London	1896 Oct. 29.
Hr. *Gustaf Retzius* in Stockholm	1893 Juni 1.
- *Theodore William Richards* in Cambridge, Mass.	1909 Oct. 28.
- *Wilhelm Konrad Röntgen* in München	1896 März 12.
- *Heinrich Rosenbusch* in Heidelberg	1887 Oct. 20.
- *Georg Ossian Sars* in Christiania	1898 Febr. 24.
- *Oswald Schmiedeberg* in Strafsburg	1910 Juli 28.
- *Gustav Schwalbe* in Strafsburg	1910 Juli 28.
- *Hugo von Seeliger* in München	1906 Jan. 11.
Hermann Graf *zu Solms-Laubach* in Strafsburg	1899 Juni 8.
Hr. *Johann Wilhelm Spengel* in Giefsen	1900 Jan. 18.
- *Eduard Strasburger* in Bonn	1889 Dec. 19.
- *Johannes Strüver* in Rom	1900 Febr. 8.
Sir *Joseph John Thomson* in Cambridge	1910 Juli 28.
Hr. *August Toepler* in Dresden	1879 März 13.
- *Gustav von Tschermak* in Wien	1881 März 3.
Sir *William Turner* in Edinburg	1898 März 10.
Hr. *Woldemar Voigt* in Göttingen	1900 März 8.
- *Johannes Diderik van der Waals* in Amsterdam	1900 Febr. 22.
- *Otto Wallach* in Göttingen	1907 Juni 13.
- *Eugenius Warming* in Kopenhagen	1899 Jan. 19.
- *Heinrich Weber* in Strafsburg	1896 Jan. 30.
- *August Weismann* in Freiburg i. Br.	1897 März 11.
- *Wilhelm Wien* in Würzburg	1910 Juli 14.
- *Julius von Wiesner* in Wien	1899 Juni 8.
- *Ferdinand Zirkel* in Bonn	1887 Oct. 20.

Philosophisch-historische Classe.	Datum der Wahl
Hr. *Karl von Amira* in München	1900 Jan. 18.
- *Ernst Immanuel Bekker* in Heidelberg	1897 Juli 29.
- *Friedrich von Bezold* in Bonn	1907 Febr. 14.
- *Eugen Bormann* in Wien	1902 Juli 24.
- *Émile Boutroux* in Paris	1908 Febr. 27.
- *James Henry Breasted* in Chicago	1907 Juni 13.
- *Ingram Bywater* in London	1887 Nov. 17.
- *René Cagnat* in Paris	1904 Nov. 3.
- *Arthur Chuquet* in Villemomble (Seine)	1907 Febr. 14.
- *Franz Cumont* in Brüssel	1911 April 27.
- *Samuel Rolles Driver* in Oxford	1910 Dec. 8.
- *Louis Duchesne* in Rom	1893 Juli 20.
- *Julius Euting* in Strafsburg	1907 Juni 13.
- *Paul Foucart* in Paris	1884 Juli 17.
- *James George Frazer* in Cambridge	1911 April 27.
- *Wilhelm Fröhner* in Paris	1910 Juni 23.
- *Percy Gardner* in Oxford	1908 Oct. 29.
- *Ignaz Goldziher* in Ofen-Pest	1910 Dec. 8.
- *Theodor Gomperz* in Wien	1893 Oct. 19.
- *Francis Llewellyn Griffith* in Oxford	1900 Jan. 18.
- *Ignazio Guidi* in Rom	1904 Dec. 15.
- *Georgios N. Hatzidakis* in Athen	1900 Jan. 18.
- *Albert Hauck* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Bernard Haussoullier* in Paris	1907 Mai 2.
- *Barclay Vincent Head* in London	1908 Oct. 29.
- *Johan Ludvig Heiberg* in Kopenhagen	1896 März 12.
- *Karl Theodor von Heigel* in München	1904 Nov. 3.
- *Antoine Héron de Villefosse* in Paris	1893 Febr. 2.
- *Léon Heuzey* in Paris	1900 Jan. 18.
- *Harald Hjärne* in Upsala	1909 Febr. 25.
- *Maurice Holleaux* in Athen	1909 Febr. 25.
- *Edvard Holm* in Kopenhagen	1904 Nov. 3.
- *Théophile Homolle* in Paris	1887 Nov. 17.
- *Christian Hülsen* in Florenz	1907 Mai 2.
- *Hermann Jacobi* in Bonn	1911 Febr. 9.
- *Adolf Jülicher* in Marburg	1906 Nov. 1.
- *Karl Justi* in Bonn	1893 Nov. 30.
- *Frederic George Kenyon* in London	1900 Jan. 18.
- *Georg Friedrich Knapp* in Strafsburg	1893 Dec. 14.
- *Basil Latyschew* in St. Petersburg	1891 Juni 4.

		Datum der Wahl
Hr.	*Friedrich Leo* in Göttingen	1906 Nov. 1.
-	*August Leskien* in Leipzig	1900 Jan. 18.
-	*Friedrich Loofs* in Halle a. S.	1904 Nov. 3.
-	*Giacomo Lumbroso* in Rom	1874 Nov. 12.
-	*Arnold Luschin von Ebengreuth* in Graz	1904 Juli 21.
-	*John Pentland Mahaffy* in Dublin	1900 Jan. 18.
-	*Gaston Maspero* in Paris	1897 Juli 15.
-	*Wilhelm Meyer-Lübke* in Wien	1905 Juli 6.
-	*Ludwig Mitteis* in Leipzig	1905 Febr. 16.
-	*Gabriel Monod* in Versailles	1907 Febr. 14.
-	*Heinrich Nissen* in Bonn	1900 Jan. 18.
-	*Axel Olrik* in Kopenhagen	1911 April 27.
-	*Georges Perrot* in Paris	1884 Juli 17.
-	*Edmond Pottier* in Paris	1908 Oct. 29.
-	*Franz Praetorius* in Breslau	1910 Dec. 8.
-	*Wilhelm Radloff* in St. Petersburg	1895 Jan. 10.
-	*Pio Rajna* in Florenz	1909 März 11.
-	*Moriz Ritter* in Bonn	1907 Febr. 14.
-	*Karl Robert* in Halle a. S.	1907 Mai 2.
-	*Richard Schroeder* in Heidelberg	1900 Jan. 18.
-	*Eduard Schwartz* in Freiburg i. Br.	1907 Mai 2.
-	*Émile Senart* in Paris	1900 Jan. 18.
-	*Eduard Sievers* in Leipzig	1900 Jan. 18.
-	*Henry Sweet* in Oxford	1901 Juni 6.
Sir	*Edward Maunde Thompson* in London	1895 Mai 2.
Hr.	*Vilhelm Thomsen* in Kopenhagen	1900 Jan. 18.
-	*Paul Vinogradoff* in Oxford	1911 Juni 22.
-	*Girolamo Vitelli* in Florenz	1897 Juli 15.
-	*Jakob Wackernagel* in Göttingen	1911 Jan. 19.
-	*Julius Wellhausen* in Göttingen	1900 Jan. 18.
-	*Adolf Wilhelm* in Wien	1911 April 27.
-	*Ludvig Wimmer* in Kopenhagen	1891 Juni 4.
-	*Wilhelm Windelband* in Heidelberg	1903 Febr. 5.
-	*Wilhelm Wundt* in Leipzig	1900 Jan. 18.

Inhaber der Helmholtz-Medaille.

Hr. *Santiago Ramón y Cajal* in Madrid (1904).
- *Emil Fischer* in Berlin (1908).

Verstorbene Inhaber:

Emil du Bois-Reymond (Berlin, 1892).
Karl Weierstraſs (Berlin, 1892).
Robert Bunsen (Heidelberg, 1892).
Lord *Kelvin* (Netherhall, Largs, 1892).
Rudolf Virchow (Berlin, 1898).
Sir *George Gabriel Stokes* (Cambridge, 1900).
Henri Becquerel (Paris, 1906).
Jakob Heinrich van't Hoff (Berlin, 1910).

Inhaber der Leibniz-Medaille.

a. Der Medaille in Gold.

Hr. *James Simon* in Berlin (1907).
- *Ernest Solvay* in Brüssel (1909).
- *Henry T. von Böttinger* in Elberfeld (1909).

Joseph Florimond Duc *de Loubat* in Paris (1910).
Hr. *Hans Meyer* in Leipzig (1911).

b. Der Medaille in Silber.

Hr. *Karl Alexander von Martius* in Berlin (1907).
- *A. F. Lindemann* in Sidmouth, England (1907).
- *Johannes Bolte* in Berlin (1910).
- *Karl Zeumer* in Berlin (1910).
- *Albert von Le Coq* in Berlin (1910).
- *Johannes Ilberg* in Wurzen (1910).
- *Max Wellmann* in Potsdam (1910).
- *Robert Koldewey* in Babylon (1910).
- *Gerhard Hessenberg* in Breslau (1910).
- *Werner Janensch* in Berlin (1911).
- *Hans Osten* in Leipzig (1911).

Verstorbener Inhaber der Medaille in Silber:

Georg Wenker (Marburg, 1911).

Beamte der Akademie.

Bibliothekar und Archivar der Akademie: Dr. *Köhnke.*
Archivar und Bibliothekar der Deutschen Commission: Dr. *Behrend.*
Wissenschaftliche Beamte: Dr. *Dessau*, Prof. — Dr. *Harms*, Prof. — Dr. *von Fritze.* — Dr. *Karl Schmidt*, Prof. — Dr. Frhr. *Hiller von Gaertringen*, Prof. — Dr. *Ritter.* — Dr. *Apstein*, Prof.

Gedächtnisrede auf Jacobus Henricus van't Hoff.

Von

H[rn.] EMIL FISCHER.

Gehalten in der öffentlichen Sitzung am 29. Juni 1911.
Zum Druck eingereicht am gleichen Tage, ausgegeben am 17. Juli 1911.

Fast 15 Jahre gehörte Jacobus Henricus van't Hoff unserem Kreise an, als er am 1. März d. J. seine an wissenschaftlichen Großtaten so reiche Laufbahn beschloß.

Seine Berufung von Amsterdam nach Berlin im Winter 1895/96 war ein ungewöhnliches Ereignis; denn seit länger als 100 Jahren hatte die Akademie keinen ausländischen Gelehrten mehr zu ihrem ordentlichen Mitgliede gewählt.

Freunde und Angehörige des Berufenen sind deshalb nicht ganz ohne Sorge gewesen, wie ihm der Wechsel von Wohnsitz, Vaterland und Berufstätigkeit auf die Dauer behagen werde. Aber das feine Gefühl für die Wirklichkeit und ihre Möglichkeiten, das ihn auf seinen wissenschaftlichen Entdeckungsfahrten stets den rechten Weg finden ließ, hat ihn auch bei diesem persönlichen Entschlusse nicht getäuscht. Mitsamt seiner Familie konnte er sich rasch in deutsche Verhältnisse einleben und fand hier einen Wirkungskreis, der seinen Neigungen und Gewohnheiten in jeder Beziehung zusagte. Nicht minder schnell gelang es ihm, durch unermüdliche leidenschaftliche Hingabe an die Wissenschaft, durch aufmerksame Mitarbeit bei den besonderen Aufgaben unserer Akademie, durch einfaches, bescheidenes Wesen und eine tüchtige Dosis gesunden Humors zu der Hochachtung vor seinen Leistungen auch das persönliche Vertrauen und die aufrichtige Zuneigung der Kollegen zu erwerben.

Die Worte warmer Anerkennung, die ich im Auftrage der Akademie seinem Gedächtnis widme, gelten deshalb nicht allein dem großen Naturforscher, sondern ebenso sehr dem lieben Fachgenossen als Dank für jahrelange nie getrübte Freundschaft.

van't Hoff, geboren am 30. August 1852 zu Rotterdam als Sohn eines Arztes, verriet schon in früher Jugend den werdenden Naturforscher

durch Sammeln von Pflanzen und Insekten. Dazu gesellte sich bald die Vorliebe für chemische Experimente, die sogar zu Schaustellungen für Eltern und Kameraden ausgestaltet und durch Erhebung von Eintrittsgeldern auch zu einer Einnahmequelle gemacht wurden. Der in der letzten Maßregel hervortretende Erwerbssinn scheint sich aber nicht entwickelt zu haben, denn alle späteren Berichte bekunden die Neigung, materielle Vorteile der unbedingten Hingabe an Wissenschaft und freie Forschung zu opfern.

Zufolge eines Kompromisses mit dem Vater, der den Sohn am liebsten für die juristische Laufbahn bestimmt hätte, entschloß er sich zwar, Technologe zu werden, und absolvierte zu diesem Zweck erst die höhere Bürgerschule und dann die Polytechnische Schule zu Delft.

Aber ein kurzer Aufenthalt in einer Zuckerfabrik genügte zu der Erkenntnis, daß die manchmal monotone Tätigkeit des Praktikers auf die Dauer seinem spekulativ veranlagten Geiste keine Befriedigung gewähren werde.

In der Antrittsrede, die er vor 15 Jahren am Leibniztage hier hielt, skizzierte er seinen Studiengang mit folgenden Worten: »Für die chemische Technik bestimmt, führte mich mein mathematisches Bedürfnis alsbald nach der Universität Leiden, und ich widmete mich der Mathematik, bis die alte Liebe zur Chemie wieder in den Vordergrund trat und mich ein paar großen Zentren der Strukturchemie zuführte, bei Kekule in Bonn und bei Wurtz in Paris. Dieser doppelte Drang zur Mathematik einerseits und zur Chemie anderseits hat sich dann meinen sämtlichen wissenschaftlichen Bestrebungen aufgeprägt.«

Bei der Wahl von Bonn als Studienort war für den jungen Kandidaten der Wunsch ausschlaggebend, von Kekule, dem berühmten Begründer der Strukturchemie, der seit 1867 eine überaus fruchtbare Lehrtätigkeit an der rheinischen Hochschule ausübte, Aufklärung über gewisse Schwierigkeiten seiner Lehre zu erhalten.

Unter Kekules Anleitung ist dann eine kleine Experimentalarbeit entstanden, die den Inhalt von van't Hoffs erster Publikation »Über eine neue Synthese der Propionsäure« bildete, aber keineswegs aus dem üblichen Rahmen solcher Erstlingsversuche hervortrat. Ungleich größere Wirkung haben sicherlich Kekules Vorlesungen und der Ideenkreis, der im Bonner Institut gepflegt wurde, auf die Entwicklung des jungen Theoretikers gehabt. Er lernte hier die von dem Meister ersonnenen und noch

heute viel gebrauchten Atommodelle, speziell das Modell des Kohlenstoffatoms kennen, und der geometrische Gedanke, der darin liegt, aber von Kekule als verfrüht beiseite geschoben wurde, hat zweifelsohne als Keim bei van't Hoffs stereochemischen Vorstellungen mitgewirkt. Zur Reife sind diese aber erst gelangt nach einem Aufenthalt in Paris, wo er mit dem von Louis Pasteur klar entwickelten Begriff der molekularen Asymmetrie bekannt wurde.

Die Übertragung der Pasteurschen Idee auf die Strukturchemie und das Kekulesche Modell des Kohlenstoffatoms war dann der glückliche Gedanke, durch den der Begriff des asymmetrischen Kohlenstoffatoms und die moderne Stereochemie entstand.

Die erste Veröffentlichung seiner Entdeckung gab van't Hoff im September 1874 durch eine in holländischer Sprache geschriebene Broschüre von nur 11 Seiten, der er im folgenden Jahre eine größere mit dem Titel »La Chimie dans l'Espace« folgen ließ. Hier sind die Folgerungen der neuen Betrachtung auch für komplizierte Fälle mit großer Konsequenz gezogen.

Über die Aufnahme dieser Ideen durch die zeitgenössischen Chemiker begegnet man vielfach der Meinung, daß die meisten sich ablehnend oder doch gleichgültig verhalten haben, selbst nachdem J. Wislicenus einer deutschen Übersetzung des Werkes von Hermann im Jahre 1877 eine warme Empfehlung mit auf den Weg gegeben hatte.

Ich muß dieser Meinung widersprechen, denn ich erinnere mich sehr wohl, wie mein Lehrer Adolf v. Baeyer im Sommer 1875 eines Tages, als ihm van't Hoff die französische Broschüre mit einigen Modellen zugeschickt hatte, im Laboratorium erschien und uns erklärte: »Da ist wirklich mal wieder ein neuer guter Gedanke in unsere Wissenschaft gekommen, der reiche Früchte tragen wird«. Beim Anblick der Modelle und dem Vergleich mit den Strukturformeln der Weinsäure, Fumar- und Maleinsäure waren auch wir Jüngeren sofort in der Lage, uns von der Brauchbarkeit der neuen Theorie zu überzeugen, und sie ist dann vielfach Gegenstand unserer Gespräche gewesen. Ernsten Widerspruch hat sie auch niemals erfahren, denn ein Angriff von H. Kolbe aus dem Jahre 1878, der gleichzeitig gegen Struktur- und Stereochemie gerichtet war und mehr mit groben Witzen als mit sachlichen Gründen operierte, hat in der chemischen Welt sicherlich das Gegenteil von der beabsichtigten Wirkung ausgeübt.

Allerdings dauerte es längere Zeit, bis die Folgerungen der neuen Theorie einer ausgedehnten experimentellen Prüfung unterworfen wurden, bis sie in Mode kam, wie man zu sagen pflegt. Aber die organische Chemie bot zu jener Zeit ohnedies schon eine so große Fülle von Aufgaben, daß alle Hände auf Jahre hinaus beschäftigt waren. Zudem wird die Experimentalforschung nicht, wie mancher denkt, ausschließlich oder vorzugsweise durch die Theorien gelenkt. Ich bin im Gegenteil der Meinung, daß sie mehr von den Methoden und den ihr zur Verfügung stehenden materiellen Hilfsmitteln abhängig ist. Man kann Versuche anstellen ohne jede vorgefaßte Meinung, sobald man Instrumente und Materialien zur Hand hat, und mancher ausgezeichnete Naturforscher ist allen Theorien zum Trotz ausgezogen auf freie Entdeckungsfahrt, ähnlich einem Jagdhund, nur seiner Nase folgend, wie es der Chemiker Priestley im 18. Jahrhundert seinen Fachgenossen dringend empfohlen hat.

Aber sobald es sich um systematische Bearbeitung großer Gebiete und um die bequeme Ordnung zahlreicher Beobachtungen handelt, sind die Theorien ebenfalls unentbehrlich. Das hat sich auch bei der Stereochemie gezeigt. Ihr Nutzen trat immer deutlicher zutage, als die organischen Chemiker sich entschlossen, die schwierigen Kapitel der Terpene, der hydroaromatischen Substanzen, der Kohlenhydrate, der Proteine, wo es sich um zahlreiche feine Isomerien und meistens um optisch aktive Substanzen handelt, systematisch zu studieren.

Was van't Hoff an der Hand seines Modells auch für solche komplizierten Fälle inbezug auf Konfiguration, optisches Drehungsvermögen, Anzahl der Formen usw. vorausgeschaut, ist dann in geradezu staunenerregender Weise bestätigt worden.

Von dem ursprünglichen Gedanken, die Strukturchemie ins Sterische überzuleiten, kann man wohl sagen, daß er in der Luft gelegen habe; denn J. Wislicenus ist energisch dafür eingetreten, und A. v. Baeyer hat mir öfters erzählt, daß er 4 Jahre vor van't Hoffs Publikation mit dem Kekuleschen Modell die Moleküle der von ihm entdeckten isomeren Hydromellithsäuren ganz im Sinne der heutigen Stereochemie aufgebaut, aber nicht den Mut gehabt habe, die Zeichnungen seiner Abhandlung über diese Körper einzureihen.

Selbst die Idee des asymmetrischen Kohlenstoffatoms ist gleichzeitig in einem anderen Kopf, bei dem französischen Chemiker J. A. Le Bel, ent-

standen und ebenfalls so geschickt verwertet worden, daß er mit vollem Recht als Mitbegründer der Stereochemie gilt. Niemand hat das mehr anerkannt als van't Hoff selbst, der sogar eine spätere Auflage seiner Schrift Hrn. Le Bel widmete. Von Le Bel sind auch wertvolle Versuche zur experimentellen Prüfung des Gedankens angestellt worden, und ihm verdanken wir ferner die kühne Ausdehnung der Spekulation auf die asymmetrischen Stickstoffverbindungen.

Aber worin van't Hoff unbestritten voransteht, das ist die außerordentlich sorgfältige und ausdauernde Durchmusterung aller Beobachtungen auf dem weiten Gebiete der optisch aktiven, der ungesättigten und der zyklischen Verbindungen, im Lichte seiner Theorie, deren Ausbau ihn bis in die letzten Lebensjahre beschäftigte.

Am meisten hat mich dabei immer die seltene Vereinigung von kühner Spekulation mit vorsichtiger Kritik überrascht, denn van't Hoff ist stets dort stehengeblieben, wo der tatsächliche Untergrund schwankend wurde und überließ es anderen, die Grenzen zu überschreiten, wo die Hypothese mit den Tatsachen in Widerspruch kommen konnte. Nur so ist es möglich gewesen, daß kaum eine seiner Voraussagungen zurückgenommen werden mußte, und erst in allerletzter Zeit haben sich Erscheinungen gezeigt, die eine kleine Abänderung seiner Vorstellungen nötig machen.

Wenige Monate nach dem Erscheinen der ersten Schrift über die Stereochemie erwarb van't Hoff im Alter von 22 Jahren zu Utrecht den Doktortitel, aber merkwürdigerweise nicht für Chemie, obschon eine kleine Experimentaluntersuchung über Cyanessigsäure und Malonsäure den Inhalt seiner Dissertation bildete, sondern für Mathematik und Physik. Vielleicht hat die Fakultät zu Utrecht damit der wohlberechtigten Hoffnung Ausdruck geben wollen, daß der junge Doktor diese Wissenschaften noch mit größerem Erfolge in den Dienst der Chemie stellen werde, als es bereits durch die stereochemischen Betrachtungen geschehen war.

Nach der Promotion begann die Sorge um den Erwerb einer passenden Lebensstellung, die aber erst zwei Jahre später durch die Anstellung als Dozent an der Tierarzneischule zu Utrecht ihre Lösung fand. In der Zwischenzeit befriedigte er seine bescheidenen materiellen Lebensansprüche durch Erteilung von Privatunterricht.

Trotz dieser lästigen Nebenbeschäftigung war es für ihn eine Periode intensivster geistiger Arbeit, deren Früchte zum Teil in dem zweibändigen

Werk »Ansichten über organische Chemie« niedergelegt sind. Obschon dieses Buch nicht entfernt den Einfluß auf unsere Wissenschaft ausübte wie die »Lagerung der Atome im Raum«, so bildet es doch ein unentbehrliches Glied in der Kette von Gedanken, die van't Hoff aus dem engeren Bereiche der Kohlenstoffverbindungen in die allgemeine Chemie hinausführten.

Ausgehend von dem Wunsche, den Verlauf organisch chemischer Vorgänge nicht allein von der qualitativen Seite, sondern auch nach der Quantität und dem zeitlichen Verlauf kennen zu lernen, sah er sich gezwungen, das Problem der chemischen Dynamik anzugreifen

Wilhelm Ostwald hat uns in der trefflichen Gedächtnisrede bei der von der Chemischen Gesellschaft veranstalteten Feier vor sechs Wochen erzählt, wie van't Hoff selbst diesen Teil seiner Gedankenentwicklung im heiteren Kreise schilderte.

Angeregt durch einen Besuch des Kaisers von Brasilien, Dom Pedro, hatte er den Plan gefaßt, seine Theorie durch eine umfassende Untersuchung der Dibrombernsteinsäure zu prüfen.

Aber die Reaktionen verliefen anders, als er sich gedacht, und die Arbeit blieb liegen, wie man jetzt sagen darf, zum Glück für van't Hoff, der hier vielleicht in dieselben Trugschlüsse gekommen wäre, deren Opfer später andere geworden sind. Indessen fiel ihm bei den mißlungenen Versuchen auf, daß die Abspaltung des Bromwasserstoffs beim Kochen der wäßrigen Lösung ein langsam verlaufender und deshalb zeitlich meßbarer Prozeß ist. So kam er darauf, sich mit der Reaktionsgeschwindigkeit und bald nachher auch mit den chemischen Gleichgewichten zu beschäftigen.

Inzwischen war er 1877 an die neu gegründete Universität Amsterdam als Lektor berufen und ein Jahr später zum Professor der Chemie, Mineralogie und Geologie befördert worden.

Der größere Kreis von Schülern und die reichlicher fließenden materiellen Hilfsmittel haben ihm hier die Möglichkeit gegeben, eine fruchtbare Lehrtätigkeit zu entfalten und gleichzeitig seine theoretischen Betrachtungen durch eine Reihe von Experimentalarbeiten zu prüfen. Das Ergebnis dieser umfassenden Untersuchungen ist niedergelegt in den 1884 erschienenen »Études de Dynamique chimique«, die 12 Jahre später von Ernst Cohen unter dem Titel »Studien zur chemischen Dynamik« von neuem herausgegeben wurden.

Aus dem reichen Inhalt des Buches seien hier nur erwähnt die scharfe Definition der Reaktionsgeschwindigkeit und deren Abhängigkeit von der Temperatur, der Begriff des beweglichen Gleichgewichts und der Umwandlungstemperatur, die thermodynamische Berechnung der chemischen Affinität und die Kritik des Berthelotschen Satzes von der maximalen Arbeit.

Obschon manche seiner Betrachtungen nicht ganz neu waren, so kann doch die Wirkung, welche das Werk auf die chemische Dynamik ausübte, dem Einfluß der Stereochemie auf das Studium der Kohlenstoffverbindungen gleichgesetzt werden; denn van't Hoff hat die neuen Begriffe im Gegensatz zu Gibbs, dem wir ganz ähnliche Studien vom mathematischen Standpunkt aus verdanken, im unmittelbaren Anschluß an die Wirklichkeit gefunden, und ihre Fruchtbarkeit an einem großen experimentellen Material dargelegt.

Allerdings sollen seine mathematischen Ableitungen nach dem Urteil der Sachverständigen nicht immer streng den Regeln der Kunst genügen. Um so bewundernswerter ist seine Intuition, die ihn trotzdem stets zum richtigen und meist durch Einfachheit ausgezeichneten Endresultat führte.

Die Bearbeitung des Affinitätsproblems, das mit der Gleichgewichtslehre im engen Zusammenhang steht und deshalb den Gegenstand der letzten Kapitel der »Études de Dynamique chimique« bildet, hat van't Hoffs dritte und größte Entdeckung, die Theorie des osmotischen Drucks und der Lösungen, zur Folge gehabt. In dem für die Kenntnis seiner Ideenentwicklung so wichtigen Vortrag vor der hiesigen chemischen Gesellschaft im Dezember 1893 erzählte er selbst mit charakteristischen Wendungen, wie jene Lehre entstanden ist.

Durch seinen botanischen Kollegen an der Universität Amsterdam, de Vries, war er mit den Messungen des osmotischen Drucks durch den Pflanzenphysiologen Pfeffer bekannt geworden und hatte sie alsbald benutzt, um die Anziehung des Wassers durch Salze, z. B. Natriumsulfat, zahlenmäßig festzustellen.

Als er dann ferner versuchte, eine für gasförmige Systeme von ihm abgeleitete thermodynamische Gleichung auch für verdünnte Lösungen anzuwenden, kam ihm der glückliche Einfall, daß mit dem dort benutzten Begriff der halbdurchlässigen Wand bei Lösungen die reversiblen Umwandlungen ebenfalls durchführbar sind. Aus diesem Gedanken ergab sich zunächst die Übertragung der Gasgesetze von Boyle und Gay-Lussac auf

die verdünnten Lösungen. Noch viel überraschender war das Resultat, als der Wert R in der bekannten Gasgleichung mit dem osmotischen Druck für verdünnte Zuckerlösungen berechnet und gleich groß gefunden wurde.

Die physikalische Deutung des Resultates hieß aber: »Nichts anderes, als daß der Zucker einen osmotischen Druck ausübt, demjenigen Druck gleich, welchen er bei derselben Konzentration und Temperatur im gasförmigen Zustande ausüben würde«. Die daraus folgende Anwendbarkeit von Avogadros Satz auf Zuckerlösungen erschien dem Entdecker zuerst als Zufall. Als er aber seine Betrachtungen auf die von Raoult gefundenen Gesetzmäßigkeiten für die Erniedrigung von Dampfdruck und Gefrierpunkt bei Lösungen ausdehnte, ergab sich eine überraschende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung.

Trotzdem übergab der vorsichtige Forscher seine Resultate erst im Oktober 1886 durch eine der schwedischen Akademie vorgelegte Abhandlung der Öffentlichkeit, nachdem die von ihm aus Raoults Zahlen berechnete Schmelzwärme des Bromäthylens auf seine Bitte durch Petterson experimentell geprüft und bestätigt worden war.

Welch verblüffenden Eindruck van't Hoffs geniale Theorie auf die zeitgenössischen Chemiker machte, kann ich aus eigener Erfahrung bezeugen. Ich wurde zufällig bald nach dem Erscheinen der schwedischen Abhandlung im Frühjahr 1887 damit bekannt gemacht durch den Mann, der am meisten zu ihrer Förderung beigetragen hat, durch Svante Arrhenius. Er arbeitete damals unter Leitung von Friedrich Kohlrausch im physikalischen Laboratorium der Universität Würzburg und war häufiger, gern gesehener Gast im chemischen Institut. Eines Tages erschien er dort, um mir über die van't Hoffsche Untersuchung zu berichten. Mit berechtigter Freude konnte er zufügen, daß es ihm gelungen sei, die Abweichung mancher Stoffe von jenen Gesetzen zu erklären. Es handle sich dabei stets um Elektrolyte, von denen er annehme, daß sie durch den Lösungsvorgang in die Ionen dissoziiert würden und nach dem Grade der Dissoziation, der durch das elektrische Leitvermögen zu messen sei, größeren osmotischen Druck zeigen müßten.

Obschon die Betrachtungen meinem eigenen Arbeitsfelde ferne lagen, so konnte ich mich doch nicht der Überzeugung verschließen, daß man es hier mit einem neuen, großartigen Einblick in das weite Gebiet der Lösungen zu tun habe. Ich bin dann mit der Mehrzahl der Fachgenossen

der weiteren Entwicklung dieser Theorie, wenn auch aus der Ferne, so doch mit aufrichtiger Freude, gefolgt, obschon gelegentlicher Mißbrauch derselben von seiten allzu eifriger Anhänger zum Widerspruch reizen konnte.

Die Verbreitung der neuen Lehre ist außerordentlich gefördert worden durch die 1887 gegründete Zeitschrift für physikalische Chemie, die unter der Leitung von Wilhelm Ostwald und der dauernden Mitwirkung van't Hoffs bald der Sammelpunkt für alle Arbeiten auf diesem Gebiete wurde. Enthielt doch schon ihr erster Band die ausführliche Darlegung der Lösungstheorie durch van't Hoff und die erste zusammenfassende Darstellung der elektrolytischen Dissoziationstheorie von Arrhenius.

Die zunächst nur für Flüssigkeiten geltende Betrachtung konnte von van't Hoff schließlich auch auf die Mischungen fester Körper und auf die in festen Substanzen absorbierten Gase übertragen werden. So entstand der wichtige Begriff der festen Lösungen.

Trotz vereinzelten Widerspruchs hat die Theorie des osmotischen Drucks schneller als die Stereochemie befruchtend auf die Experimentalforschung eingewirkt. Der Grund dafür liegt wohl in ihrer viel allgemeineren Bedeutung und der Möglichkeit, sie auf den verschiedensten Gebieten der Chemie und Physik durch die Beobachtung zu prüfen. Welch unermeßlicher Strom von Anregung daraus hervorgegangen ist, zeigt das plötzliche Anschwellen der physikalisch-chemischen Literatur.

Daß den ungewöhnlichen Leistungen van't Hoffs nicht allein die Anerkennung der engeren Fachgenossen, sondern auch der verschiedensten gelehrten Korporationen in reichem Maße zuteil wurde, versteht sich von selbst. Am bekanntesten davon ist die Verleihung des Nobelpreises im Jahre 1901, wo van't Hoff als erster Chemiker diese Ehrung erhielt.

Ebensowenig braucht man sich zu wundern, daß auch außerhalb seines Vaterlandes der Wunsch rege wurde, ihn als Lehrer und wissenschaftliche Zierde für Hochschulen zu gewinnen. Bereits im Jahre 1887 hatte Leipzig einen solchen Versuch gemacht, was man in Amsterdam mit der Bewilligung eines neuen Institutes beantwortete. Dasselbe wurde ganz nach den Angaben van't Hoffs gebaut und 1891 in Betrieb genommen. Damit waren wohl alle Wünsche, die er in bezug auf äußere Hilfsmittel für seine Arbeiten hegte, erfüllt, und der große internationale Schülerkreis, der sich um ihn versammelte, sorgte auch dafür, daß die neuen Einrichtungen im Dienste der Wissenschaft gründlich ausgenutzt wurden. Aber mit dem

vergrößerten Institut waren für den Leiter auch die Sorgen der Verwaltung und des Unterrichts gewachsen.

Der Konflikt zwischen den Neigungen des Forschers und den Pflichten des Lehrers, den auch mancher andere Gelehrte zu bestehen hat, trat bei ihm besonders scharf hervor und erweckte den Wunsch nach weitgehender Befreiung von den Amtsgeschäften, der ihm allerdings im Rahmen der Amsterdamer Universitätseinrichtungen nicht erfüllt werden konnte. Die Kunde davon verbreitete sich in Deutschland und hat schließlich die Übersiedelung van't Hoffs nach Berlin zur Folge gehabt. Allerdings mißlang der Versuch, ihn für unsere Universität zu gewinnen. Durch den Tod von Kundt und Helmholtz, deren Verlust wir kurz nacheinander zu beklagen hatten, war 1894 die Experimentalphysik verwaist und nachdem der anfänglich für die Universität in Aussicht genommene Friedrich Kohlrausch als Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausersehen war, tauchte der Gedanke auf, für den Lehrstuhl der Physik an der Universität van't Hoff zu berufen. So ungewöhnlich dieser Vorschlag auch in mancher Beziehung sein mochte, so wurde er doch von der Unterrichtsverwaltung ohne Zögern angenommen und Hr. Planck als erster Unterhändler nach Amsterdam geschickt. Die Folge war ein Gegenbesuch von van't Hoff in Berlin, wo es zu eingehenden Verhandlungen mit der Behörde kam. Bei diesen zeigte der Gelehrte so viel kluge Überlegung, zähe Ausdauer und unerschütterliche Ruhe, daß der vielgewandte Vertreter des Kultusministeriums Friedrich Althoff in den bewundernden Ruf ausbrach »Dieser Holländer ist mir über«.

Obschon van't Hoff uns gegenüber seine besondere Freude über die ehrende Anerkennung seiner physikalischen Vollwertigkeit und über das weite Entgegenkommen der Unterrichtsverwaltung ausgesprochen hatte, so lehnte er doch sofort nach der Heimkehr das Anerbieten ab. Offenbar hatte er das Gefühl, sich mit den Anforderungen der Experimentalphysik und den vielfältigen Geschäften einer Berliner Professur noch weniger befreunden zu können, als ihm dies in Amsterdam auf die Dauer mit der chemischen Professur gelungen war. Aber die Fäden zwischen ihm und Berlin waren nun einmal geknüpft, und schon während seines hiesigen Aufenthaltes hatte man die Möglichkeit einer späteren Berufung durch die Akademie im engeren privaten Kreise erwogen. Er ließ keinen Zweifel darüber, daß eine von allen Nebenpflichten befreite Tätigkeit am meisten

seinen Neigungen entspräche, und einige Monate später im April 1895 nahm er als Vorsitzender der Versammlung holländischer Naturforscher und Ärzte zu Amsterdam Gelegenheit, auch öffentlich für die Schaffung derartiger Stellen einzutreten. Noch drastischer brachte er kurz nachher seine Überzeugung zum Ausdruck, indem er die Amsterdamer Professur plötzlich aufgab, um zunächst der Ruhe zu pflegen. Mit der Familie zog er erst in den badischen Schwarzwald und dann, als die Tage kürzer wurden, langsam der Sonne nach bis Lugano, alles mit Ausnahme des Gotthardtunnels zu Fuß abmachend, Omnia sua secum portans, wobei der jüngste, erst sechsjährige Sohn meist auf den Schultern des Vaters reiten durfte. Was Seume vor 100 Jahren mit dem Spaziergang nach Syrakus vollbracht, das hat van't Hoff im Zeitalter der Eisenbahnen nochmals geleistet, auch nach Kilometern, wenn man den Weg mit der Zahl der sechsköpfigen Familie multipliziert.

Von der Schweiz knüpfte er die Verhandlungen mit Berlin wieder an, und nun erfolgte nach dem einmütigen Vorschlag der Fachgenossen im Winter 1895/96 seine Berufung als Mitglied der Akademie. Gleichzeitig wurde er zum Honorarprofessor an der Universität ernannt, und im Frühjahr 1896 fand die Übersiedlung nach Berlin statt.

Glücklicherweise brauchte van't Hoff kein großes Institut, das man so rasch nicht hätte herrichten können. Für die von ihm geplanten Untersuchungen genügte ein kleines Laboratorium, für dessen Einrichtung in einem Mietshause sein Freund und Mitarbeiter Meyerhoffer Sorge trug.

Und nun beginnt die lange Reihe von Experimentalarbeiten über die ozeanischen Salzablagerungen, speziell die Staßfurter Salze, welche an die bereits in Amsterdam angestellten Versuche über Umwandlungserscheinungen und Doppelsalzbildung anknüpfen. In 52 Abhandlungen, die sämtlich in unseren Sitzungsberichten erschienen, sind die Resultate niedergelegt, durch die das verwickelte Problem in den Grundzügen und für eine konstante Temperatur gelöst wurde.

Drei Jahre vor seinem Tode hat er sie abgeschlossen, aber gleichzeitig für ihre Weiterführung von anderer Hand Sorge getragen.

Unter Mitwirkung von Mineralogen, Geologen und Chemikern der Staßfurter Industrie und mit materieller Unterstützung durch unsere Akademie, den Verein deutscher Ingenieure und das Kalisyndikat ist ein wissenschaftlicher Verband für die Erforschung der deutschen Kalisalzlagerstätten ins

Leben getreten, der auch die weitere physikalisch-chemische Bearbeitung des Gebietes auf dem von van't Hoff gebahnten Wege betreiben wird.

Das Studium der Kalisalze ist an Umfang zweifellos die größte Experimentalarbeit van't Hoffs, und der theoretischen Durchdringung des Problems steht hier ebenbürtig die unermüdliche, über 12 Jahre sich erstreckende Sammlung der Beobachtungen zur Seite. Manche interessante geologische Frage wird dabei berührt und zugleich die Synthese von Mineralien durch die erste künstliche Bereitung von mehreren Staßfurter Salzen bereichert.

Zu dem Ruhm des schöpferischen Theoretikers gesellt sich nun auch der Lorbeer des geschickten, sorgfältigen und ausdauernden Experimentators.

Manche seiner Freunde haben die Berliner Periode als eine Zeit der Ruhe oder wohl gar der Erschöpfung angesehen, die nach den vorausgegangenen theoretischen Leistungen begreiflich gewesen wäre. Aber könnte es nicht auch umgekehrt so sein, daß das von van't Hoff früher bearbeitete Gebiet gerade durch seine Entdeckungen erschöpft war? Wo die naturwissenschaftliche Spekulation ernten will, muß der Acker zuvor durch die Beobachtung vorbereitet sein, und je gründlicher der theoretische Schnitter sein Werk besorgt hat, um so länger dauert es, bis wieder neue Früchte heranreifen. Tatsächlich ist seit zwei Dezennien, wenn man von der Radioaktivität absieht, keine Theorie in der Chemie aufgetaucht, die den zuvor erwähnten van't Hoffschen Ideen an Einfachheit und allgemeiner Gültigkeit gleichgestellt werden könnte. Wahrscheinlich hat er diesen Zustand der Wissenschaft richtig empfunden und sich zum Experiment, dem Jungbrunnen des Naturforschers, geflüchtet, ähnlich dem alternden Faust, der von der Spekulation übersättigt, sich nach den Brüsten der ewig jungen Natur zurücksehnt.

Wie wenig durch die scheinbare Ruhe seine Unternehmungslust vermindert war, lehrt der letzte Abschnitt seiner wissenschaftlichen Arbeit. Trotz vorgeschrittenen Alters und den Plagen einer tückischen Krankheit faßte er vor einigen Jahren den kühnen Entschluß, sich den Grundproblemen der Biologie, insbesondere der Bildung organischer Materie in den Pflanzen, zuzuwenden. Zwei Veröffentlichungen in unseren Sitzungsberichten »Über synthetische Fermentwirkung« zeigen den Weg an, den er zu beschreiten gedachte.

Um für die Versuche frisches Pflanzenmaterial zur Hand zu haben und gleichzeitig die für seinen körperlichen Zustand unzuträgliche Großstadtatmosphäre zu vermeiden, hatte er Wohnsitz und Arbeitsstätte nach dem Vorort Steglitz verlegt. Das Laboratorium war noch bescheidener als das mit Meyerhoffer benutzte. Es bestand aus einem kleinen Holzhaus mit sehr einfacher Einrichtung, das er auf dem Gelände der Domäne Dahlem aus eigenen Mitteln erbaut hatte. Die Erwerbung des Bauplatzes, wofür eine kleine Miete gezahlt werden mußte, war nicht mühelos gewesen, und die Form, wie sie zum Abschluß kam, ist so charakteristisch, daß sie verdient, erzählt zu werden. Nach vorbereitenden mündlichen Verhandlungen hatte van't Hoff ein schriftliches Gesuch an die maßgebende Behörde um mietweise Überlassung des Platzes gerichtet, aber mehrere Monate vergeblich auf Antwort gewartet. Da wiederholte er die Eingabe, schickte sie aber diesmal als eingeschriebenen Brief mit Eilbestellung nach dem nahen Bestimmungsort. Diese ungewöhnliche dringliche Form verfehlte ihre Wirkung nicht, und nach einigen Tagen war sein Wunsch erfüllt.

Leider sollte ihm keine ungestörte Benutzung der neuen Arbeitsstätte mehr beschieden sein. Das vor $4\frac{1}{2}$ Jahren erworbene Lungenleiden zwang ihn wiederholt zu längerer Unterbrechung der Versuche, und bald nach dem Jubiläum unserer Universität, wo er nur noch am Festmahl im Königlichen Schlosse teilnahm, trat die zum Ende führende Verschlimmerung der Krankheit ein.

In der letzten Festsitzung am Friedrichstage hat unsere Akademie ihm nur wenige Wochen vor seinem Tode die letzte öffentliche Ehrung durch die Verleihung der Helmholtzmedaille erwiesen, die er nach dem Zeugnis der treuen Gattin auf dem Krankenlager, aber mit dankbarer Freude empfing.

Wenn ich schließlich van't Hoffs Leistungen als Ganzes kennzeichnen soll, so trage ich kein Bedenken, ihn den größten Theoretiker der Chemie in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts zu nennen. Durch die Stereochemie hat er seinen Namen neben den von Pasteur und Kekule gesetzt. Mit den Studien zur chemischen Dynamik war er an die Seite der großen Thermodynamiker, insbesondere von Helmholtz und Gibbs getreten, und mit der Lehre vom osmotischen Druck hat er dem Gedanken Avogadros die allgemeine Bedeutung verschafft.

Die Originalität, die seinem Denken eigen war, trat auch in seinen Gewohnheiten, Neigungen und Anschauungen zutage und gab dem Verkehr

mit ihm einen besonderen Reiz. Bescheidenheit inbezug auf die eigene Leistung, freudige Anerkennung fremden Verdienstes, Abneigung gegen Polemik und Phrase, drolliger Humor und Einfachheit der Lebensführung bildeten die Grundzüge seines Wesens.

So wird er fortleben nicht allein in der Geschichte der Wissenschaft als der schöpferische Denker, den wir stolz waren, so lange den unsrigen nennen zu dürfen, sondern auch in der Erinnerung der Freunde als der liebenswerte Mensch, dessen Verlust wir lebhaft beklagen.

Über den anatomischen Bau der baumartigen Cyperacee Schoenodendron Bücheri Engl. aus Kamerun.

Von

HH. A. ENGLER und Dr. K. KRAUSE.

Vorgelegt in der Sitzung der phys.-math. Klasse am 4. Mai 1911.
Zum Druck eingereicht am gleichen Tage, ausgegeben am 19. Juni 1911.

Bisher kannte man keine Cyperacee mit hohem oberirdischem, baumartig verzweigtem Stamm, wie er bei den Pandanaceen, einigen Liliaceen, Amaryllidaceen und auch den Velloziaceen vorkommt.

Zwar gibt es eine Gattung *Scirpodendron*, bei welcher man auf Grund des Namens eine baumartige Verzweigung vermuten könnte; aber deren einzige Art *Sc. costatum* Kurz, welche von Ceylon durch die südwestmalaiische Provinz (Malakka, Java) bis zum tropischen Ostaustralien und Samoa verbreitet ist, besitzt nach C. B. Clarke's Angaben in Hookers Flora von Britisch-Indien (Bd. VI, S. 684) einen einfachen bis 6 cm langen, von einem holzigen Rhizom aufsteigenden weichen, oben dreikantigen Stamm von 5 mm Durchmesser, welcher 2—3 m lange Blätter trägt, und ähnelt einem niedrigen *Pandanus*.

Anders verhält sich die im Gebiet des Rio Negro in der Hylaea vorkommende Cyperacee *Cephalocarpus dracaenula* Nees. Hier ist ein einfacher oder einmal gegabelter, nur 2—2.5 dcm langer oberirdischer Stamm vorhanden, welcher einen Schopf von schmalen Blättern trägt und von oben bis unten mit zerfaserten Blattresten bedeckt ist, zwischen welchen zahlreiche dünne Wurzeln hervorbrechen. Bei der ebenfalls brasilianischen *Fintelmannia restioides* Nees haben wir 1.5 dcm hohe dichte Polster, welche von einem über die Erde tretenden, verzweigten, dicht beblätterten Stamm gebildet sind.

Viel auffallender ist eine in Kamerun vorkommende Cyperacee, von welcher schon im Jahre 1905 einzelne kleine Stämmchen nach Berlin gelangten, im vergangenen Jahr aber recht kräftige und vollkommener entwickelte Exemplare eingesendet wurden. Die ersten Exemplare stammten

Hr. Dr. K. Krause, Assistent am Kgl. Botanischen Museum in Dahlem, hat die für diese Untersuchung nötigen anatomischen Präparate angefertigt.

vom Cross-Fluß im nordwestlichen Kamerun und waren von Regierungsrat Dr. Meyer gesammelt, die im Jahre 1910 eingesendeten vollständigeren Exemplare stammten von Jaunde aus einer Höhe von 800 m, woselbst sie Dr. Bücher auffand.

Die Pflanze bewohnt wie die im sterilen Zustande habituell ähnlichen *Vellozia* und *Barbacenia* trockene Felsen und kommt auf solchen gesellig vor. Am Grunde des Stammes finden wir zahlreiche ringsum sich ausbreitende Bodenwurzeln. Der Stamm ist unten etwa 5 cm dick, bis zu etwa 12 cm Höhe nicht verzweigt, dann aber wiederholt, zumeist dichotomisch, mit etwa 8—10 cm langen Gliedern, von denen die obersten noch 1 cm dick erscheinen und einen Schopf von aufrechten starren lineallanzettlichen bis 5 cm langen, am Grunde 3 mm breiten Blättern tragen. Mit Ausnahme des alleruntersten Teiles, an dem die Blattreste abgestoßen sind, finden wir den Stamm und alle Äste von dicht stehenden, spiralig angeordneten Blattbasen bedeckt (Fig. 1). An den Exemplaren vom Cross-Fluß finde ich die Spiralstellung 8/13.

Mehrfach sieht man an den Gabelungen Reste der Blütenstengel, mitunter auch scheinbar seitlich an den Ästen. Jedenfalls entwickeln sich wie bei *Dracaena* Äste immer nur unterhalb eines Blütenstandes (Fig. 2 *A*). Der Blütenstand ist eine bis 3 dcm lange, mehrfach verzweigte Rispe, deren Zweige dritter oder vierter Ordnung an sehr dünnen Stielen cymöse Scheinähren von 7—12 einblütigen Ährchen tragen. Die primären Brakteen der Scheinähren sind pfriemlich und nur 1—1.5 mm lang. Von den einblütigen Ährchen ist jedes zunächst mit drei sehr ungleichen 2, 3 und 3.5 mm langen äußeren Brakteen versehen, auf welche 3—5 winzige nur 0.3 mm lange, langbehaarte Schüppchen folgen, welche das etwa 4 mm lange Pistill einschließen, dessen länglicher Fruchtknoten in einen langen fadenförmigen Griffel mit 2, seltener mit 3 fadenförmigen Narben übergeht. Die Früchte erreichen schließlich eine Länge von 7—8 mm. Pflanzen mit männlichen Blüten habe ich bisher nicht erhalten können, und es ist daher die folgende Gattungsdiagnose wie auch diejenige der Art noch etwas unvollständig.

Schoenodendron Engl. in Englers Bot. Jahrb. XLIV (1910) Beiblatt Nr. 101.

Flores dioeci. Flores masculi adhuc ignoti. Flores feminei in spicula solitarii, an nudi? bracteis 2 majoribus lanceolatis et 3—5 minimis, pilis

duplo longioribus ciliatis inclusi, an perigoniati? tepalis 3—5 minimis pilis duplo longioribus instructi. Pistillum valde elongatum conoideum superne curvatum, stigmatibus 2—3 filiformibus instructum. Fructus elongato-conoideus superne curvatus, semen elongatum cylindricum includens. — Arbuscula, ramis plerumque pseudodichotomis, interdum trifidis, fere a basi ad apicem usque foliorum partibus basalibus obtectis. Folia dense spiraliter ordinata angusta lineari-lanceolata, e basi ad apicem usque angustata. Inflorescentiae paniculatae folia superantes; bracteae I et II basi longe tubulose vaginantes atque in subulam acutissimam exeuntes, ramulos 2—4 tetrangulos includentes, ramulis extimis pseudospicas e pseudospiculis uniflоris compositas gerentibus; bracteae pseudospicae subulatae vel anguste lanceolatae acutae quam spiculae bracteae primariae lanceolatae breviores.

Sc. *Bücheri* Engl. n. sp.; arbuscula circ. 6 dcm alta, radicibus tenuibus numerosissimis trunco parallelis foliorum vaginas perforantibus usque ad basin trunci progredientibus et hic radices secundarias horizontaliter radiantes emittentibus. Truncus usque 12 cm longus, inferne foliorum vestigiis destitutus circ. 5 cm crassus, ramis adscendentibus, gradatim minoribus, extimis cum foliorum vestigiis 1.5 cm, sine foliis 1 cm crassis, fere omnibus supra bifurcationes pedunculi vestigio 3—6 cm longo, 2—3 mm crasso persistente instructis. Folia erecta, rigida, lineari-lanceolata usque 5 cm longa, vestigia vetusta circ. 1—1.5 cm longa, ramis adpressa, apice patente vel recurvo. Paniculae usque 2 dcm longae, ramis I 2 mm crassis; bracteae I vagina tubulosa 1.5 cm longa instructae in acumen aequilongum subuliforme exeuntes; ramuli II 3—5 cm longi, bracteas superantes, pseudospicae circ. 8 mm longae; bracteae earum circ. 1—1.5 mm longae; bracteae 3 inferiores spicularum 2 usque 6 mm longae; bracteae minimae pistillo antecedentes (an perigonii tepala?) vix 0.5 mm longae. Pistillum cum stilo usque 4 mm longum; stigmata filiformia 1 mm longa. Fructus 6 mm longus, inferne 0.5 mm crassus.

Kamerun: auf einer Gneiskuppe in der Nähe von Jaunde am Rande des Regenwaldes, um 780—820 m ü. M. (Dr. Bücher — ♀ blühend und fruchtend im Juni 1909); am Cross-Fluß auf Felsen (Regierungsrat Dr. Meyer — August 1904).

Die Schüppchen unterhalb des Pistills könnte man als eine hochblattartige Blütenhülle auffassen; es ist aber auch die Deutung zulässig, daß

Fig. 1.

Schoenodendron Bücheri Engl., von Jaunde (800 m ü. M.), etwas über $\frac{1}{3}$ der nat. Größe.

Fig. 2.

Schoenodendron Bücheri Engl., von Cross River in Kamerun, etwa $\frac{1}{2}$ nat. Größe. *A* ein Ast, welcher sich unterhalb eines terminalen Blütenstandes verzweigt; auf dem Längsschnitt treten die unter den Blättern verlaufenden Adventivwurzeln hervor. *B* ein Ast mit dem Rest eines Blütenstandes und zwei entwickelten Blütenständen.

diese Schüppchen Hochblätter sind und daß das nackte Pistill allein die weibliche Blüte repräsentierend in der Achsel eines der Schüppchen steht. Jedenfalls tun wir gut, die definitive Entscheidung über die Auffassung dieser Blattgebilde bis zum Bekanntwerden der männlichen Blüten offen zu lassen. Es gehört diese interessante Pflanze zu den *Rhynchosporoideae*, welche durch wenigblütige Blütenstände, die selbst wieder in ährigen oder kopfigen Gesamtblütenständen stehen, ausgezeichnet sind, und zwar in die engere Gemeinschaft der *Scleríeae*, bei denen eingeschlechtliche Scheinährchen vorhanden sind und die weiblichen nur eine Blüte enthalten. Die Pflanze kann zu keiner der bisher bekannten Gattungen gebracht werden. Von *Cephalocarpus*, welcher sie habituell am nächsten kommt, ist sie schon dadurch unterschieden, daß der Griffel am Grunde nicht zwiebelartig verdickt ist. Daß sie habituell durch die weitgehende bäumchenartige Entwicklung alle anderen Cyperaceen übertrifft, ist schon aus dem Habitusbild ersichtlich. Das Auffallendste ergibt sich aber beim Durchschneiden der Äste; dann sieht man, daß an denselben, auch an den obersten, 5—6 dcm über dem Boden befindlichen, um den 5 mm dicken Stengel herum und von den Blattbasen bedeckt 2—3, manchmal auch 4 Schichten von parallel der Stengeloberfläche senkrecht nach unten verlaufenden Wurzeln vorhanden sind. Diese Wurzeln entspringen an den Stengelgliedern in verschiedener Entfernung von deren Basis und wachsen durch die Scheidenteile der Blätter hindurch, welche hierbei zerfasert werden; einige Lagen dieser Wurzeln bilden um den Stengel einen Mantel, dessen Dicke derjenigen des ersteren beinahe gleichkommt (Taf. I, Fig. *A*). Die Wurzeln, welche an den oberen Ästen nur wenig Nebenwurzeln entwickeln, sind an den unteren Stammteilen reich verzweigt und bilden einen dichten Filz, der aber immer von oben an bis zur ersten Gabelung des Stammes von den stehengebliebenen Blattresten bedeckt ist. Erst an dem untersten 10—15 cm langen Teil des Stammes ist das Wurzelgeflecht so mächtig geworden, daß es die Blattbasen ganz zerstört und abgesprengt hat.

Die Blätter zeigen frühzeitig an der Grenze zwischen dem etwa 8 mm langen, dünnen Scheidenteil und der starren hellgrünen Spreite einen anfangs schmalen (kaum $\frac{1}{4}$ mm breiten) schwarzbraunen Streifen, der sich allmählich auf 1—2 mm verbreitert; dann sehen wir das Blatt noch 2—3 mm über dem Querstreifen ganz vertrocknen und grau werden, und

die übrige Blattspreite fällt ab, eine ziemlich geradlinige horizontale Abbruchstelle an dem stehenbleibenden Blattteil hinterlassend.

Über den anatomischen Bau der Vegetationsorgane ist folgendes zu bemerken:

Im Querschnitt des Stammes finden wir den ganzen mittleren Teil, mindestens das mittlere Drittel des Durchmessers von wenigen, zum Teil breiten, einen nach außen konkaven Bogen darstellenden Bastpartien ein-

Fig. 3.

Schoenodendron Bücheri Engl. *A* eine Scheinähre mit mehreren ♀ Ährchen. *B* Ährchen mit den drei unteren Brakteen α, β, γ. *C* Pistill mit den am Grunde stehenden winzigen Brakteen, welche auch als Perigonblätter aufgefaßt werden könnten. *D* dieselben Brakteen δ, ε, ζ stärker vergrößert. *E* ein älteres Ährchen mit reifer Frucht, α, β, γ wie in *B*. *F* Frucht mit den am Grunde stehenden winzigen Brakteen. *G* Frucht im Längsschnitt, den Samen zeigend.

genommen, deren einzelne Zellen nur ein minimales Lumen besitzen (Taf. I, Fig. *A*, *B*). Nur schmale Streifen vom Grundgewebe trennen diese Bastpartien voneinander und von einem Kreis von Bündeln, welche mit mächtigen Bastlagen auf der zentripetalen Seite versehen sind. Dann folgt eine Zone etwa von der Breite eines Drittels des Radius, welche fast nur von den dünnwandigen Partien (Hadrom und Leptom) der stark nach außen gebogenen Bündel eingenommen ist (Taf. I, Fig. *B*). Die Bündel grenzen vielfach dicht aneinander oder sind nur durch schmale Partien von Grundgewebe getrennt, dessen Wände schwach bräunlich gefärbt sind. Scharf abgesetzt von diesem bräunlichen Gewebe ist das sehr dünnwandige Rinden-

gewebe, etwa ein Sechstel des Durchmessers breit und in die Blätter übergehend, auch von einzelnen Blattspursträngen durchsetzt.

Während die Blätter am Grunde eine sehr zarte Epidermis und kein mechanisches Gewebe besitzen, sind oberhalb der Basis die Epidermiszellen an beiden Seiten dickwandiger. Ferner ist das ältere Blatt mit einer Reihe von großen, in der Längsrichtung verlaufenden lysigenen Luftkanälen versehen, welche den jungen Blättern fehlen und sich allmählich zwischen den sowohl der konkaven Oberseite wie der konvexen Unterseite der Epidermis anliegenden Baststrängen ausgebildet haben. Den an der Unterseite verlaufenden liegen die Hadromstränge an; die an der Oberseite befindlichen sind hier und da noch durch Partien dazwischenliegenden, sehr dickwandigen Bastgewebes verbunden. Gegen die Blattspitze zu verschwinden die Luftkanäle gänzlich.

Interessant ist der anatomische Bau der Wurzeln. Diese besitzen, solange sie unter dem Schutz der Blattbasen und durch dieselben hindurch verlaufen, ein sehr zartwandiges äußeres Rindengewebe, großenteils bestehend aus radial gestreckten Zellen, deren radiäre Längsausdehnung dem Durchmesser einer darunterliegenden, aus etwa 12 Zellagen bestehenden stereomatischen Schicht entspricht (Taf. I, Fig. *C*). Zwischen letzterer und der Endodermis liegt ein aus sehr dünnwandigen ungleich großen, sich bräunenden Zellen bestehendes Grundgewebe. Der Zentralzylinder besitzt etwa 7 radiäre Hadromgruppen und ein großes Ringgefäß in der Mitte.

Auf den ersten Blick fallen nur die langgestreckten Zellen der äußeren Rinde auf, bei eingehenderer Betrachtung bemerkt man aber auch hier und da 2—3 Querwände, so daß diese physiologisch als Absorptionsgewebe aufzufassende Schicht nicht vollkommen einschichtig ist. Hier und da sind einzelne engere Zellen derselben über die Oberfläche der anderen hinaus als Haare verlängert. Wahrscheinlich ist diese Gewebeschicht sowie das Velamen der Orchideenluftwurzeln nur aus dem Dermatogen hervorgegangen. Doch konnte dies an dem trocknen Material nicht entschieden werden.

Es handelt sich nun darum, festzustellen, ob das eigentümliche Verhalten der Wurzeln, welches wir bei *Schoenodendron* beobachteten, auch anderen Cyperaceen zukommt. Ich untersuchte zunächst *Cephalocarpus dracaenula* Nees und fand davon im Berliner Herbar ein Exemplar, bei welchem der 12 cm lange, 4 mm dicke und bastreiche Stamm von 4—6 Schichten

dicht gestellter Wurzeln umgeben ist (Taf. I, Fig. *D*) und diese von stehengebliebenen Blattscheiden so bedeckt sind, daß von den Wurzeln nichts wahrzunehmen ist. An zwei anderen 20—30 cm hohen Exemplaren jedoch treten mehrfach zwischen den stark zerfaserten Blattscheiden einfache und verzweigte Nebenwurzeln heraus, welche zum Teil sogar frei herunterhängen und nicht dem Stengel anliegen. *Cephalocarpus* wächst eben in nebelreichen Bergwäldern der Provinz Rio Negro am Japura, in denen nach der Angabe von Martius sich eine drei Fuß mächtige Humusschicht angesammelt hat. Bei der größeren Luftfeuchtigkeit erfolgt eine raschere Zersetzung der Blattscheiden, und ebenso begünstigt diese eine reichere Entwicklung von Nebenwurzeln, während bei *Schoenodendron*, welches auf trockenen sonnigen Felsen wächst, die Blattscheiden lange Zeit erhalten bleiben und zusammenschließend eine festere Hülle um die unter ihnen liegenden Wurzeln bilden. Daß bei *Fintelmannia restioides* Kunth, welche an feuchten Felswänden der Tijuca in der Provinz Rio de Janeiro Polster bildend vorkommt, zahlreiche Faserwurzeln am Stamm heraustreten, ist nicht zu verwundern, da eben auch hier die zarten Blattscheiden stark zerstört werden. Der anatomische Bau der Wurzeln von *Cephalocarpus* weicht von demjenigen der Wurzeln von *Schoenodendron* etwas ab. Während wir bei *Schoenodendron* ein zentrales Bündel mit 9—10 Hadromplatten und mit 1—2 großen Gefäßen antreffen, sind bei *Cephalocarpus* in der Mitte 3—4 große Gefäße und keine kleineren sichtbar; ferner finden wir bei dieser Gattung eine auffallend großzellige und dickwandige Endodermis (Taf. II, Fig. *A*). Das Rindengewebe ist an den Wurzeln der mir vorliegenden trocknen Exemplare zerstört.

Von anderen Cyperaceen, bei denen sich ein kräftiger, bis 1 dem über den Boden tretender Stamm entwickelt, ist *Mapania* zu nennen. *M. dolichostachya* K. Schum. ähnelt nach den Angaben der Sammler einem kleinen *Pandanus*. Zenker sammelte diese Art auf steinigem Boden bei Bipindi, Dinklage und Ledermann sammelten sie auf sumpfigem Alluvialwaldboden, ersterer bei Batanga, letzterer bei Ilende. Wir sehen hier am Stamm an dem von Blättern entblößten Teil glatte schwarze, an der Oberfläche glänzende Wurzeln hervorbrechen, an denen erst, wenn sie unter spitzem Winkel absteigend den Boden erreicht haben, horizontal abstehende absorbierende Nebenwurzeln sich entwickeln. An den primären Adventivwurzeln ist ein Drittel der Rinde von sehr englumigen und ziemlich dick-

wandigen Zellen mit dunkelbraun gefärbten Membranen gebildet; die weitlumigere zartwandige und auch mit einigen Haaren versehene Oberhaut ist meistens zerstört und so die primäre Adventivwurzel zu einem Wurzelträger geworden.

Ähnlich ist es bei der am Kamerunberg oberhalb Buea vorkommenden *M. Deistelii* K. Schum., desgleichen bei der auf Java vorkommenden *M. humilis* (Haßk.) Benth. et Hook., jedoch hat diese nicht schwarzglänzende Adventivwurzeln wie die erstgenannte. Von *Scirpodendron costatum* Kurz sah ich nur Exemplare mit kleinem Stammstück, das aber genügt, um zu zeigen, daß hier die Wurzeln sich so wie bei *Mapania* verhalten. So sind also außer *Cephalocarpus* keine Cyperaceen bekannt, welche einen solchen von Blattresten bedeckten Wurzelmantel entwickeln wie *Schoenodendron*.

Die größte Übereinstimmung in den Wachstumsverhältnissen mit *Schoenodendron* zeigen die stammbildenden Velloziaceen, welche bekanntlich als echte Liliifloren von den Cyperaceen systematisch weit abstehen. Sie bilden bisweilen verzweigte Stämme von 1—2 m Höhe und wachsen besonders gern an trockenen, sonnigen Bergabhängen zwischen Steinen, nicht selten nur in schmalen Felsritzen abgerundeter Granitklippen wurzelnd.

Da derartige Standortsbedingungen nur wenigen xerophytischen Pflanzen zusagen, so kommen die Velloziaceen oft gesellig vor, z. B. sah ich selbst solche Gemeinschaften an den trockenen, felsigen Nordabhängen des westlichen Usambaragebirges, an steinigen Hängen bei Mombo in Westusambara, ferner in der Nähe des Frankenwaldes bei Johannesburg und in den Matoppos von Rhodesia. Welwitsch beobachtete auch eine Art, *B. squarrosa* (Welw.), bei Pungo Andongo in Angola an felsigen Abhängen »in thick masses«; ferner eine andere, *B. velutina* (Welw.), auf Sandsteinfelsen am Ufer des Cuansa »plentiful«; von *B. stenophylla* (Baker), welche bei Cusimba zwischen Majombo und Pomangala auf Sandsteinfelsen vorkommt, sagt Welwitsch: »plentiful and in dense clusters«, ferner »the stems are thickly crowded over wide areas«.

Von afrikanischen stammbildenden Arten konnte ich folgende untersuchen: *Barbacenia aequatorialis* (Rendle) Harms — Westusambara, an steinigen Hängen bei Mombo, 550 m ü. M. (Engler n. 3212), auch von da lebend im Botanischen Garten zu Dahlem; Mittel-Pare (Uhlig n. 600); *B. Goetzei*

Harms — Uhehe, am Ruaha-Fluß an trockenen, sonnigen Bergabhängen zwischen Steinen, um 600 m; *B. capillaris* (Welw.) Pax — Huilla in Benguela (Antunes n. 76); *B. splendens* (Rendle) Harms — Mount Malosa im südlichen Nyassaland, um 1300—1600 m (A. Whyte); *B. Wentzeliana* Harms — Unyika, bei Dorf Sante am Samba-Fluß an trockenen Abhängen, um 1200 m (W. Goetze n. 1409).

Bei allen diesen Arten ist der Stamm dicht von Blattbasen bedeckt, welche nicht wie bei *Schoenodendron* eine horizontale Abbruchslinie aufweisen, sondern vielmehr in ein stumpfes, etwas zerrissenes Dreieck endigen. Auf dem Querschnitt der Stämme sieht man wie bei *Schoenodendron* zwischen Stamm und Blättern einen Mantel von 3—4 Lagen dicht aneinander gepreßter, unverzweigter, gerade herunterlaufender Wurzeln. Alle untersuchten Stücke stammen von Ästen aus der oberen Region der Stämme, 4—6 dcm über dem Boden.

An einem alten *Barbacenia*-Stamm unbekannter (aber wahrscheinlich afrikanischer) Provenienz, der 6 dcm lang ist und 5, unten sogar 6 cm Durchmesser hat, konstatiere ich (5 dcm über der Basis) um eine kaum 1 cm dicke Achse einen Wurzelmantel von 1.3 cm Dicke und eine 2—3 mm starke Blätterschicht (Taf. II, Fig. *D*, *E*). An diesem Stamm ist die Wurzelschicht mehrfach von 2 mm dicken, unter einem Winkel von 30° aufsteigenden Ästen unterbrochen, von denen nur einzelne mit ihren Blattresten ein wenig über die Blattreste des Hauptstammes hinwegragen. Auf dem Querschnitt durch diesen Stamm (Taf. II, Fig. *F*) sieht man denselben umgeben von drei Gruppen dicht stehender Adventivwurzeln (rad.), welche den Stamm an Breite übertreffen und ebenso mächtig sind, sodann die Seitenäste (ram), welche auch von Adventivwurzeln umgeben sind.

Die Wurzeln von *Barbacenia aequatorialis*, welche wir lebend untersuchen konnten, besitzen außerhalb des Stereomzylinders eine aus mehreren Schichten dünnwandiger Zellen bestehende äußere Wurzelrinde (Taf. II, Fig. *B*, *C*); die einzelnen Zellen sind mehr oder weniger isodiametrisch und nicht radial gestreckt, wie es bei *Schoenodendron* der Fall ist. Als Beispiele von brasilianischen *Vellozia*-Arten, bei denen ganz dieselben anatomischen Verhältnisse wie bei *Barbacenia* beobachtet werden, will ich anführen die schon am Orinoco vorkommende und in Brasilien auf den Gipfeln der Tijuca bei Rio de Janeiro wachsende *Vellozia candida* Mikan, die zierliche brasilianische *V. abietina* Mart. und die in Minas Geraes vor-

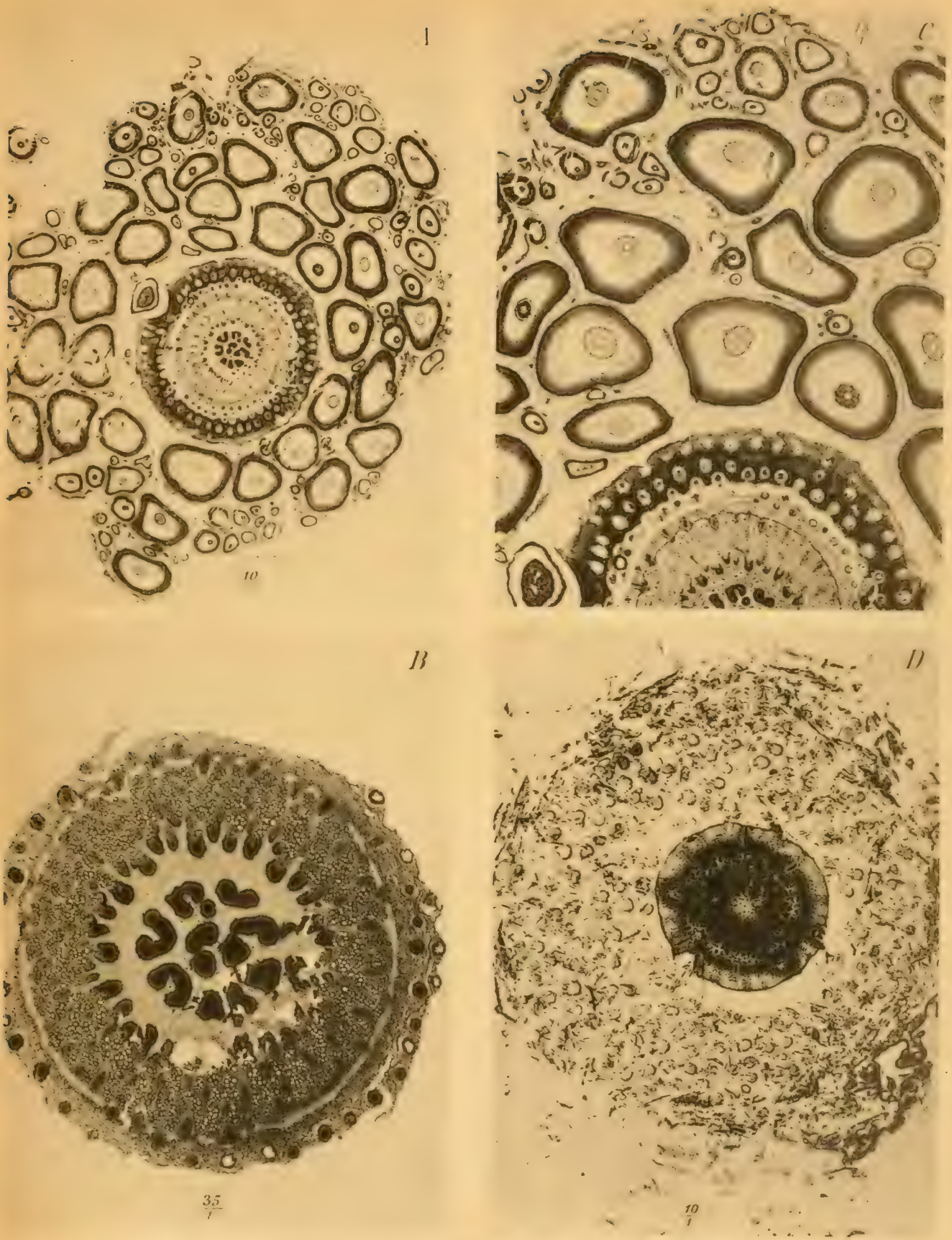
kommende, 2 m hoch werdende *V. compacta* Mart. Auf dem Längsschnitt durch die obersten Äste dieser Art haben wir auch sehr schön die oben beginnenden und nach unten wachsenden Adventivwurzeln gesehen.

Schließlich ist zu bemerken, daß die größeren Eriocaulaceen, wie z. B. der 1 m hohe *Paepalanthus speciosus* Koernicke, nur grundständige Wurzeln entwickeln. Es sind also nur die Cyperaceen *Schoenodendron* und *Cephalocarpus* sowie die Velloziaceen durch einen oberirdischen, unter den Blattbasen verborgenen Wurzelmantel ausgezeichnet.

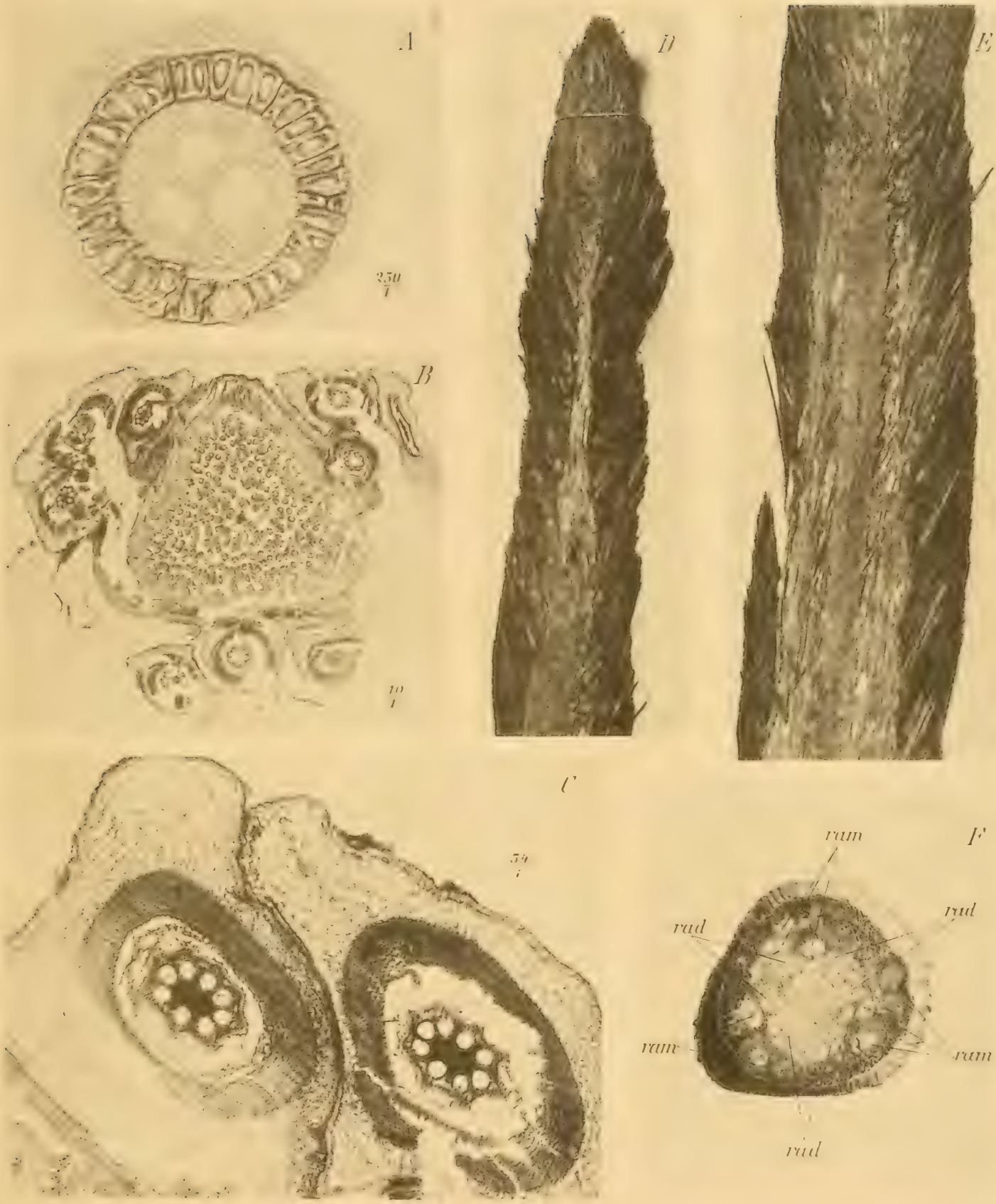
Erklärung der Figuren auf Tafel I und II.

Taf. I, *A—C*: *Schoenodendron Bücheri* Engl. *A.* Querschnitt durch einen oberen Ast (40 cm über der Erde) und die ihn umgebenden Wurzeln sowie deren Seitenwurzeln, $^{10}/_{1}$. *B.* Querschnitt durch den Stamm und die Blätter, 40 cm über der Erde, $^{35}/_{1}$. *C.* Querschnitt wie bei *A*, etwa $^{18}/_{1}$, zeigt sehr schön die Absorptionsschicht der Wurzeln. *D. Cephalocarpus dracaenula* Nees. Querschnitt durch den Stamm und den Wurzelmantel, etwa 15 cm über der Erde, $^{10}/_{1}$; die Blattreste sind beim Präparieren größtenteils herausgefallen.

Taf. II, *A*: *Cephalocarpus dracaenula* Nees. Querschnitt durch das Leitbündel der Wurzel, $^{250}/_{1}$. *B*, *C. Barbacenia aequatorialis* (Rendle) Harms. *B.* Querschnitt durch den Stamm und einige Adventivwurzeln, $^{10}/_{1}$. *C.* Querschnitt durch zwei Adventivwurzeln, $^{54}/_{1}$. *D*, *E.* Längsschnitte durch den Stamm einer unbekannten *Barbacenia*. *F.* Querschnitt durch den Stamm; *rad* die Wurzelschichten, *ram* die nach oben abgehenden Seitenzweige, nat. Gr.



A. Engler und K. Krause: Über den anatomischen Bau der baumartigen Cyperacee Schoenodendron Bücheri Engl. aus Kamerun. Taf. I.



A. Engler und K. Krause: Über den anatomischen Bau der baumartigen Cyperacee Schoenodendron Bücheri Engl. aus Kamerun. Taf. II.

ANHANG.

ABHANDLUNGEN NICHT ZUR AKADEMIE GEHÖRIGER GELEHRTER.

Einundzwanzigstellige Werte der Funktionen Sinus und Cosinus zur genauen Berechnung von zwanzigstelligen Werten sämtlicher trigonometrischen Funktionen eines beliebigen Arguments sowie ihrer Logarithmen.

Berechnet und zusammengestellt

von

Prof. J. PETERS.

Vorgelegt von Hrn. Auwers in der Gesamtsitzung am 19. Januar 1911.
Zum Druck eingereicht am gleichen Tage, ausgegeben am 20. April 1911.

Einleitung.

Als ich bei Bearbeitung der achtstelligen Logarithmentafel die trotz zwölfstelliger Rechnung für die Abkürzung auf acht Dezimalen zweifelhaft gebliebenen Werte einer Neurechnung mit mindestens sechzehn Dezimalen unterziehen wollte[1], hielt ich vergeblich Ausschau nach einem Werk, mit dessen Hilfe man bequem und schnell die Logarithmen oder auch die numerischen Werte der trigonometrischen Funktionen auf sechzehn oder mehr Dezimalstellen ermitteln könnte. Um diese Lücke in der Tafelliteratur auszufüllen, habe ich mit Beihilfe von Hrn. Eckert, dem hierfür mein bester Dank ausgesprochen sein soll, die einundzwanzigstelligen numerischen Werte für Sinus und Cosinus von zehn zu zehn Bogenminuten alter Teilung durch den ganzen Quadranten, ferner die gleichen Werte für jede Bogensekunde des ersten Zehnminutenintervalls, also von 0° 0' bis 0° 10', berechnet und in den beiden folgenden Tabellen zusammengestellt.

Über den Gebrauch der Tafel ist kurz folgendes zu erwähnen. Sinus und Cosinus eines Winkels, der sich als Vielfaches einer ganzen Bogensekunde darstellt, werden durch einfache Multiplikation erhalten aus den Formeln:

$$\sin(\alpha \pm \Delta\alpha) = \sin\alpha \cos\Delta\alpha \pm \cos\alpha \sin\Delta\alpha$$

und

$$\cos(\alpha \pm \Delta\alpha) = \cos\alpha \cos\Delta\alpha \mp \sin\alpha \sin\Delta\alpha.$$

Enthält der Winkel, dessen Funktionen bestimmt werden sollen, noch Bruchteile einer Bogensekunde, so muß zuerst Tafel II mit diesem Bruch-

[1] Näheres hierüber siehe in der Einleitung des kürzlich erschienenen Werkes: J. Bauschinger und J. Peters, Logarithmisch-Trigonometrische Tafeln mit acht Dezimalstellen. Erster Band, Tafel der achtstelligen Logarithmen aller Zahlen von 1 bis 200000. Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig, 1910.

teil interpoliert werden: erst dann wird die Zusammensetzung der aus Tafel I und Tafel II entnommenen Werte nach dem Fundamentaltheorem der goniometrischen Funktionen durchgeführt.

Würde man bei dieser Zusammensetzung stets von dem nächstgelegenen vollen Zehnminutenwert ausgehen, so hätte die zweite Tafel nur bis auf fünf Bogenminuten ausgedehnt zu werden brauchen. Ich habe die Tabulierung bis 10′ durchgeführt, um, außer einem bei Auseinandersetzung der Berechnung der Tangenten angeführten Grunde, durch Ermöglichung einer doppelten Berechnung von Sinus oder Cosinus, nämlich von den beiden einschließenden vollen Zehnminutenwerten aus, eine scharfe Kontrolle für die Richtigkeit der Rechnung darzubieten.

Die Tangente eines beliebigen Winkels läßt sich leicht durch eine Division aus einer der beiden Formeln:

$$\operatorname{tang}(\beta+\Delta\beta)=\frac{\cos 2\Delta\beta-\cos 2\beta}{\sin 2\beta-\sin 2\Delta\beta}=\frac{\sin 2\beta+\sin 2\Delta\beta}{\cos 2\beta+\cos 2\Delta\beta}$$

oder

$$\operatorname{tang}(\beta-\Delta\beta)=\frac{\cos 2\Delta\beta-\cos 2\beta}{\sin 2\beta+\sin 2\Delta\beta}=\frac{\sin 2\beta-\sin 2\Delta\beta}{\cos 2\beta+\cos 2\Delta\beta}$$

ableiten. Durch die Tatsache, daß in den rechten Seiten dieser Gleichungen die Funktionen Sinus und Cosinus des doppelten Inkrements $2\Delta\beta$ vorkommen, wurde die Ausdehnung der Tafel II auf zehn Bogenminuten bedingt.

Liegt die Aufgabe vor, den Logarithmus einer trigonometrischen Funktion mit sechzehn oder mehr Dezimalstellen zu bestimmen, so ist hierfür der zweckmäßigste Weg, zunächst den numerischen Wert der trigonometrischen Funktion nach dem vorstehend auseinandergesetzten Verfahren zu berechnen und dann hierzu vermittels des aus Steinhauser[1] oder Callet[2] oder wegen der Verifizierung am besten aus beiden zu entnehmenden einundzwanzigstelligen Logarithmus einer dem Logarithmanden möglichst nahe gelegenen, mindestens sechsziffrigen Zahl den Logarithmus zu bestimmen nach der in diesem Falle äußerst stark konvergierenden Reihe:

$$\log(n+\Delta n)=\log n+2M\left\{\frac{\Delta n}{2n+\Delta n}+\frac{1}{3}\left(\frac{\Delta n}{2n+\Delta n}\right)^3+\cdots\cdots\right\};$$

[1] Steinhauser, Anton: Hilfstafeln zur präcisen Berechnung zwanzigstelliger Logarithmen zu gegebenen Zahlen und der Zahlen zu zwanzigstelligen Logarithmen. Wien, Carl Gerold's Sohn, 1880.

[2] Callet, François: Tables portatives de logarithmes. Paris, Firmin Didot, 1795.

hierin bezeichnet M den Modul der Briggsschen Logarithmen, dessen erste hundert Vielfache man auf S. 52 dieser Arbeit findet.

Auch für den umgekehrten Fall, den Winkel aus den trigonometrischen Funktionen zu bestimmen, möchte ich hier Rechenvorschriften anführen, obschon zu ihrer Anwendung in der Praxis bedeutend weniger häufig Gelegenheit sein wird. Allen Fällen ist gemeinsam, zunächst zu der gegebenen Funktion mit Hilfe einer sieben- oder besser noch achtstelligen Logarithmentafel einen möglichst guten Näherungswert für den gesuchten Winkel zu ermitteln. Nenne ich diesen Näherungswert γ und den gesuchten Winkel $\gamma + \Delta\gamma$, so gelten zur Bestimmung von $\Delta\gamma$ die Gleichungen:

$$\Delta\gamma = \frac{\sin(\gamma+\Delta\gamma) - \sin\gamma}{\text{arc } 1'' \,(\cos\gamma - \frac{1}{2}\Delta\gamma \text{ arc } 1'' \sin\gamma)}$$

$$\Delta\gamma = \frac{\cos\gamma - \cos(\gamma+\Delta\gamma)}{\text{arc } 1'' \,(\sin\gamma + \frac{1}{2}\Delta\gamma \text{ arc } 1'' \cos\gamma)}$$

$$\Delta\gamma = \frac{\operatorname{tang}(\gamma+\Delta\gamma) - \operatorname{tang}\gamma}{\text{arc } 1'' \,(1 + \operatorname{tang}\gamma \operatorname{tang}(\gamma+\Delta\gamma))}$$

$$\Delta\gamma = \frac{\operatorname{cotg}\gamma - \operatorname{cotg}(\gamma+\Delta\gamma)}{\text{arc } 1'' \,(1 + \operatorname{cotg}\gamma \operatorname{cotg}(\gamma+\Delta\gamma))},$$

je nachdem $\sin(\gamma+\Delta\gamma)$, $\cos(\gamma+\Delta\gamma)$, $\operatorname{tang}(\gamma+\Delta\gamma)$ oder $\operatorname{cotg}(\gamma+\Delta\gamma)$ zur Bestimmung von $\gamma+\Delta\gamma$ gegeben war. Da in den beiden ersten Gleichungen rechts im Nenner die gesuchte Unbekannte $\Delta\gamma$ vorkommt, so kann aus ihnen $\Delta\gamma$ nur durch sukzessive Näherung gewonnen werden, indem man zunächst auf der rechten Seite der Gleichungen im Nenner das Glied mit $\Delta\gamma$ gleich Null annimmt und unter dieser Annahme einen ersten Näherungswert $\Delta\gamma_1$ berechnet. Mit diesem Näherungswert löst man nun die Gleichung nochmals auf und fährt damit so lange fort, bis die Rechnung steht.

Ist der zwanzigstellige Logarithmus einer trigonometrischen Funktion zur Bestimmung des Winkels gegeben, so suche man hierzu zunächst den Numerus auf. Zu diesem Zwecke berechne man mit Hilfe von Callets und Steinhausers Tafeln den einundzwanzigstelligen Logarithmus einer dem gesuchten Numerus $n+\Delta n$ möglichst nahe gelegenen, mindestens sechsziffrigen Zahl n. Dann ergibt sich das gesuchte $n+\Delta n$ aus der Berechnung der folgenden Gleichungen:

$$\delta = \frac{1}{M}\left\{\log(n+\Delta n) - \log n\right\}$$

$$R = 1 + \delta + \frac{\delta^2}{2!} + \frac{\delta^3}{3!} + \cdots\cdots$$

$$n + \Delta n = R \cdot n.$$

Die ersten hundert Vielfache von $\frac{1}{M}$ findet man auf S. 54; sie dienen gleich den Vielfachen von M und arc 1" zur Erleichterung der notwendig werdenden Multiplikationen.

Wenige Zahlenbeispiele sollen das Gesagte erläutern.

1. Beispiel. Die numerischen Werte der trigonometrischen Funktionen des Winkels 30° 21' 57" seien zu bestimmen.

Man entnehme aus Tafel I die Werte:

$$\begin{aligned} \sin 30°\,20' &= 0.50502\ 98415\ 74690\ 018874 \\ \cos 30\ 20 &= 0.86310\ 18822\ 35836\ 339482; \end{aligned}$$

ebenso aus Tafel II:

$$\begin{aligned} \sin 1'\,57'' &= 0.00056\ 72319\ 76480\ 138007 \\ \cos 1\ 57 &= 0.99999\ 98391\ 23929\ 488663; \end{aligned}$$

durch Multiplikation[1] der entsprechenden Faktoren erhält man:

$$\begin{aligned} \sin 30°\,20'\cos 1'\,57'' &= 0.50502\ 97603\ 27473\ 615375 \\ \cos 30\ 20\ \sin 1\ 57 &= 0.00048\ 95789\ 86564\ 360762 \\ \cos 30°\,20'\cos 1'\,57'' &= 0.86310\ 17433\ 83397\ 074442 \\ \sin 30\ 20\ \sin 1\ 57 &= 0.00028\ 64690\ 75217\ 862393; \end{aligned}$$

hieraus ergeben sich

$$\begin{aligned} \sin 30°\,21'\,57'' &= 0.50551\ 93393\ 14037\ 97614 \\ \cos 30\ 21\ 57 &= 0.86281\ 52743\ 08179\ 21205. \end{aligned}$$

Zur Kontrolle rechne man aus:

$$\begin{aligned} \sin 30°\,30' &= 0.50753\ 83629\ 60704\ 168939 \\ \cos 30\ 30 &= 0.86162\ 91604\ 41525\ 745451 \\ \sin 8'\,3'' &= 0.00234\ 16479\ 39754\ 870820 \\ \cos 8\ 3 &= 0.99999\ 72583\ 38704\ 767556 \end{aligned}$$

die Produkte:

$$\begin{aligned} \sin 30°\,30'\cos 8'\,3'' &= 0.50753\ 69714\ 62418\ 593940 \\ \cos 30\ 30\ \sin 8\ 3 &= 0.00201\ 76321\ 48380\ 617803 \\ \cos 30°\,30'\cos 8'\,3'' &= 0.86162\ 67981\ 46205\ 719294 \\ \sin 30\ 30\ \sin 8\ 3 &= 0.00118\ 84761\ 61973\ 492756; \end{aligned}$$

hieraus findet man durch Addition oder Subtraktion, vollständig übereinstimmend mit den früheren Werten:

$$\begin{aligned} \sin 30°\,21'\,57'' &= 0.50551\ 93393\ 14037\ 97614 \\ \cos 30\ 21\ 57 &= 0.86281\ 52743\ 08179\ 21205. \end{aligned}$$

[1] Derartige Multiplikationen werden entweder durch Benutzung von Neperschen Rechenstäbchen ausgeführt, oder besser noch, indem man sich die ersten neun Vielfache des Multiplikanden zuvor niederschreibt.

Ferner ist:

$$\operatorname{tang} 30°\,21'\,57'' = \operatorname{tang}(30°\,20' + 1'\,57'') = \frac{\cos 3'\,54'' - \cos 60°\,40'}{\sin 60°\,40' - \sin 3'\,54''}$$

$$= \frac{0.99999\ 93564\ 95769\ 716872 - 0.48988\ 97182\ 38087\ 001915}{0.87178\ 44136\ 96762\ 376046 - 0.00113\ 44637\ 70452\ 173125}$$

$$= \frac{0.51010\ 96382\ 57682\ 714957}{0.87064\ 99499\ 26310\ 202921} = 0.58589\ 52134\ 56173\ 99317\,.$$

Die Division der vorher erhaltenen Werte von Sinus und Cosinus erzielt die Prüfung dieses Wertes:

$$\operatorname{tang} 30°\,21'\,57'' = \frac{\sin 30°\,21'\,57''}{\cos 30\ 21\ 57} = \frac{0.50551\ 93393\ 14037\ 97614}{0.86281\ 52743\ 08179\ 21205} = 0.58589\ 52134\ 56173\ 99317\,.$$

2. Beispiel. $\log \sin 25°\,46'\,11''.3333\,\cdots\cdots$ zu bestimmen.

Aus Tafel II bestimme man durch Interpolation die Werte:

$$\sin 6'\,11''.3333\,\cdots\cdots = 0.00180\ 02738\ 30074\ 986523$$
$$\cos 6\ 11.3333\,\cdots\cdots = 0.99999\ 83795\ 05755\ 372771$$
$$\sin 3'\,48''.6666\,\cdots\cdots = 0.00110\ 86070\ 57055\ 559474$$
$$\cos 3\ 48.6666\,\cdots\cdots = 0.99999\ 93854\ 95007\ 715113;$$

aus ihnen und den der Tafel I entnommenen Werten für die Argumente $25°40'$ und $25°50'$ ergibt sich, zwiefach gerechnet, in der eben durchgeführten Weise:

$$\sin 25°\,46'\,11''.3333\,\cdots\cdots = 0.43475\ 67232\ 76169\ 07221\,.$$

Da die Beziehung:

$$434757 = 463 \cdot 939$$

besteht, so setze man

$$n + \Delta n = 0.43475\ 70000\ 00000\ 00000$$
$$n = 0.43475\ 67232\ 76169\ 07221;$$

dann findet man der Reihe nach:

$$\Delta n = 0.00000\ 02767\ 23830\ 92779$$
$$2n + \Delta n = 0\ 86951\ 37232\ 76169\ 07221$$
$$\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} = 0.00000\ 03182\ 51251\ 843558$$
$$\frac{1}{3}\left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n}\right)^3 = \qquad\qquad 11$$
$$\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n}\right)^3 + \cdots = 0.00000\ 03182\ 51251\ 843569$$
$$M\left\{\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n}\right)^3 + \cdots\cdots\right\} = 0.00000\ 01382\ 14762\ 534464$$
$$2M\left\{\frac{\Delta n}{2n + \Delta n} + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta n}{2n + \Delta n}\right)^3 + \cdots\cdots\right\} = 0.00000\ 02764\ 29525\ 068928$$
$$\log (n + \Delta n) = 9.63824\ 65832\ 84064\ 057777 - 10$$ (aus Callet u. Steinhauser)
$$\log \sin 25°\,46'\,11''.3333\,\cdots\cdots = \log n = 9.63824\ 63068\ 54538\ 98885 - 10\,.$$

3. Beispiel. Aus $\log \sin(\gamma + \Delta\gamma) = 9.63824\ 63068\ 54538\ 98885 - 10$ sei der Winkel $\gamma + \Delta\gamma$ zu bestimmen.

Man setze

$$\log(n + \Delta n) = 9.63824\ 63068\ 54538\ 98885 - 10$$

und nehme als Näherungswert, dessen einundzwanzigstelligen Logarithmus man, da $434758 = 646 \cdot 673$, mit Callet und Steinhauser bestimmen kann,

$$n = 0.43475\ 80000\ 00000\ 00000;$$

dann findet sich:

$$\log n = 9.63824\ 75822\ 19060\ 931766 - 10$$

$$\log(n + \Delta n) - \log n = -0.00000\ 12753\ 64521\ 942916$$

$$\delta = \frac{1}{M}\left\{\log(n + \Delta n) - \log n\right\} = -0.00000\ 29366\ 35336\ 359236$$

$$R = 1 + \delta + \frac{\delta^2}{2!} + \frac{\delta^3}{3!} + \cdots = 0.99999\ 70633\ 68975\ 550093$$

$$\sin(\gamma + \Delta\gamma) = n + \Delta n = R \cdot n = 0.43475\ 67232\ 76169\ 07221.$$

Als Näherungswert für den gesuchten Winkel nehme ich an:

$$\gamma = 25^\circ 46'\ 11''.332$$

und berechne (nach Beispiel 2)

$$\sin\gamma = 0.43475\ 67174\ 54862\ 908107$$
$$\cos\gamma = 0.90054\ 79424\ 37198\ 898942;$$

dann ist

$$\sin(\gamma + \Delta\gamma) - \sin\gamma = 0.00000\ 00058\ 21306\ 164103$$

$$\frac{\sin(\gamma + \Delta\gamma) - \sin\gamma}{\text{arc } 1''} = 0''.00120\ 07305\ 88043\ 7$$

$$\Delta\gamma_1 = \frac{\sin(\gamma + \Delta\gamma) - \sin\gamma}{\text{arc } 1'' \cos\gamma} = 0.00133\ 33333\ 31254$$

$$\Delta\gamma = \frac{\sin(\gamma + \Delta\gamma) - \sin\gamma}{\text{arc } 1''\left(\cos\gamma - \frac{1}{2}\Delta\gamma_1\ \text{arc } 1''\sin\gamma\right)} = 0.00133\ 33333\ 33334.$$

Dieser Wert ist keiner weiteren Näherung fähig, so daß sich

$$\gamma + \Delta\gamma = 25^\circ 46'\ 11''.33333\ 33333\ 33334$$

ergibt.

Eine Garantie für die Richtigkeit der in Tafel I und Tafel II aufgeführten Werte liegt zunächst in deren Berechnungsart. Für beide Tafeln wurde vorab ein Gerippe hergestellt und dann wurden zwischen diese Hauptwerte alle übrigen Werte nach dem einen oder anderen Verfahren eingeschaltet. Da diese Interpolation stets von den beiden Enden eines Intervalls aus bis zur Mitte des Intervalls gegeneinander geführt wurde, so bewies die Übereinstimmung der beiden auf diese Art erhaltenen Resultate für den mittleren Wert jedes Intervalls die Richtigkeit aller Werte innerhalb dieses

Intervalls einschließlich der beiden Ausgangspunkte. Für Tafel I wurden ferner sämtliche 540 Werte außer nach den Kontrollformeln[1]:

$$\sin \alpha = \cos (30° - \alpha) - \cos (30° + \alpha)$$
$$\cos \alpha = \sin (30° - \alpha) + \sin (30° + \alpha)$$

bis auf 24 Dezimalstellen durch Differenzen bis zur 9. Ordnung einschließlich geprüft. Desgleichen nahm ich eine Differenzenkontrolle der vierundzwanzigstelligen Werte der zweiten Tafel vor. Hier genügte die Berücksichtigung der Differenzen bis zur 4. Ordnung einschließlich. In beiden Fällen ergab sich, daß die Unsicherheit der Werte noch keine zwei Einheiten der 24. Dezimale betrug. Bei der Abkürzung auf 21 Dezimalstellen habe ich dann noch die in der 24. Dezimale auf 499, 500 und 501 ausgehenden Werte einer vollständig unabhängigen Neurechnung unterworfen, so daß alle Werte der beiden Tafeln bis auf eine halbe Einheit der angesetzten 21. Dezimale gesichert sind.

Daß beim Korrekturlesen die allergrößte Sorgfalt verwendet worden, um Übereinstimmung zwischen dem Druck und den Originalrechnungen zu erzielen, ist wohl selbstverständlich.

[1] Diese Formeln können auch, falls man bei doppelter Rechnung (s. Beispiel 1) keine Übereinstimmung erzielt, zweckmäßig verwendet werden, um sich zunächst von der Richtigkeit der aus Tafel I gebrauchten Werte zu überzeugen.

Tafel I.

Einundzwanzigstellige Werte der Funktionen Sinus und Cosinus von 10 zu 10 Bogenminuten.

α	sin α	cos α	
0° 0′	0.00000 00000 00000 000000	1.00000 00000 00000 000000	90° 0′
0 10	0.00290 88779 84361 934424	0.99999 57692 05486 236116	89 50
0 20	0.00581 77313 54993 833955	0.99998 30768 57744 188899	89 40
0 30	0.00872 65354 98373 934965	0.99996 19230 64171 288737	89 30
0 40	0.01163 52658 01397 014603	0.99993 23080 03762 243218	89 20
0 50	0.01454 38976 51582 656770	0.99989 42319 27107 522546	89 10
1 0	0.01745 24064 37283 512819	0.99984 76951 56391 239157	89 0
1 10	0.02036 07675 47893 555195	0.99979 26980 85388 421519	88 50
1 20	0.02326 89563 74056 322272	0.99972 92411 79461 682175	88 40
1 30	0.02617 69483 07873 152611	0.99965 73249 75557 280037	88 30
1 40	0.02908 47187 43111 406889	0.99957 69500 82200 576963	88 20
1 50	0.03199 22430 75412 675724	0.99948 81171 79490 888669	88 10
2 0	0.03489 94967 02500 971646	0.99939 08270 19095 730006	88 0
2 10	0.03780 64550 24390 903444	0.99928 50804 24244 454662	87 50
2 20	0.04071 30934 43595 831135	0.99917 08782 89721 289327	87 40
2 30	0.04361 93873 65335 999782	0.99904 82215 81857 762404	87 30
2 40	0.04652 53121 97746 650418	0.99891 71113 38524 527302	87 20
2 50	0.04943 08433 52086 106298	0.99877 75486 69122 580408	87 10
3 0	0.05233 59562 42943 832722	0.99862 95347 54573 873784	87 0
3 10	0.05524 06262 88448 468679	0.99847 30708 47311 322699	86 50
3 20	0.05814 48289 10475 828539	0.99830 81582 71268 208048	86 40
3 30	0.06104 85395 34856 872037	0.99813 47984 21866 973779	86 30
3 40	0.06395 17335 91585 640795	0.99795 29927 66007 419400	86 20
3 50	0.06685 43865 15027 159612	0.99776 27428 42054 287675	86 10
4 0	0.06975 64737 44125 300776	0.99756 40502 59824 247613	86 0
4 10	0.07265 79707 22610 609620	0.99735 69167 00572 272863	85 50
4 20	0.07555 88528 99208 089588	0.99714 13439 16977 415625	85 40
4 30	0.07845 90957 27844 945033	0.99691 73337 33127 976198	85 30
4 40	0.08135 86746 67858 279994	0.99668 48880 44506 068297	85 20
4 50	0.08425 75651 84202 751204	0.99644 40088 17971 580261	85 10
5 0	0.08715 57427 47658 173558	0.99619 46980 91745 532295	85 0
5 10	0.09005 31828 35037 076295	0.99593 69579 75392 829877	84 50
5 20	0.09294 98609 29392 208130	0.99567 07906 49804 413491	84 40
5 30	0.09584 57525 20223 989589	0.99539 61983 67178 804823	84 30
5 40	0.09874 08331 03687 910778	0.99511 31834 51003 049580	84 20
5 50	0.10163 50781 82801 872850	0.99482 17482 96033 057104	84 10
6 0	0.10452 84632 67653 471400	0.99452 18953 68273 336923	84 0
6 10	0.10742 09638 75607 220033	0.99421 36272 04956 132441	83 50
6 20	0.11031 25555 31511 712372	0.99389 69464 14519 951919	83 40
6 30	0.11320 32137 67906 720724	0.99357 18556 76587 496942	83 30
6 40	0.11609 29141 25230 229676	0.99323 83577 41942 988548	83 20
6 50	0.11898 16321 52025 402856	0.99289 64554 32508 891229	83 10
7 0	0.12186 93434 05147 481113	0.99254 61516 41322 034980	83 0
	cos $(90 - \alpha)$	sin $(90 - \alpha)$	$90 - \alpha$

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	
7° 0′	0.12186 93434 05147 481113	0.99254 61516 41322 034980	83° 0′
7 10	0.12475 60234 49970 610360	0.99218 74493 32509 135608	82 50
7 20	0.12764 16478 60594 597340	0.99182 03515 41261 713513	82 40
7 30	0.13052 61922 20051 591548	0.99144 48613 73810 411145	82 30
7 40	0.13340 96321 20512 691588	0.99106 09820 07398 709353	82 20
7 50	0.13629 19431 63494 474182	0.99066 87166 90256 042861	82 10
8 0	0.13917 31009 60065 444112	0.99026 80687 41570 315084	82 0
8 10	0.14205 30811 31052 403339	0.98985 90415 51459 812522	81 50
8 20	0.14493 18593 07246 737541	0.98944 16385 80944 518974	81 40
8 30	0.14780 94111 29610 618345	0.98901 58633 61916 829810	81 30
8 40	0.15068 57122 49483 119496	0.98858 17194 97111 666549	81 20
8 50	0.15356 07383 28786 245213	0.98813 92106 60075 991994	81 10
9 0	0.15643 44650 40230 869010	0.98768 83405 95137 726190	81 0
9 10	0.15930 68680 67522 581213	0.98722 91131 17374 063460	80 50
9 20	0.16217 79231 05567 443454	0.98676 15321 12579 190787	80 40
9 30	0.16504 76058 60677 648383	0.98628 56015 37231 407825	80 30
9 40	0.16791 58920 50777 082874	0.98580 13254 18459 648801	80 20
9 50	0.17078 27574 05606 792972	0.98530 87078 54009 406609	80 10
10 0	0.17364 81776 66930 348852	0.98480 77530 12208 059367	80 0
10 10	0.17651 21285 88739 108041	0.98429 84651 31929 599749	79 50
10 20	0.17937 45859 37457 375185	0.98378 08485 22558 767372	79 40
10 30	0.18223 55254 92147 456603	0.98325 49075 63954 584555	79 30
10 40	0.18509 49230 44714 607909	0.98272 06467 06413 295749	79 20
10 50	0.18795 27544 00111 872961	0.98217 80704 70630 710965	79 10
11 0	0.19080 89953 76544 812405	0.98162 71834 47663 953497	79 0
11 10	0.19366 36218 05676 120081	0.98106 79902 98892 612287	78 50
11 20	0.19651 66095 32830 125561	0.98050 04957 55979 299250	78 40
11 30	0.19936 79344 17197 181086	0.97992 47046 20829 611881	78 30
11 40	0.20221 75723 32037 931180	0.97934 06217 65551 501510	78 20
11 50	0.20506 54991 64887 463199	0.97874 82521 32414 047528	78 10
12 0	0.20791 16908 17759 337102	0.97814 76007 33805 637929	78 0
12 10	0.21075 61232 07349 492706	0.97753 86726 52191 556548	77 50
12 20	0.21359 87722 65240 032712	0.97692 14730 40070 977324	77 40
12 30	0.21643 96139 38102 879760	0.97629 60071 19933 365971	77 30
12 40	0.21927 86241 87903 305810	0.97566 22801 84214 289418	77 20
12 50	0.22211 57789 92103 332113	0.97502 02975 95250 633395	77 10
13 0	0.22495 10543 43864 998051	0.97437 00647 85235 228540	77 0
13 10	0.22778 44262 52253 497139	0.97371 15872 56170 885418	76 50
13 20	0.23061 58707 42440 178450	0.97304 48705 79823 838833	76 40
13 30	0.23344 53638 55905 411768	0.97236 99203 97676 601834	76 30
13 40	0.23627 28816 50641 314729	0.97168 67424 20880 229805	76 20
13 50	0.23909 84002 01354 340256	0.97099 53424 30205 995055	76 10
14 0	0.24192 18955 99667 722560	0.97029 57262 75996 472306	76 0
	$\cos (90 - \alpha)$	$\sin (90 - \alpha)$	$90 - \alpha$

α	sin α	cos α	
14° 0'	0.24192 18955 99667 722560	0.97029 57262 75996 472306	76° 0'
14 10	0.24474 33439 54323 779998	0.96958 78998 78116 035499	75 50
14 20	0.24756 27213 91386 073075	0.96887 18692 25900 766333	75 40
14 30	0.25038 00040 54441 415886	0.96814 76403 78107 774967	75 30
14 40	0.25319 51681 04801 739278	0.96741 52194 62863 933304	75 20
14 50	0.25600 81897 21705 804030	0.96667 46126 77614 021304	75 10
15 0	0.25881 90451 02520 762349	0.96592 58262 89068 286750	75 0
15 10	0.26162 77104 62943 565964	0.96516 88666 33149 418923	74 50
15 20	0.26443 41620 37202 219124	0.96440 37401 14938 936626	74 40
15 30	0.26723 83760 78256 874793	0.96363 04532 08622 991022	74 30
15 40	0.27004 03288 58000 772346	0.96284 90124 57437 583722	74 20
15 50	0.27283 99966 67461 015048	0.96205 94244 73613 200622	74 10
16 0	0.27563 73558 16999 185650	0.96126 16959 38318 861916	74 0
16 10	0.27843 23826 36511 798364	0.96045 58336 01605 588798	73 50
16 20	0.28122 50534 75630 585557	0.95964 18442 82349 287299	73 40
16 30	0.28401 53447 03922 617444	0.95881 97348 68193 049761	73 30
16 40	0.28680 32327 11090 253103	0.95798 95123 15488 874437	73 20
16 50	0.28958 86939 07170 921108	0.95715 11836 49238 803695	73 10
17 0	0.29237 17047 22736 728097	0.95630 47559 63035 481339	73 0
17 10	0.29515 22416 09093 893589	0.95545 02364 19002 129541	72 50
17 20	0.29793 02810 38482 009348	0.95458 76322 47731 945903	72 40
17 30	0.30070 57995 04273 121623	0.95371 69507 48226 921144	72 30
17 40	0.30347 87735 21170 634575	0.95283 81992 87836 077947	72 20
17 50	0.30624 91796 25408 033205	0.95195 13853 02193 131480	72 10
18 0	0.30901 69943 74947 424102	0.95105 65162 95153 572116	72 0
18 10	0.31178 21943 49677 892334	0.95015 35998 38731 170898	71 50
18 20	0.31454 47561 51613 672802	0.94924 26435 73033 908261	71 40
18 30	0.31730 46564 05092 134377	0.94832 36552 06199 326589	71 30
18 40	0.32006 18717 56971 575157	0.94739 66425 14329 307115	71 20
18 50	0.32281 63788 76828 827146	0.94646 16133 41424 271744	71 10
19 0	0.32556 81544 57156 668714	0.94551 85755 99316 810348	71 0
19 10	0.32831 71752 13561 043139	0.94456 75372 67604 734089	70 50
19 20	0.33106 34178 84958 081585	0.94360 85063 93583 555339	70 40
19 30	0.33380 68592 33770 928828	0.94264 14910 92178 394777	70 30
19 40	0.33654 74760 46126 370090	0.94166 64995 45875 316224	70 20
19 50	0.33928 52451 32051 257284	0.94068 35400 04652 089810	70 10
20 0	0.34202 01433 25668 733044	0.93969 26207 85908 384054	70 0
20 10	0.34475 21474 85394 250851	0.93869 37502 74395 387444	69 50
20 20	0.34748 12344 94131 389611	0.93768 69369 22144 860118	69 40
20 30	0.35020 73812 59467 461026	0.93667 21892 48397 616250	69 30
20 40	0.35293 05647 13868 908097	0.93564 95158 39531 437727	69 20
20 50	0.35565 07618 14876 493116	0.93461 89253 48988 419756	69 10
21 0	0.35836 79495 45300 273484	0.93358 04264 97201 748990	69 0
	cos (90 — α)	sin (90 — α)	90 — α

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	
21° 0′	0.35836 79495 45300 273484	0.93358 04264 97201 748990	69° 0′
21 10	0.36108 21049 13414 363715	0.93253 40280 71521 914808	68 50
21 20	0.36379 32049 53151 481968	0.93147 97389 26142 354365	68 40
21 30	0.36650 12267 24297 279474	0.93041 75679 82024 532045	68 30
21 40	0.36920 61473 12684 451200	0.92934 75242 26822 453955	68 20
21 50	0.37190 79438 30386 626114	0.92826 96167 14806 618088	68 10
22 0	0.37460 65934 15912 035415	0.92718 38545 66787 400806	68 0
22 10	0.37730 20732 34396 957079	0.92609 02469 70037 880295	67 50
22 20	0.37999 43604 77798 935091	0.92498 88031 78216 097629	67 40
22 30	0.38268 34323 65089 771728	0.92387 95325 11286 756128	67 30
22 40	0.38536 92661 42448 291257	0.92276 24443 55442 359639	67 20
22 50	0.38805 18390 83452 873418	0.92163 75481 63023 790437	67 10
23 0	0.39073 11284 89273 755062	0.92050 48534 52440 327397	67 0
23 10	0.39340 71116 88865 098325	0.91936 43698 08089 105132	66 50
23 20	0.39607 97660 39156 823696	0.91821 61068 80274 014759	66 40
23 30	0.39874 90689 25246 206372	0.91706 00743 85124 046995	66 30
23 40	0.40141 49977 60589 234271	0.91589 62821 04511 078267	66 20
23 50	0.40407 75299 87191 726085	0.91472 47398 85967 100530	66 10
24 0	0.40673 66430 75800 207754	0.91354 54576 42600 895502	66 0
24 10	0.40939 23145 26092 545754	0.91235 84453 53014 154009	65 50
24 20	0.41204 45218 66868 335573	0.91116 37130 61217 041159	65 40
24 30	0.41469 32426 56239 043773	0.90996 12708 76543 208055	65 30
24 40	0.41733 84544 81817 902030	0.90875 11289 73564 250770	65 20
24 50	0.41998 01349 60909 551540	0.90753 32975 92003 617301	65 10
25 0	0.42261 82617 40699 436187	0.90630 77870 36649 963243	65 0
25 10	0.42525 28124 98442 942873	0.90507 46076 77269 956893	64 50
25 20	0.42788 37649 41654 287411	0.90383 37699 48520 534557	64 40
25 30	0.43051 10968 08295 144376	0.90258 52843 49860 606763	64 30
25 40	0.43313 47858 66963 019326	0.90132 91614 45462 216157	64 20
25 50	0.43575 48099 17079 361793	0.90006 54118 64121 147824	64 10
26 0	0.43837 11467 89077 417453	0.89879 40462 99166 992782	64 0
26 10	0.44098 37743 44589 817890	0.89751 50755 08372 665424	63 50
26 20	0.44359 26704 76635 906365	0.89622 85103 13863 375664	63 40
26 30	0.44619 78131 09808 797997	0.89493 43616 02025 056560	63 30
26 40	0.44879 91802 00462 172785	0.89363 26403 23412 248193	63 20
26 50	0.45139 67497 36896 799885	0.89232 33574 92655 438572	63 10
27 0	0.45399 04997 39546 791560	0.89100 65241 88367 862360	63 0
27 10	0.45658 04082 61165 585239	0.88968 21515 53051 758199	62 50
27 20	0.45916 64533 87011 652090	0.88835 02507 93004 085439	62 40
27 30	0.46174 86132 35033 930563	0.88701 08331 78221 701055	62 30
27 40	0.46432 68659 56056 983310	0.88566 39100 42305 997566	62 20
27 50	0.46690 11897 33965 875928	0.88430 94927 82367 002760	62 10
28 0	0.46947 15627 85890 775959	0.88294 75928 58926 942032	62 0
	$\cos (90 - \alpha)$	$\sin (90 - \alpha)$	$90 - \alpha$

α	sin α	cos α	
28° 0'	0.46947 15627 85890 775959	0.88294 75928 58926 942032	62° 0'
28 10	0.47203 79633 62391 270584	0.88157 82217 95823 264153	61 50
28 20	0.47460 03697 47640 401444	0.88020 13911 80111 131294	61 40
28 30	0.47715 87602 59608 415049	0.87881 71126 61965 374130	61 30
28 40	0.47971 31132 50246 227198	0.87742 53979 54581 912845	61 20
28 50	0.48226 34071 05668 599878	0.87602 62588 34078 644885	61 10
29 0	0.48480 96202 46337 029075	0.87461 97071 39395 800285	61 0
29 10	0.48735 17311 27242 341963	0.87320 57547 72195 765423	60 50
29 20	0.48988 97182 38087 001915	0.87178 44136 96762 376046	60 40
29 30	0.49242 35601 03467 119799	0.87035 56959 39899 680416	60 30
29 40	0.49495 32352 83054 170025	0.86891 96135 90830 173437	60 20
29 50	0.49747 87223 71776 409791	0.86747 61788 01092 502620	60 10
30 0	0.50000 00000 00000 000000	0.86602 54037 84438 646764	60 0
30 10	0.50251 70468 33709 826325	0.86456 73008 16730 568196	59 50
30 20	0.50502 98415 74690 018874	0.86310 18822 35836 339482	59 40
30 30	0.50753 83629 60704 168939	0.86162 91604 41525 745451	59 30
30 40	0.51004 25897 65675 241303	0.86014 91478 95365 361443	59 20
30 50	0.51254 25007 99865 180583	0.85866 18571 20613 108652	59 10
31 0	0.51503 80749 10054 210082	0.85716 73007 02112 287465	59 0
31 10	0.51752 92909 79719 821641	0.85566 54912 86185 089690	58 50
31 20	0.52001 61279 29215 454977	0.85415 64415 80525 590574	58 40
31 30	0.52249 85647 15948 864988	0.85264 01643 54092 221519	58 30
31 40	0.52497 65803 34560 175518	0.85111 66724 36999 724405	58 20
31 50	0.52745 01538 17099 618084	0.84958 59787 20410 588429	58 10
32 0	0.52991 92642 33204 954047	0.84804 80961 56425 970386	58 0
32 10	0.53238 38906 90278 578734	0.84650 30377 57976 099316	57 50
32 20	0.53484 40123 33664 306018	0.84495 08165 98710 166431	57 40
32 30	0.53729 96083 46823 831841	0.84339 14458 12885 701273	57 30
32 40	0.53975 06579 51512 875212	0.84182 49385 95257 435021	57 20
32 50	0.54219 71404 07956 995169	0.84025 13082 00965 651901	57 10
33 0	0.54463 90350 15027 082224	0.83867 05679 45424 029638	57 0
33 10	0.54707 63211 10414 522814	0.83708 27312 04206 969893	56 50
33 20	0.54950 89780 70806 035263	0.83548 78114 12936 419654	56 40
33 30	0.55193 69853 12058 175782	0.83388 58220 67168 184523	56 30
33 40	0.55436 03222 89371 513035	0.83227 67767 22277 734869	56 20
33 50	0.55677 89684 97464 469785	0.83066 06889 93345 505812	56 10
34 0	0.55919 29034 70746 830160	0.82903 75725 55041 692006	56 0
34 10	0.56160 21067 83492 911070	0.82740 74411 41510 538204	55 50
34 20	0.56400 65580 50014 396298	0.82577 03085 46254 126569	55 40
34 30	0.56640 62369 24832 831822	0.82412 61886 22015 661730	55 30
34 40	0.56880 11231 02851 780886	0.82247 50952 80662 254563	55 20
34 50	0.57119 11963 19528 637388	0.82081 70424 93067 205690	55 10
35 0	0.57357 64363 51046 096108	0.81915 20442 88991 789684	55 0
	cos $(90-\alpha)$	sin $(90-\alpha)$	$90-\alpha$

α	sin α	cos α	
35° 0′	0.57357 64363 51046 096108	0.81915 20442 88991 789684	55° 0′
35 10	0.57595 68230 14483 278337	0.81748 01147 56966 541006	54 50
35 20	0.57833 23361 67986 511461	0.81580 12680 44172 042639	54 40
35 30	0.58070 29557 10939 761050	0.81411 55183 56319 218466	54 30
35 40	0.58306 86615 84134 714008	0.81242 28799 57529 130381	54 20
35 50	0.58542 94337 69940 511350	0.81072 33671 70212 281159	54 10
36 0	0.58778 52522 92473 129169	0.80901 69943 74947 424102	54 0
36 10	0.59013 60972 17764 406356	0.80730 37760 10359 880496	53 50
36 20	0.59248 19486 53930 717648	0.80558 37265 72999 365894	53 40
36 30	0.59482 27867 51341 290569	0.80385 68606 17217 326271	53 30
36 40	0.59715 85917 02786 164852	0.80212 31927 55043 785083	53 20
36 50	0.59948 93437 43643 792904	0.80038 27376 56063 702276	53 10
37 0	0.60181 50231 52048 279918	0.79863 55100 47292 846284	53 0
37 10	0.60413 56102 49056 262190	0.79688 15247 13053 180076	52 50
37 20	0.60645 10853 98813 422256	0.79512 07964 94847 762300	52 40
37 30	0.60876 14290 08720 639416	0.79335 33402 91235 164580	52 30
37 40	0.61106 66215 29599 774262	0.79157 91710 57703 406041	52 20
37 50	0.61336 66434 55859 085782	0.78979 83038 06543 406113	52 10
38 0	0.61566 14753 25658 279669	0.78801 07536 06721 956694	52 0
38 10	0.61795 10977 21073 186408	0.78621 65355 83754 214749	51 50
38 20	0.62023 54912 68260 067774	0.78441 56649 19575 716415	51 40
38 30	0.62251 46366 37619 550336	0.78260 81568 52413 913700	51 30
38 40	0.62478 85145 43960 184581	0.78079 40266 76659 234869	51 20
38 50	0.62705 71057 46661 628279	0.77897 32897 42735 669595	51 10
39 0	0.62932 03910 49837 452706	0.77714 59614 56970 879980	51 0
39 10	0.63157 83513 02497 570344	0.77531 20572 81465 838542	50 50
39 20	0.63383 09673 98710 282690	0.77347 15927 33963 994273	50 40
39 30	0.63607 82202 77763 946799	0.77162 45833 87719 067867	50 30
39 40	0.63832 00909 24328 259190	0.76977 10448 71367 777245	50 20
39 50	0.64055 65603 68615 155757	0.76791 09928 68788 594471	50 10
40 0	0.64278 76096 86539 326323	0.76604 44431 18978 035202	50 0
40 10	0.64501 32199 99878 342465	0.76417 14114 15912 981769	49 50
40 20	0.64723 33724 76432 397282	0.76229 19136 08417 941039	49 40
40 30	0.64944 80483 30183 655726	0.76040 59656 00030 938175	49 30
40 40	0.65165 72288 21455 214165	0.75851 35833 48868 947431	49 20
40 50	0.65386 08952 57069 667826	0.75661 47828 67492 861128	49 10
41 0	0.65605 90289 90507 284782	0.75470 95802 22771 997943	49 0
41 10	0.65825 16114 22063 785141	0.75279 79915 35748 151663	48 50
41 20	0.66043 86239 99007 724093	0.75088 00329 81499 181554	48 40
41 30	0.66262 00482 15737 477503	0.74895 57207 89002 145503	48 30
41 40	0.66479 58656 13937 828709	0.74702 50712 40995 977081	48 20
41 50	0.66696 60577 82736 155193	0.74508 81006 73843 707698	48 10
42 0	0.66913 06063 58858 213826	0.74314 48254 77394 235015	48 0
	cos (90 — α)	sin (90 — α)	90 — α

α	sin α	cos α	
42° 0′	0.66913 06063 58858 213826	0.74314 48254 77394 235015	48° 0′
42 10	0.67128 94930 26783 523342	0.74119 52620 94843 638774	47 50
42 20	0.67344 26995 18900 342749	0.73923 94270 22596 045235	47 40
42 30	0.67559 02076 15660 244348	0.73727 73368 10124 041384	47 30
42 40	0.67773 19991 45732 280070	0.73530 90080 59828 640093	47 20
42 50	0.67986 80559 86156 739805	0.73333 44574 26898 797428	47 10
43 0	0.68199 83600 62498 500442	0.73135 37016 19170 483288	47 0
43 10	0.68412 28933 48999 964310	0.72936 67573 96985 306557	46 50
43 20	0.68624 16378 68733 585730	0.72737 36415 73048 695987	46 40
43 30	0.68835 45756 93753 984389	0.72537 43710 12287 637993	46 30
43 40	0.69046 16889 45249 644248	0.72336 89626 31707 972570	46 20
43 50	0.69256 29597 93694 196691	0.72135 74334 00251 248542	46 10
44 0	0.69465 83704 58997 286656	0.71933 98003 38651 139356	46 0
44 10	0.69674 79032 10655 020451	0.71731 60805 19289 420624	45 50
44 20	0.69883 15403 67899 993988	0.71528 62910 66051 510647	45 40
44 30	0.70090 92642 99850 900173	0.71325 04491 54181 575136	45 30
44 40	0.70298 10574 25661 714180	0.71120 85720 10137 197349	45 20
44 50	0.70504 69022 14670 455340	0.70916 06769 11443 614893	45 10
45 0	0.70710 67811 86547 524401	0.70710 67811 86547 524401	45 0
	cos $(90 - \alpha)$	sin $(90 - \alpha)$	$90 - \alpha$

Tafel II.

Einundzwanzigstellige Werte der Funktionen Sinus und Cosinus nebst ihren Differenzen für jede Bogensekunde von 0° 0′ bis 0° 10′.

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
0′ 0″	0.00000 00000 00000 000000			
		48481 36811 076368	0	113953
1	0.00000 48481 36811 076368	48481 36810 962415	113953	113952
2	0.00000 96962 73622 038783	48481 36810 734510	227905	113954
3	0.00001 45444 10432 773293	48481 36810 392651	341859	113951
4	0.00001 93925 47243 165944	48481 36809 936841	455810	113953
0 5	0.00002 42406 84053 102785	48481 36809 367078	569763	113954
6	0.00002 90888 20862 469863	48481 36808 683361	683717	113952
7	0.00003 39369 57671 153224	48481 36807 885692	797669	113952
8	0.00003 87850 94479 038916	48481 36806 974071	911621	113953
9	0.00004 36332 31286 012987	48481 36805 948497	1 025574	113954
0 10	0.00004 84813 68091 961484	48481 36804 808969	1 139528	113951
11	0.00005 33295 04896 770453	48481 36803 555490	1 253479	113953
12	0.00005 81776 41700 325943	48481 36802 188058	1 367432	113954
13	0.00006 30257 78502 514001	48481 36800 706672	1 481386	113951
14	0.00006 78739 15303 220673	48481 36799 111335	1 595337	113953
0 15	0.00007 27220 52102 332008	48481 36797 402045	1 709290	113954
16	0.00007 75701 88899 734053	48481 36795 578801	1 823244	113952
17	0.00008 24183 25695 312854	48481 36793 641605	1 937196	113952
18	0.00008 72664 62488 954459	48481 36791 590457	2 051148	113953
19	0.00009 21145 99280 544916	48481 36789 425356	2 165101	113953
0 20	0.00009 69627 36069 970272	48481 36787 146302	2 279054	113953
21	0.00010 18108 72857 116574	48481 36784 753295	2 393007	113952
22	0.00010 66590 09641 869869	48481 36782 246336	2 506959	113952
23	0.00011 15071 46424 116205	48481 36779 625425	2 620911	113955
24	0.00011 63552 83203 741630	48481 36776 890559	2 734866	113951
0 25	0.00012 12034 19980 632189	48481 36774 041742	2 848817	113953
26	0.00012 60515 56754 673931	48481 36771 078972	2 962770	113953
27	0.00013 08996 93525 752903	48481 36768 002249	3 076723	113952
28	0.00013 57478 30293 755152	48481 36764 811574	3 190675	113954
29	0.00014 05959 67058 566726	48481 36761 506945	3 304629	113951
0 30	0.00014 54441 03820 073671	48481 36758 088365	3 418580	113953
31	0.00015 02922 40578 162036	48481 36754 555832	3 532533	113954
32	0.00015 51403 77332 717868	48481 36750 909345	3 646487	113952
33	0.00015 99885 14083 627213	48481 36747 148906	3 760439	113953
34	0.00016 48366 50830 776119	48481 36743 274514	3 874392	113952
0 35	0.00016 96847 87574 050633	48481 36739 286170	3 988344	113952
36	0.00017 45329 24313 336803	48481 36735 183874	4 102296	113955
37	0.00017 93810 61048 520677	48481 36730 967623	4 216251	113951
38	0.00018 42291 97779 488300	48481 36726 637421	4 330202	113953
39	0.00018 90773 34506 125721	48481 36722 193266	4 444155	113952
0 40	0.00019 39254 71228 318987		4 558107	

$\Delta\alpha$	$\cos \Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
0′ 0″	1.00000 00000 00000 000000			
		11752 215270	23504 430540	2
1	0.99999 99999 88247 784730		23504 430538	
		35256 645808		0
2	0.99999 99999 52991 138922		23504 430538	
		58761 076346		1
3	0.99999 99998 94230 062576		23504 430537	
		82265 506883		3
4	0.99999 99998 11964 555693		23504 430534	
		1 05769 937417		1
0 5	0.99999 99997 06194 618276		23504 430533	
		1 29274 367950		4
6	0.99999 99995 76920 250326		23504 430529	
		1 52778 798479		4
7	0.99999 99994 24141 451847		23504 430525	
		1 76283 229004		4
8	0.99999 99992 47858 222843		23504 430521	
		1 99787 659525		3
9	0.99999 99990 48070 563318		23504 430518	
		2 23292 090043		8
0 10	0.99999 99988 24778 473275		23504 430510	
		2 46796 520553		3
11	0.99999 99985 77981 952722		23504 430507	
		2 70300 951060		9
12	0.99999 99983 07681 001662		23504 430498	
		2 93805 381558		5
13	0.99999 99980 13875 620104		23504 430493	
		3 17309 812051		8
14	0.99999 99976 96565 808053		23504 430485	
		3 40814 242536		8
0 15	0.99999 99973 55751 565517		23504 430477	
		3 64318 673013		9
16	0.99999 99969 91432 892504		23504 430468	
		3 87823 103481		9
17	0.99999 99966 03609 789023		23504 430459	
		4 11327 533940		9
18	0.99999 99961 92282 255083		23504 430450	
		4 34831 964390		10
19	0.99999 99957 57450 290693		23504 430440	
		4 58336 394830		13
0 20	0.99999 99952 99113 895863		23504 430427	
		4 81840 825257		9
21	0.99999 99948 17273 070606		23504 430418	
		5 05345 255675		12
22	0.99999 99943 11927 814931		23504 430406	
		5 28849 686081		14
23	0.99999 99937 83078 128850		23504 430392	
		5 52354 116473		12
24	0.99999 99932 30724 012377		23504 430380	
		5 75858 546853		13
0 25	0.99999 99926 54865 465524		23504 430367	
		5 99362 977220		15
26	0.99999 99920 55502 488304		23504 430352	
		6 22867 407572		14
27	0.99999 99914 32635 080732		23504 430338	
		6 46371 837910		16
28	0.99999 99907 86263 242822		23504 430322	
		6 69876 268232		15
29	0.99999 99901 16386 974590		23504 430307	
		6 93380 698539		17
0 30	0.99999 99894 23006 276051		23504 430290	
		7 16885 128829		16
31	0.99999 99887 06121 147222		23504 430274	
		7 40389 559103		18
32	0.99999 99879 65731 588119		23504 430256	
		7 63893 989359		18
33	0.99999 99872 01837 598760		23504 430238	
		7 87398 419597		18
34	0.99999 99864 14439 179163		23504 430220	
		8 10902 849817		19
0 35	0.99999 99856 03536 329346		23504 430201	
		8 34407 280018		20
36	0.99999 99847 69129 049328		23504 430181	
		8 57911 710199		20
37	0.99999 99839 11217 339129		23504 430161	
		8 81416 140360		21
38	0.99999 99830 29801 198769		23504 430140	
		9 04920 570500		22
39	0.99999 99821 24880 628269		23504 430118	
		9 28425 000618		20
0 40	0.99999 99811 96455 627651		23504 430098	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
0' 40"	0.00019 39254 71228 318987			
		48481 36717 635159	4 558107	
41	0.00019 87736 07945 954146			113955
		48481 36712 963097	4 672062	
42	0.00020 36217 44658 917243			113950
		48481 36708 177085	4 786012	
43	0.00020 84698 81367 094328			113954
		48481 36703 277119	4 899966	
44	0.00021 33180 18070 371447			113953
		48481 36698 263200	5 013919	
0 45	0.00021 81661 54768 634647			113952
		48481 36693 135329	5 127871	
46	0.00022 30142 91461 769976			113953
		48481 36687 893505	5 241824	
47	0.00022 78624 28149 663481			113952
		48481 36682 537729	5 355776	
48	0.00023 27105 64832 201210			113954
		48481 36677 067999	5 469730	
49	0.00023 75587 01509 269209			113952
		48481 36671 484317	5 583682	
0 50	0.00024 24068 38180 753526			113952
		48481 36665 786683	5 697634	
51	0.00024 72549 74846 540209			113954
		48481 36659 975095	5 811588	
52	0.00025 21031 11506 515304			113952
		48481 36654 049555	5 925540	
53	0.00025 69512 48160 564859			113953
		48481 36648 010062	6 039493	
54	0.00026 17993 84808 574921			113952
		48481 36641 856617	6 153445	
0 55	0.00026 66475 21450 431538			113953
		48481 36635 589219	6 267398	
56	0.00027 14956 58086 020757			113953
		48481 36629 207868	6 381351	
57	0.00027 63437 94715 228625			113952
		48481 36622 712564	6 495304	
58	0.00028 11919 31337 941189			113953
		48481 36616 103308	6 609256	
59	0.00028 60400 67954 044497			113952
		48481 36609 380099	6 723209	
1 0	0.00029 08882 04563 424596			113954
		48481 36602 542938	6 837161	
1	0.00029 57363 41165 967534			113951
		48481 36595 591823	6 951115	
2	0.00030 05844 77761 559357			113955
		48481 36588 516757	7 075066	
3	0.00030 54326 14350 086114			113950
		48481 36581 347736	7 169021	
4	0.00031 02807 50931 433850			113955
		48481 36574 054765	7 292971	
1 5	0.00031 51288 87505 488615			113952
		48481 36566 647839	7 406926	
6	0.00031 99770 24072 136454			113951
		48481 36559 126961	7 520878	
7	0.00032 48251 60631 263415			113955
		48481 36551 492132	7 634829	
8	0.00032 96732 97182 755547			113952
		48481 36543 743348	7 748784	
9	0.00033 45214 33726 498895			113953
		48481 36535 880612	7 862736	
1 10	0.00033 93695 70262 379507			113951
		48481 36527 903923	7 976689	
11	0.00034 42177 06790 283430			113954
		48481 36519 813283	8 090640	
12	0.00034 90658 43310 096713			113953
		48481 36511 608689	8 204594	
13	0.00035 39139 79821 705402			113952
		48481 36503 290142	8 318547	
14	0.00035 87621 16324 995544			113954
		48481 36494 857643	8 432499	
1 15	0.00036 36102 52819 853187			113950
		48481 36486 311190	8 546453	
16	0.00036 84583 89306 164377			113955
		48481 36477 650787	8 660403	
17	0.00037 33065 25783 815164			113952
		48481 36468 876429	8 774358	
18	0.00037 81546 62252 691593			113953
		48481 36459 988119	8 888310	
19	0.00038 30027 98712 679712			113952
		48481 36450 985856	9 002263	
1 20	0.00038 78509 35163 665568		9 116215	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
0′ 40″	0.99999 99811 96455 627651			
		9 51929 430716	23504 430098	23
41	0.99999 99802 44526 196935		23504 430075	
		9 75433 860791		24
42	0.99999 99792 69092 336144		23504 430051	
		9 98938 290842		22
43	0.99999 99782 70154 045302		23504 430029	
		10 22442 720871		25
44	0.99999 99772 47711 324431		23504 430004	
		10 45947 150875		24
0 45	0.99999 99762 01764 173556			
		10 69451 580855	23504 429980	26
46	0.99999 99751 32312 592701		23504 429954	
		10 92956 010809		25
47	0.99999 99740 39356 581892		23504 429929	
		11 16460 440738		26
48	0.99999 99729 22896 141154		23504 429903	
		11 39964 870641		28
49	0.99999 99717 82931 270513		23504 429875	
		11 63469 300516		26
0 50	0.99999 99706 19461 969997			
		11 86973 730365	23504 429849	28
51	0.99999 99694 32488 239632		23504 429821	
		12 10478 160186		30
52	0.99999 99682 22010 079446		23504 429791	
		12 33982 589977		27
53	0.99999 99669 88027 489469		23504 429764	
		12 57487 019741		31
54	0.99999 99657 30540 469728		23504 429733	
		12 80991 449474		29
0 55	0.99999 99644 49549 020254			
		13 04495 879178	23504 429704	31
56	0.99999 99631 45053 141076		23504 429673	
		13 28000 308851		32
57	0.99999 99618 17052 832225		23504 429641	
		13 51504 738492		31
58	0.99999 99604 65548 093733		23504 429610	
		13 75009 168102		32
59	0.99999 99590 90538 925631		23504 429578	
		13 98513 597680		34
1 0	0.99999 99576 92025 327951			
		14 22018 027224	23504 429544	33
1	0.99999 99562 70007 300727		23504 429511	
		14 45522 456735		33
2	0.99999 99548 24484 843992		23504 429478	
		14 69026 886213		36
3	0.99999 99533 55457 957779		23504 429442	
		14 92531 315655		34
4	0.99999 99518 62926 642124		23504 429408	
		15 16035 745063		36
1 5	0.99999 99503 46890 897061			
		15 39540 174435	23504 429372	36
6	0.99999 99488 07350 722626		23504 429336	
		15 63044 603771		38
7	0.99999 99472 44306 118855		23504 429298	
		15 86549 033069		35
8	0.99999 99456 57757 085786		23504 429263	
		16 10053 462332		40
9	0.99999 99440 47703 623454		23504 429223	
		16 33557 891555		37
1 10	0.99999 99424 14145 731899			
		16 57062 320741	23504 429186	39
11	0.99999 99407 57083 411158		23504 429147	
		16 80566 749888		40
12	0.99999 99390 76516 661270		23504 429107	
		17 04071 178995		41
13	0.99999 99373 72445 482275		23504 429066	
		17 27575 608061		39
14	0.99999 99356 44869 874214		23504 429027	
		17 51080 037088		41
1 15	0.99999 99338 93789 837126			
		17 74584 466074	23504 428986	43
16	0.99999 99321 19205 371052		23504 428943	
		17 98088 895017		42
17	0.99999 99303 21116 476035		23504 428901	
		18 21593 323918		43
18	0.99999 99284 99523 152117		23504 428858	
		18 45097 752776		42
19	0.99999 99266 54425 399341		23504 428816	
		18 68602 181592		45
1 20	0.99999 99247 85823 217749		23504 428771	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
1′ 20″	0.00038 78509 35163 665568			
		48481 36441 869641	9 116215	
21	0.00039 26990 71605 535209			113953
		48481 36432 639473	9 230168	
22	0.00039 75472 08038 174682			113953
		48481 36423 295352	9 344121	
23	0.00040 23953 44461 470034			113952
		48481 36413 837279	9 458073	
24	0.00040 72434 80875 307313			113953
		48481 36404 265253	9 572026	
1 25	0.00041 20916 17279 572566			113954
		48481 36394 579273	9 685980	
26	0.00041 69397 53674 151839			113950
		48481 36384 779343	9 799930	
27	0.00042 17878 90058 931182			113955
		48481 36374 865458	9 913885	
28	0.00042 66360 26433 796640			113952
		48481 36364 837621	10 027837	
29	0.00043 14841 62798 634261			113952
		48481 36354 695832	10 141789	
1 30	0.00043 63322 99153 330093			113953
		48481 36344 440090	10 255742	
31	0.00044 11804 35497 770183			113953
		48481 36334 070395	10 369695	
32	0.00044 60285 71831 840578			113953
		48481 36323 586747	10 483648	
33	0.00045 08767 08155 427325			113951
		48481 36312 989146	10 597601	
34	0.00045 57248 44468 416471			113953
		48481 36302 277594	10 711552	
1 35	0.00046 05729 80770 694065			113954
		48481 36291 452089	10 825505	
36	0.00046 54211 17062 146154			113952
		48481 36280 512630	10 939459	
37	0.00047 02692 53342 658784			113953
		48481 36269 459219	11 053411	
38	0.00047 51173 89612 118003			113952
		48481 36258 291855	11 167364	
39	0.00047 99655 25870 409858			113953
		48481 36247 010539	11 281316	
1 40	0.00048 48136 62117 420397			113953
		48481 36235 615270	11 395269	
41	0.00048 96617 98353 035667			113953
		48481 36224 106048	11 509222	
42	0.00049 45099 34577 141715			113951
		48481 36212 482873	11 623175	
43	0.00049 93580 70789 624588			113954
		48481 36200 745747	11 737126	
44	0.00050 42062 06990 370335			113953
		48481 36188 894667	11 851080	
1 45	0.00050 90543 43179 265002			113951
		48481 36176 929634	11 965033	
46	0.00051 39024 79356 194636			113955
		48481 36164 850650	12 078984	
47	0.00051 87506 15521 045286			113951
		48481 36152 657711	12 192939	
48	0.00052 35987 51673 702997			113953
		48481 36140 350821	12 306890	
49	0.00052 84468 87814 053818			113953
		48481 36127 929978	12 420843	
1 50	0.00053 32950 23941 983796			113953
		48481 36115 395182	12 534796	
51	0.00053 81431 60057 378978			113951
		48481 36102 746433	12 648749	
52	0.00054 29912 96160 125411			113955
		48481 36089 983733	12 762700	
53	0.00054 78394 32250 109144			113951
		48481 36077 107078	12 876655	
54	0.00055 26875 68327 216222			113954
		48481 36064 116472	12 990606	
1 55	0.00055 75357 04391 332694			113951
		48481 36051 011912	13 104560	
56	0.00056 23838 40442 344606			113954
		48481 36037 793401	13 218511	
57	0.00056 72319 76480 138007			113952
		48481 36024 460936	13 332465	
58	0.00057 20801 12504 598943			113953
		48481 36011 014519	13 446417	
59	0.00057 69282 48515 613462			113953
		48481 35997 454149	13 560370	
2 0	0.00058 17763 84513 067611		13 674323	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
1′ 20″	0.99999 99247 85823 217749			
		18 92106 610363	23504 428771	
21	0.99999 99228 93716 607386			44
		19 15611 039090	23504 428727	
22	0.99999 99209 78105 568296			46
		19 39115 467771	23504 428681	
23	0.99999 99190 38990 100525			44
		19 62619 896408	23504 428637	
24	0.99999 99170 76370 204117			48
		19 86124 324997	23504 428589	
1 25	0.99999 99150 90245 879120			45
		20 09628 753541	23504 428544	
26	0.99999 99130 80617 125579			48
		20 33133 182037	23504 428496	
27	0.99999 99110 47483 943542			48
		20 56637 610485	23504 428448	
28	0.99999 99089 90846 333057			48
		20 80142 038885	23504 428400	
29	0.99999 99069 10704 294172			49
		21 03646 467236	23504 428351	
1 30	0.99999 99048 07057 826936			50
		21 27150 895537	23504 428301	
31	0.99999 99026 79906 931399			48
		21 50655 323790	23504 428253	
32	0.99999 99005 29251 607609			53
		21 74159 751990	23504 428200	
33	0.99999 98983 55091 855619			50
		21 97664 180140	23504 428150	
34	0.99999 98961 57427 675479			51
		22 21168 608239	23504 428099	
1 35	0.99999 98939 36259 067240			54
		22 44673 036284	23504 428045	
36	0.99999 98916 91586 030956			51
		22 68177 464278	23504 427994	
37	0.99999 98894 23408 566678			54
		22 91681 892218	23504 427940	
38	0.99999 98871 31726 674460			54
		23 15186 320104	23504 427886	
39	0.99999 98848 16540 354356			54
		23 38690 747936	23504 427832	
1 40	0.99999 98824 77849 606420			55
		23 62195 175713	23504 427777	
41	0.99999 98801 15654 430707			57
		23 85699 603433	23504 427720	
42	0.99999 98777 29954 827274			54
		24 09204 031099	23504 427666	
43	0.99999 98753 20750 796175			57
		24 32708 458708	23504 427609	
44	0.99999 98728 88042 337467			58
		24 56212 886259	23504 427551	
1 45	0.99999 98704 31829 451208			58
		24 79717 313752	23504 427493	
46	0.99999 98679 52112 137456			57
		25 03221 741188	23504 427436	
47	0.99999 98654 48890 396268			59
		25 26726 168565	23504 427377	
48	0.99999 98629 22164 227703			61
		25 50230 595881	23504 427316	
49	0.99999 98603 71933 631822			58
		25 73735 023139	23504 427258	
1 50	0.99999 98577 98198 608683			62
		25 97239 450335	23504 427196	
51	0.99999 98552 00959 158348			60
		26 20743 877471	23504 427136	
52	0.99999 98525 80215 280877			62
		26 44248 304545	23504 427074	
53	0.99999 98499 35966 976332			62
		26 67752 731557	23504 427012	
54	0.99999 98472 68214 244775			63
		26 91257 158506	23504 426949	
1 55	0.99999 98445 76957 086269			63
		27 14761 585392	23504 426886	
56	0.99999 98418 62195 500877			64
		27 38266 012214	23504 426822	
57	0.99999 98391 23929 488663			64
		27 61770 438972	23504 426758	
58	0.99999 98363 62159 049691			66
		27 85274 865664	23504 426692	
59	0.99999 98335 76884 184027			63
		28 08779 292293	23504 426629	
2 0	0.99999 98307 68104 891734			69
			23504 426560	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
2′ 0″	0.00058 17763 84513 067611			
		48481 35983 779826	13 674323	
1	0.00058 66245 20496 847437			113952
		48481 35969 991551	13 788275	
2	0.00059 14726 56466 838988			113953
		48481 35956 089323	14 016181	
3	0.00059 63207 92422 928311			113953
		48481 35942 073142	14 130133	
4	0.00060 11689 28365 001453			113952
		48481 35927 943009		113953
2 5	0.00060 60170 64292 944462		14 244086	
		48481 35913 698923		113953
6	0.00061 08652 00206 643385		14 358039	
		48481 35899 340884		113952
7	0.00061 57133 36105 984269		14 471991	
		48481 35884 868893		113953
8	0.00062 05614 71990 853162		14 585944	
		48481 35870 282949		113952
9	0.00062 54096 07861 136111		14 699896	
		48481 35855 583053		113954
2 10	0.00063 02577 43716 719164		14 813850	
		48481 35840 769203		113952
11	0.00063 51058 79557 488367		14 927802	
		48481 35825 841401		113953
12	0.00063 99540 15383 329768		15 041755	
		48481 35810 799646		113952
13	0.00064 48021 51194 129414		15 155707	
		48481 35795 643939		113954
14	0.00064 96502 86989 773353		15 269661	
		48481 35780 374278		113951
2 15	0.00065 44984 22770 147631		15 383612	
		48481 35764 990666		113953
16	0.00065 93465 58535 138297		15 497565	
		48481 35749 493101		113953
17	0.00066 41946 94284 631398		15 611518	
		48481 35733 881583		113953
18	0.00066 90428 30018 512981		15 725471	
		48481 35718 156112		113953
19	0.00067 38909 65736 669093		15 839424	
		48481 35702 316688		113951
2 20	0.00067 87391 01438 985781		15 953375	
		48481 35686 363313		113955
21	0.00068 35872 37125 349094		16 067330	
		48481 35670 295983		113950
22	0.00068 84353 72795 645077		16 181280	
		48481 35654 114703		113955
23	0.00069 32835 08449 759780		16 295235	
		48481 35637 819468		113952
24	0.00069 81316 44087 579248		16 409187	
		48481 35621 410281		113952
2 25	0.00070 29797 79708 989529		16 523139	
		48481 35604 887142		113952
26	0.00070 78279 15313 876671		16 637091	
		48481 35588 250051		113955
27	0.00071 26760 50902 126722		16 751046	
		48481 35571 499005		113951
28	0.00071 75241 86473 625727		16 864997	
		48481 35554 634008		113953
29	0.00072 23723 22028 259735		16 978950	
		48481 35537 655058		113953
2 30	0.00072 72204 57565 914793		17 092903	
		48481 35520 562155		113953
31	0.00073 20685 93086 476948		17 206856	
		48481 35503 355299		113951
32	0.00073 69167 28589 832247		17 320807	
		48481 35486 034492		113954
33	0.00074 17648 64075 866739		17 434761	
		48481 35468 599731		113953
34	0.00074 66129 99544 466470		17 548714	
		48481 35451 051017		113951
2 35	0.00075 14611 34995 517487		17 662665	
		48481 35433 388352		113954
36	0.00075 63092 70428 905839		17 776619	
		48481 35415 611733		113953
37	0.00076 11574 05844 517572		17 890572	
		48481 35397 721161		113952
38	0.00076 60055 41242 238733		18 004524	
		48481 35379 716637		113952
39	0.00077 08536 76621 955370		18 118476	
		48481 35361 598161		113954
2 40	0.00077 57018 11983 553531		18 232430	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
2′ 0″	0.99999 98307 68104 891734			
		28 32283 718853	23504 426560	
1	0.99999 98279 35821 172881			65
		28 55788 145348	23504 426495	
2	0.99999 98250 80033 027533			67
		28 79292 571776	23504 426428	
3	0.99999 98222 00740 455757			68
		29 02796 998136	23504 426360	
4	0.99999 98192 97943 457621			69
		29 26301 424427	23504 426291	
				67
2 5	0.99999 98163 71642 033194		23504 426224	
		29 49805 850651		71
6	0.99999 98134 21836 182543		23504 426153	
		29 73310 276804		69
7	0.99999 98104 48525 905739		23504 426084	
		29 96814 702888		71
8	0.99999 98074 51711 202851		23504 426013	
		30 20319 128901		70
9	0.99999 98044 31392 073950		23504 425943	
		30 43823 554844		73
2 10	0.99999 98013 87568 519106		23504 425870	
		30 67327 980714		71
11	0.99999 97983 20240 538392		23504 425799	
		30 90832 406513		73
12	0.99999 97952 29408 131879		23504 425726	
		31 14336 832239		73
13	0.99999 97921 15071 299640		23504 425653	
		31 37841 257892		74
14	0.99999 97889 77230 041748		23504 425579	
		31 61345 683471		74
2 15	0.99999 97858 15884 358277		23504 425505	
		31 84850 108976		75
16	0.99999 97826 31034 249301		23504 425430	
		32 08354 534406		76
17	0.99999 97794 22679 714895		23504 425354	
		32 31858 959760		75
18	0.99999 97761 90820 755135		23504 425279	
		32 55363 385039		78
19	0.99999 97729 35457 370096		23504 425201	
		32 78867 810240		75
2 20	0.99999 97696 56589 559856		23504 425126	
		33 02372 235366		79
21	0.99999 97663 54217 324490		23504 425047	
		33 25876 660413		78
22	0.99999 97630 28340 664077		23504 424969	
		33 49381 085382		78
23	0.99999 97596 78959 578695		23504 424891	
		33 72885 510273		80
24	0.99999 97563 06074 068422		23504 424811	
		33 96389 935084		80
2 25	0.99999 97529 09684 133338		23504 424731	
		34 19894 359815		80
26	0.99999 97494 89789 773523		23504 424651	
		34 43398 784466		81
27	0.99999 97460 46390 989057		23504 424570	
		34 66903 209036		81
28	0.99999 97425 79487 780021		23504 424489	
		34 90407 633525		83
29	0.99999 97390 89080 146496		23504 424406	
		35 13912 057931		82
2 30	0.99999 97355 75168 088565		23504 424324	
		35 37416 482255		83
31	0.99999 97320 37751 606310		23504 424241	
		35 60920 906496		84
32	0.99999 97284 76830 699814		23504 424157	
		35 84425 330653		84
33	0.99999 97248 92405 369161		23504 424073	
		36 07929 754726		86
34	0.99999 97212 84475 614435		23504 423987	
		36 31434 178713		83
2 35	0.99999 97176 53041 435722		23504 423904	
		36 54938 602617		88
36	0.99999 97139 98102 833105		23504 423816	
		36 78443 026433		86
37	0.99999 97103 19659 806672		23504 423730	
		37 01947 450163		86
38	0.99999 97066 17712 356509		23504 423644	
		37 25451 873807		89
39	0.99999 97028 92260 482702		23504 423555	
		37 48956 297362		87
2 40	0.99999 96991 43304 185340		23504 423468	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
2′ 40″	0.00077 57018 11983 553531			
		48481 35343 365731	18 232430	
41	0.00078 05499 47326 919262			113951
		48481 35325 019350	18 346381	
42	0.00078 53980 82651 938612			113955
		48481 35306 559014	18 460336	
43	0.00079 02462 17958 497626			113950
		48481 35287 984728	18 574286	
44	0.00079 50943 53246 482354			113955
		48481 35269 296487	18 688241	
2 45	0.00079 99424 88515 778841			113952
		48481 35250 494294	18 802193	
46	0.00080 47906 23766 273135			113951
		48481 35231 578150	18 916144	
47	0.00080 96387 58997 851285			113955
		48481 35212 548051	19 030099	
48	0.00081 44868 94210 399336			113951
		48481 35193 404001	19 144050	
49	0.00081 93350 29403 803337			113954
		48481 35174 145997	19 258004	
2 50	0.00082 41831 64577 949334			113951
		48481 35154 774042	19 371955	
51	0.00082 90312 99732 723376			113954
		48481 35135 288133	19 485909	
52	0.00083 38794 34868 011509			113953
		48481 35115 688271	19 599862	
53	0.00083 87275 69983 699780			113951
		48481 35095 974458	19 713813	
54	0.00084 35757 05079 674238			113954
		48481 35076 146691	19 827767	
2 55	0.00084 84238 40155 820929			113952
		48481 35056 204972	19 941719	
56	0.00085 32719 75212 025901			113953
		48481 35036 149300	20 055672	
57	0.00085 81201 10248 175201			113953
		48481 35015 979675	20 169625	
58	0.00086 29682 45264 154876			113951
		48481 34995 696099	20 283576	
59	0.00086 78163 80259 850975			113955
		48481 34975 298568	20 397531	
3 0	0.00087 26645 15235 149543			113951
		48481 34954 787086	20 511482	
1	0.00087 75126 50189 936629			113953
		48481 34934 161651	20 625435	
2	0.00088 23607 85124 098280			113953
		48481 34913 422263	20 739388	
3	0.00088 72089 20037 520543			113952
		48481 34892 568923	20 853340	
4	0.00089 20570 54930 089466			113953
		48481 34871 601630	20 967293	
3 5	0.00089 69051 89801 691096			113954
		48481 34850 520383	21 081247	
6	0.00090 17533 24652 211479			113950
		48481 34829 325186	21 195197	
7	0.00090 66014 59481 536665			113955
		48481 34808 016034	21 309152	
8	0.00091 14495 94289 552699			113951
		48481 34786 592931	21 423103	
9	0.00091 62977 29076 145630			113953
		48481 34765 055875	21 537056	
3 10	0.00092 11458 63841 201505			113954
		48481 34743 404865	21 651010	
11	0.00092 59939 98584 606370			113951
		48481 34721 639904	21 764961	
12	0.00093 08421 33306 246274			113954
		48481 34699 760989	21 878915	
13	0.00093 56902 68006 007263			113951
		48481 34677 768123	21 992866	
14	0.00094 05384 02683 775386			113954
		48481 34655 661303	22 106820	
3 15	0.00094 53865 37339 436689			113952
		48481 34633 440531	22 220772	
16	0.00095 02346 71972 877220			113953
		48481 34611 105806	22 334725	
17	0.00095 50828 06583 983026			113952
		48481 34588 657129	22 448677	
18	0.00095 99309 41172 640155			113954
		48481 34566 094498	22 562631	
19	0.00096 47790 75738 734653			113951
		48481 34543 417916	22 676582	
3 20	0.00096 96272 10282 152569			113954
			22 790536	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
2' 40"	0.99999 96991 43304 185340			
		37 72460 720830	23504 423468	89
41	0.99999 96953 70843 464510		23504 423379	
		37 95965 144209		90
42	0.99999 96915 74878 320301		23504 423289	
		38 19469 567498		89
43	0.99999 96877 55408 752803		23504 423200	
		38 42973 990698		89
44	0.99999 96839 12434 762105		23504 423111	
		38 66478 413809		94
2 45	0.99999 96800 45956 348296		23504 423017	
		38 89982 836826		89
46	0.99999 96761 55973 511470		23504 422928	
		39 13487 259754		92
47	0.99999 96722 42486 251716		23504 422836	
		39 36991 682590		94
48	0.99999 96683 05494 569126		23504 422742	
		39 60496 105332		93
49	0.99999 96643 44998 463794		23504 422649	
		39 84000 527981		92
2 50	0.99999 96603 60997 935813		23504 422557	
		40 07504 950538		95
51	0.99999 96563 53492 985275		23504 422462	
		40 31009 373000		95
52	0.99999 96523 22483 612275		23504 422367	
		40 54513 795367		96
53	0.99999 96482 67969 816908		23504 422271	
		40 78018 217638		95
54	0.99999 96441 89951 599270		23504 422176	
		41 01522 639814		96
2 55	0.99999 96400 88428 959456		23504 422080	
		41 25027 061894		97
56	0.99999 96359 63401 897562		23504 421983	
		41 48531 483877		98
57	0.99999 96318 14870 413685		23504 421885	
		41 72035 905762		99
58	0.99999 96276 42834 507923		23504 421786	
		41 95540 327548		97
59	0.99999 96234 47294 180375		23504 421689	
		42 19044 749237		99
3 0	0.99999 96192 28249 431138		23504 421590	
		42 42549 170827		102
1	0.99999 96149 85700 260311		23504 421488	
		42 66053 592315		98
2	0.99999 96107 19646 667996		23504 421390	
		42 89558 013705		101
3	0.99999 96064 30088 654291		23504 421289	
		43 13062 434994		103
4	0.99999 96021 17026 219297		23504 421186	
		43 36566 856180		100
3 5	0.99999 95977 80459 363117		23504 421086	
		43 60071 277266		104
6	0.99999 95934 20388 085851		23504 420982	
		43 83575 698248		102
7	0.99999 95890 36812 387603		23504 420880	
		44 07080 119128		104
8	0.99999 95846 29732 268475		23504 420776	
		44 30584 539904		105
9	0.99999 95801 99147 728571		23504 420671	
		44 54088 960575		103
3 10	0.99999 95757 45058 767996		23504 420568	
		44 77593 381143		106
11	0.99999 95712 67465 386853		23504 420462	
		45 01097 801605		106
12	0.99999 95667 66367 585248		23504 420356	
		45 24602 221961		106
13	0.99999 95622 41765 363287		23504 420250	
		45 48106 642211		108
14	0.99999 95576 93658 721076		23504 420142	
		45 71611 062353		106
3 15	0.99999 95531 22047 658723		23504 420036	
		45 95115 482389		108
16	0.99999 95485 26932 176334		23504 419928	
		46 18619 902317		110
17	0.99999 95439 08312 274017		23504 419818	
		46 42124 322135		108
18	0.99999 95392 66187 951882		23504 419710	
		46 65628 741845		109
19	0.99999 95346 00559 210037		23504 419601	
		46 89133 161446		112
3 20	0.99999 95299 11426 048591		23504 419489	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
3' 20"	0.00096 96272 10282 152569			
		48481 34520 627380	22 790536	
21	0.00097 44753 44802 779949			113952
		48481 34497 722892	22 904488	
22	0.00097 93234 79300 502841			113952
		48481 34474 704452	23 018440	
23	0.00098 41716 13775 207293			113954
		48481 34451 572058	23 132394	
24	0.00098 90197 48226 779351			113952
		48481 34428 325712	23 246346	
3 25	0.00099 38678 82655 105063			113952
		48481 34404 965414	23 360298	
26	0.00099 87160 17060 070477			113954
		48481 34381 491162	23 474252	
27	0.00100 35641 51441 561639			113951
		48481 34357 902959	23 588203	
28	0.00100 84122 85799 464598			113954
		48481 34334 200802	23 702157	
29	0.00101 32604 20133 665400			113952
		48481 34310 384693	23 816109	
3 30	0.00101 81085 54444 050093			113953
		48481 34286 454631	23 930062	
31	0.00102 29566 88730 504724			113953
		48481 34262 410616	24 044015	
32	0.00102 78048 22992 915340			113951
		48481 34238 252650	24 157966	
33	0.00103 26529 57231 167990			113955
		48481 34213 980729	24 271921	
34	0.00103 75010 91445 148719			113950
		48481 34189 594858	24 385871	
3 35	0.00104 23492 25634 743577			113955
		48481 34165 095032	24 499826	
36	0.00104 71973 59799 838609			113951
		48481 34140 481255	24 613777	
37	0.00105 20454 93940 319864			113953
		48481 34115 753525	24 727730	
38	0.00105 68936 28056 073389			113954
		48481 34090 911841	24 841684	
39	0.00106 17417 62146 985230			113950
		48481 34065 956207	24 955634	
3 40	0.00106 65898 96212 941437			113955
		48481 34040 886618	25 069589	
41	0.00107 14380 30253 828055			113952
		48481 34015 703077	25 183541	
42	0.00107 62861 64269 531132			113952
		48481 33990 405584	25 297493	
43	0.00108 11342 98259 936716			113953
		48481 33964 994138	25 411446	
44	0.00108 59824 32224 930854			113953
		48481 33939 468739	25 525399	
3 45	0.00109 08305 66164 399593			113952
		48481 33913 829388	25 639351	
46	0.00109 56787 00078 228981			113952
		48481 33888 076085	25 753303	
47	0.00110 05268 33966 305066			113955
		48481 33862 208827	25 867258	
48	0.00110 53749 67828 513893			113950
		48481 33836 227619	25 981208	
49	0.00111 02231 01664 741512			113955
		48481 33810 132456	26 095163	
3 50	0.00111 50712 35474 873968			113950
		48481 33783 923343	26 209113	
51	0.00111 99193 69258 797311			113955
		48481 33757 600275	26 323068	
52	0.00112 47675 03016 397586			113952
		48481 33731 163255	26 437020	
53	0.00112 96156 36747 560841			113951
		48481 33704 612284	26 550971	
54	0.00113 44637 70452 173125			113955
		48481 33677 947358	26 664926	
3 55	0.00113 93119 04130 120483			113951
		48481 33651 168481	26 778877	
56	0.00114 41600 37781 288964			113953
		48481 33624 275651	26 892830	
57	0.00114 90081 71405 564615			113953
		48481 33597 268868	27 006783	
58	0.00115 38563 05002 833483			113952
		48481 33570 148133	27 120735	
59	0.00115 87044 38572 981616			113954
		48481 33542 913444	27 234689	
4 0	0.00116 35525 72115 895060			113950
			27 348639	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
3′ 20″	0.99999 95299 11426 048591			
		47 12637 580935	23504 419489	110
21	0.99999 95251 98788 467656		23504 419379	
		47 36142 000314		111
22	0.99999 95204 62646 467342		23504 419268	
		47 59646 419582		112
23	0.99999 95157 03000 047760		23504 419156	
		47 83150 838738		113
24	0.99999 95109 19849 209022		23504 419043	
		48 06655 257781		112
3 25	0.99999 95061 13193 951241		23504 418931	
		48 30159 676712		114
26	0.99999 95012 83034 274529		23504 418817	
		48 53664 095529		114
27	0.99999 94964 29370 179000		23504 418703	
		48 77168 514232		114
28	0.99999 94915 52201 664768		23504 418589	
		49 00672 932821		117
29	0.99999 94866 51528 731947		23504 418472	
		49 24177 351293		115
3 30	0.99999 94817 27351 380654		23504 418357	
		49 47681 769650		115
31	0.99999 94767 79669 611004		23504 418242	
		49 71186 187892		118
32	0.99999 94718 08483 423112		23504 418124	
		49 94690 606016		117
33	0.99999 94668 13792 817096		23504 418007	
		50 18195 024023		119
34	0.99999 94617 95597 793073		23504 417888	
		50 41699 441911		117
3 35	0.99999 94567 53898 351162		23504 417771	
		50 65203 859682		120
36	0.99999 94516 88694 491480		23504 417651	
		50 88708 277333		119
37	0.99999 94465 99986 214147		23504 417532	
		51 12212 694865		120
38	0.99999 94414 87773 519282		23504 417412	
		51 35717 112277		122
39	0.99999 94363 52056 407005		23504 417290	
		51 59221 529567		120
3 40	0.99999 94311 92834 877438		23504 417170	
		51 82725 946737		122
41	0.99999 94260 10108 930701		23504 417048	
		52 06230 363785		123
42	0.99999 94208 03878 566916		23504 416925	
		52 29734 780710		123
43	0.99999 94155 74143 786206		23504 416802	
		52 53239 197512		123
44	0.99999 94103 20904 588694		23504 416679	
		52 76743 614191		123
3 45	0.99999 94050 44160 974503		23504 416556	
		53 00248 030747		126
46	0.99999 93997 43912 943756		23504 416430	
		53 23752 447177		125
47	0.99999 93944 20160 496579		23504 416305	
		53 47256 863482		126
48	0.99999 93890 72903 633097		23504 416179	
		53 70761 279661		125
49	0.99999 93837 02142 353436		23504 416054	
		53 94265 695715		128
3 50	0.99999 93783 07876 657721		23504 415926	
		54 17770 111641		126
51	0.99999 93728 90106 546080		23504 415800	
		54 41274 527441		129
52	0.99999 93674 48832 018639		23504 415671	
		54 64778 943112		128
53	0.99999 93619 84053 075527		23504 415543	
		54 88283 358655		130
54	0.99999 93564 95769 716872		23504 415413	
		55 11787 774068		128
3 55	0.99999 93509 83981 942804		23504 415285	
		55 35292 189353		131
56	0.99999 93454 48689 753451		23504 415154	
		55 58796 604507		130
57	0.99999 93398 89893 148944		23504 415024	
		55 82301 019531		132
58	0.99999 93343 07592 129413		23504 414892	
		56 05805 434423		132
59	0.99999 93287 01786 694990		23504 414760	
		56 29309 849183		131
4 0	0.99999 93230 72476 845807		23504 414629	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
4' 0"	0.00116 35525 72115 895060			
		48481 33515 564805	27 348639	
1	0.00116 84007 05631 459865			113956
		48481 33488 102210	27 462595	
2	0.00117 32488 39119 562075			113950
		48481 33460 525665	27 576545	
3	0.00117 80969 72580 087740			113953
		48481 33432 835167	27 690498	
4	0.00118 29451 06012 922907			113954
		48481 33405 030715	27 804452	
4 5	0.00118 77932 39417 953622			113951
		48481 33377 112312	27 918403	
6	0.00119 26413 72795 065934			113953
		48481 33349 079956	28 032356	
7	0.00119 74895 06144 145890			113954
		48481 33320 933646	28 146310	
8	0.00120 23376 39465 079536			113951
		48481 33292 673385	28 260261	
9	0.00120 71857 72757 752921			113953
		48481 33264 299171	28 374214	
4 10	0.00121 20339 06022 052092			113953
		48481 33235 811004	28 488167	
11	0.00121 68820 39257 863096			113952
		48481 33207 208885	28 602119	
12	0.00122 17301 72465 071981			113953
		48481 33178 492813	28 716072	
13	0.00122 65783 05643 564794			113953
		48481 33149 662788	28 830025	
14	0.00123 14264 38793 227582			113952
		48481 33120 718811	28 943977	
4 15	0.00123 62745 71913 946393			113953
		48481 33091 660881	29 057930	
16	0.00124 11227 05005 607274			113952
		48481 33062 488999	29 171882	
17	0.00124 59708 38068 096273			113953
		48481 33033 203164	29 285835	
18	0.00125 08189 71101 299437			113953
		48481 33003 803376	29 399788	
19	0.00125 56671 04105 102813			113952
		48481 32974 289636	29 513740	
4 20	0.00126 05152 37079 392449			113953
		48481 32944 661943	29 627693	
21	0.00126 53633 70024 054392			113952
		48481 32914 920298	29 741645	
22	0.00127 02115 02938 974690			113954
		48481 32885 064699	29 855599	
23	0.00127 50596 35824 039389			113951
		48481 32855 095149	29 969550	
24	0.00127 99077 68679 134538			113953
		48481 32825 011646	30 083503	
4 25	0.00128 47559 01504 146184			113953
		48481 32794 814190	30 197456	
26	0.00128 96040 34298 960374			113953
		48481 32764 502781	30 311409	
27	0.00129 44521 67063 463155			113951
		48481 32734 077421	30 425360	
28	0.00129 93002 99797 540576			113955
		48481 32703 538106	30 539315	
29	0.00130 41484 32501 078682			113950
		48481 32672 884841	30 653265	
4 30	0.00130 89965 65173 963523			113954
		48481 32642 117622	30 767219	
31	0.00131 38446 97816 081145			113953
		48481 32611 236450	30 881172	
32	0.00131 86928 30427 317595			113952
		48481 32580 241326	30 995124	
33	0.00132 35409 63007 558921			113953
		48481 32549 132249	31 109077	
34	0.00132 83890 95556 691170			113951
		48481 32517 909221	31 223028	
4 35	0.00133 32372 28074 600391			113955
		48481 32486 572238	31 336983	
36	0.00133 80853 60561 172629			113951
		48481 32455 121304	31 450934	
37	0.00134 29334 93016 293933			113953
		48481 32423 556417	31 564887	
38	0.00134 77816 25439 850350			113952
		48481 32391 877578	31 678839	
39	0.00135 26297 57831 727928			113954
		48481 32360 084785	31 792793	
4 40	0.00135 74778 90191 812713			113951
			31 906744	

Δa	cos Δa	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
4′ 0″	0.99999 93230 72476 845807			
		56 52814 263812	23504 414629	
1	0.99999 93174 19662 581995			134
		56 76318 678307	23504 414495	
2	0.99999 93117 43343 903688			132
		56 99823 092670	23504 414363	
3	0.99999 93060 43520 811018			136
		57 23327 506897	23504 414227	
4	0.99999 93003 20193 304121			134
		57 46831 920990	23504 414093	
4 5	0.99999 92945 73361 383131			134
		57 70336 334949	23504 413959	
6	0.99999 92888 03025 048182			136
		57 93840 748772	23504 413823	
7	0.99999 92830 09184 299410			137
		58 17345 162458	23504 413686	
8	0.99999 92771 91839 136952			135
		58 40849 576009	23504 413551	
9	0.99999 92713 50989 560943			139
		58 64353 989421	23504 413412	
4 10	0.99999 92654 86635 571522			138
		58 87858 402695	23504 413274	
11	0.99999 92595 98777 168827			137
		59 11362 815832	23504 413137	
12	0.99999 92536 87414 352995			140
		59 34867 228829	23504 412997	
13	0.99999 92477 52547 124166			138
		59 58371 641688	23504 412859	
14	0.99999 92417 94175 482478			142
		59 81876 054405	23504 412717	
4 15	0.99999 92358 12299 428073			140
		60 05380 466982	23504 412577	
16	0.99999 92298 06918 961091			141
		60 28884 879418	23504 412436	
17	0.99999 92237 78034 081673			141
		60 52389 291713	23504 412295	
18	0.99999 92177 25644 789960			143
		60 75893 703865	23504 412152	
19	0.99999 92116 49751 086095			143
		60 99398 115874	23504 412009	
4 20	0.99999 92055 50352 970221			142
		61 22902 527741	23504 411867	
21	0.99999 91994 27450 442480			146
		61 46406 939462	23504 411721	
22	0.99999 91932 81043 503018			143
		61 69911 351040	23504 411578	
23	0.99999 91871 11132 151978			146
		61 93415 762472	23504 411432	
24	0.99999 91809 17716 389506			144
		62 16920 173760	23504 411288	
4 25	0.99999 91747 00796 215746			148
		62 40424 584900	23504 411140	
26	0.99999 91684 60371 630846			146
		62 63928 995894	23504 410994	
27	0.99999 91621 96442 634952			146
		62 87433 406742	23504 410848	
28	0.99999 91559 09009 228210			150
		63 10937 817440	23504 410698	
29	0.99999 91495 98071 410770			146
		63 34442 227992	23504 410552	
4 30	0.99999 91432 63629 182778			151
		63 57946 638393	23504 410401	
31	0.99999 91369 05682 544385			148
		63 81451 048646	23504 410253	
32	0.99999 91305 24231 495739			150
		64 04955 458749	23504 410103	
33	0.99999 91241 19276 036990			152
		64 28459 868700	23504 409951	
34	0.99999 91176 90816 168290			150
		64 51964 278501	23504 409801	
4 35	0.99999 91112 38851 889789			151
		64 75468 688151	23504 409650	
36	0.99999 91047 63383 201638			154
		64 98973 097647	23504 409496	
37	0.99999 90982 64410 103991			151
		65 22477 506992	23504 409345	
38	0.99999 90917 41932 596999			154
		65 45981 916183	23504 409191	
39	0.99999 90851 95950 680816			154
		65 69486 325220	23504 409037	
				155
4 40	0.99999 90786 26464 355596		23504 408882	

Δa	sin Δa	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
4' 40"	0.00135 74778 90191 812713			
		48481 32328 178041	31 906744	
41	0.00136 23260 22519 990754			113954
		48481 32296 157343	32 020698	
42	0.00136 71741 54816 148097			113952
		48481 32264 022693	32 134650	
43	0.00137 20222 87080 170790			113952
		48481 32231 774091	32 248602	
44	0.00137 68704 19311 944881			113954
		48481 32199 411535	32 362556	
4 45	0.00138 17185 51511 356416			113951
		48481 32166 935028	32 476507	
46	0.00138 65666 83678 291444			113953
		48481 32134 344568	32 590460	
47	0.00139 14148 15812 636012			113954
		48481 32101 640154	32 704414	
48	0.00139 62629 47914 276166			113951
		48481 32068 821789	32 818365	
49	0.00140 11110 79983 097955			113953
		48481 32035 889471	32 932318	
4 50	0.00140 59592 12018 987426			113952
		48481 32002 843201	33 046270	
51	0.00141 08073 44021 830627			113954
		48481 31969 682977	33 160224	
52	0.00141 56554 75991 513604			113951
		48481 31936 408802	33 274175	
53	0.00142 05036 07927 922406			113954
		48481 31903 020673	33 388129	
54	0.00142 53517 39830 943079			113952
		48481 31869 518592	33 502081	
4 55	0.00143 01998 71700 461671			113953
		48481 31835 902558	33 616034	
56	0.00143 50480 03536 364229			113951
		48481 31802 172573	33 729985	
57	0.00143 98961 35338 536802			113955
		48481 31768 328633	33 843940	
58	0.00144 47442 67106 865435			113950
		48481 31734 370743	33 957890	
59	0.00144 95923 98841 236178			113955
		48481 31700 298898	34 071845	
5 0	0.00145 44405 30541 535076			113951
		48481 31666 113102	34 185796	
1	0.00145 92886 62207 648178			113952
		48481 31631 813354	34 299748	
2	0.00146 41367 93839 461532			113955
		48481 31597 399651	34 413703	
3	0.00146 89849 25436 861183			113950
		48481 31562 871998	34 527653	
4	0.00147 38330 56999 733181			113955
		48481 31528 230390	34 641608	
5 5	0.00147 86811 88527 963571			113950
		48481 31493 474832	34 755558	
6	0.00148 35293 20021 438403			113955
		48481 31458 605319	34 869513	
7	0.00148 83774 51480 043722			113950
		48481 31423 621856	34 983463	
8	0.00149 32255 82903 665578			113955
		48481 31388 524438	35 097418	
9	0.00149 80737 14292 190016			113952
		48481 31353 313068	35 211370	
5 10	0.00150 29218 45645 503084			113951
		48481 31317 987747	35 325321	
11	0.00150 77699 76963 490831			113954
		48481 31282 548472	35 439275	
12	0.00151 26181 08246 039303			113953
		48481 31246 995244	35 553228	
13	0.00151 74662 39493 034547			113951
		48481 31211 328065	35 667179	
14	0.00152 23143 70704 362612			113954
		48481 31175 546932	35 781133	
5 15	0.00152 71625 01879 909544			113951
		48481 31139 651848	35 895084	
16	0.00153 20106 33019 561392			113954
		48481 31103 642810	36 009038	
17	0.00153 68587 64123 204202			113953
		48481 31067 519819	36 122991	
18	0.00154 17068 95190 724021			113950
		48481 31031 282878	36 236941	
19	0.00154 65550 26222 006899			113955
		48481 30994 931982	36 350896	
5 20	0.00155 14031 57216 938881			113952
			36 464848	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
4′ 40″	0.99999 90786 26464 355596			
		65 92990 734102	23504 408882	153
41	0.99999 90720 33473 621494	66 16495 142831	23504 408729	158
42	0.99999 90654 16978 478663	66 39999 551402	23504 408571	154
43	0.99999 90587 76978 927261	66 63503 959819	23504 408417	158
44	0.99999 90521 13474 967442	66 87008 368078	23504 408259	157
4 45	0.99999 90454 26466 599364	67 10512 776180	23504 408102	157
46	0.99999 90387 15953 823184	67 34017 184125	23504 407945	158
47	0.99999 90319 81936 639059	67 57521 591912	23504 407787	160
48	0.99999 90252 24415 047147	67 81025 999539	23504 407627	159
49	0.99999 90184 43389 047608	68 04530 407007	23504 407468	160
4 50	0.99999 90116 38858 640601	68 28034 814315	23504 407308	160
51	0.99999 90048 10823 826286	68 51539 221463	23504 407148	161
52	0.99999 89979 59284 604823	68 75043 628450	23504 406987	163
53	0.99999 89910 84240 976373	68 98548 035274	23504 406824	160
54	0.99999 89841 85692 941099	69 22052 441938	23504 406664	164
4 55	0.99999 89772 63640 499161	69 45556 848438	23504 406500	163
56	0.99999 89703 18083 650723	69 69061 254775	23504 406337	164
57	0.99999 89633 49022 395948	69 92565 660948	23504 406173	165
58	0.99999 89563 56456 735000	70 16070 066956	23504 406008	163
59	0.99999 89493 40386 668044	70 39574 472801	23504 405845	167
5 0	0.99999 89423 00812 195243	70 63078 878479	23504 405678	165
1	0.99999 89352 37733 316764	70 86583 283992	23504 405513	168
2	0.99999 89281 51150 032772	71 10087 689337	23504 405345	166
3	0.99999 89210 41062 343435	71 33592 094516	23504 405179	168
4	0.99999 89139 07470 248919	71 57096 499527	23504 405011	168
5 5	0.99999 89067 50373 749392	71 80600 904370	23504 404843	169
6	0.99999 88995 69772 845022	72 04105 309044	23504 404674	169
7	0.99999 88923 65667 535978	72 27609 713549	23504 404505	170
8	0.99999 88851 38057 822429	72 51114 117884	23504 404335	171
9	0.99999 88778 86943 704545	72 74618 522048	23504 404164	171
5 10	0.99999 88706 12325 182497	72 98122 926041	23504 403993	170
11	0.99999 88633 14202 256456	73 21627 329864	23504 403823	174
12	0.99999 88559 92574 926592	73 45131 733513	23504 403649	172
13	0.99999 88486 47443 193079	73 68636 136990	23504 403477	172
14	0.99999 88412 78807 056089	73 92140 540295	23504 403305	176
5 15	0.99999 88338 86666 515794	74 15644 943424	23504 403129	172
16	0.99999 88264 71021 572370	74 39149 346381	23504 402957	177
17	0.99999 88190 31872 225989	74 62653 749161	23504 402780	173
18	0.99999 88115 69218 476828	74 86158 151768	23504 402607	179
19	0.99999 88040 83060 325060	75 09662 554196	23504 402428	173
5 20	0.99999 87965 73397 770864		23504 402255	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
5' 20"	0.00155 14031 57216 938881			
		48481 30958 467134	36 464848	
				113952
21	0.00155 62512 88175 406015	48481 30921 888334	36 578800	
				113953
22	0.00156 10994 19097 294349	48481 30885 195581	36 692753	
				113952
23	0.00156 59475 49982 489930	48481 30848 388876	36 806705	
				113954
24	0.00157 07956 80830 878806	48481 30811 468217	36 920659	
				113951
5 25	0.00157 56438 11642 347023	48481 30774 433607	37 034610	
				113952
26	0.00158 04919 42416 780630	48481 30737 285045	37 148562	
				113955
27	0.00158 53400 73154 065675	48481 30700 022528	37 262517	
				113951
28	0.00159 01882 03854 088203	48481 30662 646060	37 376468	
				113952
29	0.00159 50363 34516 734263	48481 30625 155640	37 490420	
				113954
5 30	0.00159 98844 65141 889903	48481 30587 551266	37 604374	
				113951
31	0.00160 47325 95729 441169	48481 30549 832941	37 718325	
				113954
32	0.00160 95807 26279 274110	48481 30512 000662	37 832279	
				113952
33	0.00161 44288 56791 274772	48481 30474 054431	37 946231	
				113953
34	0.00161 92769 87265 329203	48481 30435 994247	38 060184	
				113951
5 35	0.00162 41251 17701 323450	48481 30397 820112	38 174135	
				113954
36	0.00162 89732 48099 143562	48481 30359 532023	38 288089	
				113952
37	0.00163 38213 78458 675585	48481 30321 129982	38 402041	
				113952
38	0.00163 86695 08779 805567	48481 30282 613989	38 515993	
				113954
39	0.00164 35176 39062 419556	48481 30243 984042	38 629947	
				113952
5 40	0.00164 83657 69306 403598	48481 30205 240143	38 743899	
				113952
41	0.00165 32138 99511 643741	48481 30166 382292	38 857851	
				113952
42	0.00165 80620 29678 026033	48481 30127 410489	38 971803	
				113954
43	0.00166 29101 59805 436522	48481 30088 324732	39 085757	
				113952
44	0.00166 77582 89893 761254	48481 30049 125023	39 199709	
				113953
5 45	0.00167 26064 19942 886277	48481 30009 811361	39 313662	
				113951
46	0.00167 74545 49952 697638	48481 29970 383748	39 427613	
				113953
47	0.00168 23026 79923 081386	48481 29930 842182	39 541566	
				113954
48	0.00168 71508 09853 923568	48481 29891 186662	39 655520	
				113952
49	0.00169 19989 39745 110230	48481 29851 417190	39 769472	
				113951
5 50	0.00169 68470 69596 527420	48481 29811 533767	39 883423	
				113954
51	0.00170 16951 99408 061187	48481 29771 536390	39 997377	
				113952
52	0.00170 65433 29179 597577	48481 29731 425061	40 111329	
				113953
53	0.00171 13914 58911 022638	48481 29691 199779	40 225282	
				113952
54	0.00171 62395 88602 222417	48481 29650 860545	40 339234	
				113953
5 55	0.00172 10877 18253 082962	48481 29610 407358	40 453187	
				113952
56	0.00172 59358 47863 490320	48481 29569 840219	40 567139	
				113952
57	0.00173 07839 77433 330539	48481 29529 159128	40 681091	
				113954
58	0.00173 56321 06962 489667	48481 29488 364083	40 795045	
				113952
59	0.00174 04802 36450 853750	48481 29447 455086	40 908997	
				113952
6 0	0.00174 53283 65898 308836		41 022949	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
5′ 20″	0.99999 87965 73397 770864			
		75 33166 956451	23504 402255	180
21	0.99999 87890 40230 814413		23504 402075	
		75 56671 358526		176
22	0.99999 87814 83559 455887		23504 401899	
		75 80175 760425		179
23	0.99999 87739 03383 695462		23504 401720	
		76 03680 162145		178
24	0.99999 87662 99703 533317		23504 401542	
		76 27184 563687		180
5 25	0.99999 87586 72518 969630			
		76 50688 965049	23504 401362	180
26	0.99999 87510 21830 004581		23504 401182	
		76 74193 366231		179
27	0.99999 87433 47636 638350		23504 401003	
		76 97697 767234		182
28	0.99999 87356 49938 871116		23504 400821	
		77 21202 168055		181
29	0.99999 87279 28736 703061		23504 400640	
		77 44706 568695		183
5 30	0.99999 87201 84030 134366			
		77 68210 969152	23504 400457	181
31	0.99999 87124 15819 165214		23504 400276	
		77 91715 369428		184
32	0.99999 87046 24103 795786		23504 400092	
		78 15219 769520		185
33	0.99999 86968 08884 026266		23504 399907	
		78 38724 169427		182
34	0.99999 86889 70159 856839		23504 399725	
		78 62228 569152		186
5 35	0.99999 86811 07931 287687			
		78 85732 968691	23504 399539	184
36	0.99999 86732 22198 318996		23504 399355	
		79 09237 368046		188
37	0.99999 86653 12960 950950		23504 399167	
		79 32741 767213		186
38	0.99999 86573 80219 183737		23504 398981	
		79 56246 166194		186
39	0.99999 86494 23973 017543		23504 398795	
		79 79750 564989		188
5 40	0.99999 86414 44222 452554			
		80 03254 963596	23504 398607	188
41	0.99999 86334 40967 488958		23504 398419	
		80 26759 362015		189
42	0.99999 86254 14208 126943		23504 398230	
		80 50263 760245		189
43	0.99999 86173 63944 366698		23504 398041	
		80 73768 158286		189
44	0.99999 86092 90176 208412		23504 397852	
		80 97272 556138		192
5 45	0.99999 86011 92903 652274			
		81 20776 953798	23504 397660	190
46	0.99999 85930 72126 698476		23504 397470	
		81 44281 351268		191
47	0.99999 85849 27845 347208		23504 397279	
		81 67785 748547		193
48	0.99999 85767 60059 598661		23504 397086	
		81 91290 145633		191
49	0.99999 85685 68769 453028		23504 396895	
		82 14794 542528		195
5 50	0.99999 85603 53974 910500			
		82 38298 939228	23504 396700	192
51	0.99999 85521 15675 971272		23504 396508	
		82 61803 335736		195
52	0.99999 85438 53872 635536		23504 396313	
		82 85307 732049		194
53	0.99999 85355 68564 903487		23504 396119	
		83 08812 128168		197
54	0.99999 85272 59752 775319		23504 395922	
		83 32316 524090		194
5 55	0.99999 85189 27436 251229			
		83 55820 919818	23504 395728	197
56	0.99999 85105 71615 331411		23504 395531	
		83 79325 315349		197
57	0.99999 85021 92290 016062		23504 395334	
		84 02829 710683		198
58	0.99999 84937 89460 305379		23504 395136	
		84 26334 105819		198
59	0.99999 84853 63126 199560		23504 394938	
		84 49838 500757		198
6 0	0.99999 84769 13287 698803		23504 394740	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
6′ 0″	0.00174 53283 65898 308836			
		48481 29406 432137	41 022949	
1	0.00175 01764 95304 740973			113954
		48481 29365 295234	41 136903	
2	0.00175 50246 24670 036207			113950
		48481 29324 044381	41 250853	
3	0.00175 98727 53994 080588			113954
		48481 29282 679574	41 364807	
4	0.00176 47208 83276 760162			113953
		48481 29241 200814	41 478760	
6 5	0.00176 95690 12517 960976			113952
		48481 29199 608102	41 592712	
6	0.00177 44171 41717 569078			113952
		48481 29157 901438	41 706664	
7	0.00177 92652 70875 470516			113953
		48481 29116 080821	41 820617	
8	0.00178 41133 99991 551337			113953
		48481 29074 146251	41 934570	
9	0.00178 89615 29065 697588			113952
		48481 29032 097729	42 048522	
6 10	0.00179 38096 58097 795317			113952
		48481 28989 935255	42 162474	
11	0.00179 86577 87087 730572			113953
		48481 28947 658828	42 276427	
12	0.00180 35059 16035 389400			113953
		48481 28905 268448	42 390380	
13	0.00180 83540 44940 657848			113951
		48481 28862 764117	42 504331	
14	0.00181 32021 73803 421965			113955
		48481 28820 145831	42 618286	
6 15	0.00181 80503 02623 567796			113950
		48481 28777 413595	42 732236	
16	0.00182 28984 31400 981391			113954
		48481 28734 567405	42 846190	
17	0.00182 77465 60135 548796			113952
		48481 28691 607263	42 960142	
18	0.00183 25946 88827 156059			113952
		48481 28648 533169	43 074094	
19	0.00183 74428 17475 689228			113954
		48481 28605 345121	43 188048	
6 20	0.00184 22909 46081 034349			113951
		48481 28562 043122	43 301999	
21	0.00184 71390 74643 077471			113953
		48481 28518 627170	43 415952	
22	0.00185 19872 03161 704641			113953
		48481 28475 097265	43 529905	
23	0.00185 68353 31636 801906			113952
		48481 28431 453408	43 643857	
24	0.00186 16834 60068 255314			113953
		48481 28387 695598	43 757810	
6 25	0.00186 65315 88455 950912			113951
		48481 28343 823837	43 871761	
26	0.00187 13797 16799 774749			113954
		48481 28299 838122	43 985715	
27	0.00187 62278 45099 612871			113952
		48481 28255 738455	44 099667	
28	0.00188 10759 73355 351326			113953
		48481 28211 524835	44 213620	
29	0.00188 59241 01566 876161			113952
		48481 28167 197263	44 327572	
6 30	0.00189 07722 29734 073424			113952
		48481 28122 755739	44 441524	
31	0.00189 56203 57856 829163			113954
		48481 28078 200261	44 555478	
32	0.00190 04684 85935 029424			113951
		48481 28033 530832	44 669429	
33	0.00190 53166 13968 560256			113952
		48481 27988 747451	44 783381	
34	0.00191 01647 41957 307707			113955
		48481 27943 850115	44 897336	
6 35	0.00191 50128 69901 157822			113950
		48481 27898 838829	45 011286	
36	0.00191 98609 97799 996651			113954
		48481 27853 713589	45 125240	
37	0.00192 47091 25653 710240			113952
		48481 27808 474397	45 239192	
38	0.00192 95572 53462 184637			113952
		48481 27763 121253	45 353144	
39	0.00193 44053 81225 305890			113953
		48481 27717 654156	45 467097	
6 40	0.00193 92535 08942 960046			113953
			45 581050	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
6′ 0″	0.99999 84769 13287 698803			
		84 73342 895497	23504 394740	
1	0.99999 84684 39944 803306			199
		84 96847 290038	23504 394541	
2	0.99999 84599 43097 513268			200
		85 20351 684379	23504 394341	
3	0.99999 84514 22745 828889			201
		85 43856 078519	23504 394140	
4	0.99999 84428 78889 750370			200
		85 67360 472459	23504 393940	
6 5	0.99999 84343 11529 277911			201
		85 90864 866198	23504 393739	
6	0.99999 84257 20664 411713			203
		86 14369 259734	23504 393536	
7	0.99999 84171 06295 151979			202
		86 37873 653068	23504 393334	
8	0.99999 84084 68421 498911			203
		86 61378 046199	23504 393131	
9	0.99999 83998 07043 452712			203
		86 84882 439127	23504 392928	
6 10	0.99999 83911 22161 013585			205
		87 08386 831850	23504 392723	
11	0.99999 83824 13774 181735			205
		87 31891 224368	23504 392518	
12	0.99999 83736 81882 957367			204
		87 55395 616682	23504 392314	
13	0.99999 83649 26487 340685			206
		87 78900 008790	23504 392108	
14	0.99999 83561 47587 331895			208
		88 02404 400690	23504 391900	
6 15	0.99999 83473 45182 931205			205
		88 25908 792385	23504 391695	
16	0.99999 83385 19274 138820			208
		88 49413 183872	23504 391487	
17	0.99999 83296 69860 954948			208
		88 72917 575151	23504 391279	
18	0.99999 83207 96943 379797			209
		88 96421 966221	23504 391070	
19	0.99999 83119 00521 413576			208
		89 19926 357083	23504 390862	
6 20	0.99999 83029 80595 056493			211
		89 43430 747734	23504 390651	
21	0.99999 82940 37164 308759			210
		89 66935 138175	23504 390441	
22	0.99999 82850 70229 170584			210
		89 90439 528406	23504 390231	
23	0.99999 82760 79789 642178			212
		90 13943 918425	23504 390019	
24	0.99999 82670 65845 723753			211
		90 37448 308233	23504 389808	
6 25	0.99999 82580 28397 415520			214
		90 60952 697827	23504 389594	
26	0.99999 82489 67444 717693			211
		90 84457 087210	23504 389383	
27	0.99999 82398 82987 630483			215
		91 07961 476378	23504 389168	
28	0.99999 82307 75026 154105			213
		91 31465 865333	23504 388955	
29	0.99999 82216 43560 288772			216
		91 54970 254072	23504 388739	
6 30	0.99999 82124 88590 034700			214
		91 78474 642597	23504 388525	
31	0.99999 82033 10115 392103			216
		92 01979 030906	23504 388309	
32	0.99999 81941 08136 361197			216
		92 25483 418999	23504 388093	
33	0.99999 81848 82652 942198			218
		92 48987 806874	23504 387875	
34	0.99999 81756 33665 135324			217
		92 72492 194532	23504 387658	
6 35	0.99999 81663 61172 940792			217
		92 95996 581973	23504 387441	
36	0.99999 81570 65176 358819			219
		93 19500 969195	23504 387222	
37	0.99999 81477 45675 389624			219
		93 43005 356198	23504 387003	
38	0.99999 81384 02670 033426			220
		93 66509 742981	23504 386783	
39	0.99999 81290 36160 290445			220
		93 90014 129544	23504 386563	
6 40	0.99999 81196 46146 160901			220
			23504 386343	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
6' 40"	0.00193 92535 08942 960046			
		48481 27672 073106	45 581050	
41	0.00194 41016 36615 033152			113951
		48481 27626 378105	45 695001	
42	0.00194 89497 64241 411257			113954
		48481 27580 569150	45 808955	
43	0.00195 37978 91821 980407			113951
		48481 27534 646244	45 922906	
44	0.00195 86460 19356 626651			113954
		48481 27488 609384	46 036860	
6 45	0.00196 34941 46845 236035			113952
		48481 27442 458572	46 150812	
46	0.00196 83422 74287 694607			113952
		48481 27396 193808	46 264764	
47	0.00197 31904 01683 888415			113953
		48481 27349 815091	46 378717	
48	0.00197 80385 29033 703506			113952
		48481 27303 322422	46 492669	
49	0.00198 28866 56337 025928			113952
		48481 27256 715801	46 606621	
6 50	0.00198 77347 83593 741729			113954
		48481 27209 995226	46 720575	
51	0.00199 25829 10803 736955			113951
		48481 27163 160700	46 834526	
52	0.00199 74310 37966 897655			113954
		48481 27116 212220	46 948480	
53	0.00200 22791 65083 109875			113951
		48481 27069 149789	47 062431	
54	0.00200 71272 92152 259664			113953
		48481 27021 973405	47 176384	
6 55	0.00201 19754 19174 233069			113952
		48481 26974 683069	47 290336	
56	0.00201 68235 46148 916138			113954
		48481 26927 278779	47 404290	
57	0.00202 16716 73076 194917			113951
		48481 26879 760538	47 518241	
58	0.00202 65197 99955 955455			113952
		48481 26832 128345	47 632193	
59	0.00203 13679 26788 083800			113954
		48481 26784 382198	47 746147	
7 0	0.00203 62160 53572 465998			113952
		48481 26736 522099	47 860099	
1	0.00204 10641 80308 988097			113953
		48481 26688 548048	47 974051	
2	0.00204 59123 06997 536145			113952
		48481 26640 460044	48 088004	
3	0.00205 07604 33637 996189			113953
		48481 26592 258088	48 201956	
4	0.00205 56085 60230 254277			113952
		48481 26543 942179	48 315909	
7 5	0.00206 04566 86774 196456			113952
		48481 26495 512318	48 429861	
6	0.00206 53048 13269 708774			113953
		48481 26446 968505	48 543813	
7	0.00207 01529 39716 677279			113953
		48481 26398 310739	48 657766	
8	0.00207 50010 66114 988018			113951
		48481 26349 539020	48 771719	
9	0.00207 98491 92464 527038			113954
		48481 26300 653350	48 885670	
7 10	0.00208 46973 18765 180388			113951
		48481 26251 653726	48 999624	
11	0.00208 95454 45016 834114			113954
		48481 26202 540151	49 113575	
12	0.00209 43935 71219 374265			113952
		48481 26153 312622	49 227529	
13	0.00209 92416 97372 686887			113951
		48481 26103 971141	49 341481	
14	0.00210 40898 23476 658028			113954
		48481 26054 515709	49 455432	
7 15	0.00210 89379 49531 173737			113953
		48481 26004 946323	49 569386	
16	0.00211 37860 75536 120060			113950
		48481 25955 262984	49 683339	
17	0.00211 86342 01491 383044			113955
		48481 25905 465695	49 797289	
18	0.00212 34823 27396 848739			113950
		48481 25855 554451	49 911244	
19	0.00212 83304 53252 403190			113955
		48481 25805 529257	50 025194	
7 20	0.00213 31785 79057 932447		50 139149	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
6′ 40″	0.99999 81196 46146 160901			
		94 13518 515887	23504 386343	
41	0.99999 81102 32627 645014			222
		94 37022 902008	23504 386121	
42	0.99999 81007 95604 743006			222
		94 60527 287907	23504 385899	
43	0.99999 80913 35077 455099			222
		94 84031 673584	23504 385677	
44	0.99999 80818 51045 781515			223
		95 07536 059038	23504 385454	
6 45	0.99999 80723 43509 722477			223
		95 31040 444269	23504 385231	
46	0.99999 80628 12469 278208			225
		95 54544 829275	23504 385006	
47	0.99999 80532 57924 448933			224
		95 78049 214057	23504 384782	
48	0.99999 80436 79875 234876			225
		96 01553 598614	23504 384557	
49	0.99999 80340 78321 636262			226
		96 25057 982945	23504 384331	
6 50	0.99999 80244 53263 653317			225
		96 48562 367051	23504 384106	
51	0.99999 80148 04701 286266			229
		96 72066 750928	23504 383877	
52	0.99999 80051 32634 535338			226
		96 95571 134579	23504 383651	
53	0.99999 79954 37063 400759			228
		97 19075 518002	23504 383423	
54	0.99999 79857 17987 882757			228
		97 42579 901197	23504 383195	
6 55	0.99999 79759 75407 981560			230
		97 66084 284162	23504 382965	
56	0.99999 79662 09323 697398			229
		97 89588 666898	23504 382736	
57	0.99999 79564 19735 030500			230
		98 13093 049404	23504 382506	
58	0.99999 79466 06641 981096			231
		98 36597 431679	23504 382275	
59	0.99999 79367 70044 549417			230
		98 60101 813724	23504 382045	
7 0	0.99999 79269 09942 735693			234
		98 83606 195535	23504 381811	
1	0.99999 79170 26336 540158			231
		99 07110 577115	23504 381580	
2	0.99999 79071 19225 963043			232
		99 30614 958463	23504 381348	
3	0.99999 78971 88611 004580			235
		99 54119 339576	23504 381113	
4	0.99999 78872 34491 665004			233
		99 77623 720456	23504 380880	
7 5	0.99999 78772 56867 944548			235
		100 01128 101101	23504 380645	
6	0.99999 78672 55739 843447			235
		100 24632 481511	23504 380410	
7	0.99999 78572 31107 361936			235
		100 48136 861686	23504 380175	
8	0.99999 78471 82970 500250			237
		100 71641 241624	23504 379938	
9	0.99999 78371 11329 258626			237
		100 95145 621325	23504 379701	
7 10	0.99999 78270 16183 637301			236
		101 18650 000790	23504 379465	
11	0.99999 78168 97533 636511			239
		101 42154 380016	23504 379226	
12	0.99999 78067 55379 256495			237
		101 65658 759005	23504 378989	
13	0.99999 77965 89720 497490			241
		101 89163 137753	23504 378748	
14	0.99999 77864 00557 359737			238
		102 12667 516263	23504 378510	
7 15	0.99999 77761 87889 843474			240
		102 36171 894533	23504 378270	
16	0.99999 77659 51717 948941			241
		102 59676 272562	23504 378029	
17	0.99999 77556 92041 676379			241
		102 83180 650350	23504 377788	
18	0.99999 77454 08861 026029			242
		103 06685 027896	23504 377546	
19	0.99999 77351 02175 998133			243
		103 30189 405199	23504 377303	
7 20	0.99999 77247 71986 592934			241
			23504 377062	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
7′ 20″	0.00213 31785 79057 932447			
		48481 25755 390108	50 139149	113950
21	0.00213 80267 04813 322555	48481 25705 137009	50 253099	113954
22	0.00214 28748 30518 459564	48481 25654 769956	50 367053	113953
23	0.00214 77229 56173 229520	48481 25604 288950	50 481006	113950
24	0.00215 25710 81777 518470	48481 25553 693994	50 594956	113955
7 25	0.00215 74192 07331 212464	48481 25502 985083	50 708911	113951
26	0.00216 22673 32834 197547	48481 25452 162221	50 822862	113953
27	0.00216 71154 58286 359768	48481 25401 225406	50 936815	113952
28	0.00217 19635 83687 585174	48481 25350 174639	51 050767	113952
29	0.00217 68117 09037 759813	48481 25299 009920	51 164719	113954
7 30	0.00218 16598 34336 769733	48481 25247 731247	51 278673	113951
31	0.00218 65079 59584 500980	48481 25196 338623	51 392624	113953
32	0.00219 13560 84780 839603	48481 25144 832046	51 506577	113952
33	0.00219 62042 09925 671649	48481 25093 211517	51 620529	113953
34	0.00220 10523 35018 883166	48481 25041 477035	51 734482	113952
7 35	0.00220 59004 60060 360201	48481 24989 628601	51 848434	113953
36	0.00221 07485 85049 988802	48481 24937 666214	51 962387	113951
37	0.00221 55967 09987 655016	48481 24885 589876	52 076338	113954
38	0.00222 04448 34873 244892	48481 24833 399584	52 190292	113952
39	0.00222 52929 59706 644476	48481 24781 095340	52 304244	113952
7 40	0.00223 01410 84487 739816	48481 24728 677144	52 418196	113953
41	0.00223 49892 09216 416960	48481 24676 144995	52 532149	113951
42	0.00223 98373 33892 561955	48481 24623 498895	52 646100	113954
43	0.00224 46854 58516 060850	48481 24570 738841	52 760054	113952
44	0.00224 95335 83086 799691	48481 24517 864835	52 874006	113952
7 45	0.00225 43817 07604 664526	48481 24464 876877	52 987958	113953
46	0.00225 92298 32069 541403	48481 24411 774966	53 101911	113952
47	0.00226 40779 56481 316369	48481 24358 559103	53 215863	113953
48	0.00226 89260 80839 875472	48481 24305 229287	53 329816	113951
49	0.00227 37742 05145 104759	48481 24251 785520	53 443767	113953
7 50	0.00227 86223 29396 890279	48481 24198 227800	53 557720	113954
51	0.00228 34704 53595 118079	48481 24144 556126	53 671674	113950
52	0.00228 83185 77739 674205	48481 24090 770502	53 785624	113953
53	0.00229 31667 01830 444707	48481 24036 870925	53 899577	113954
54	0.00229 80148 25867 315632	48481 23982 857394	54 013531	113951
7 55	0.00230 28629 49850 173026	48481 23928 729912	54 127482	113952
56	0.00230 77110 73778 902938	48481 23874 488478	54 241434	113954
57	0.00231 25591 97653 391416	48481 23820 133090	54 355388	113951
58	0.00231 74073 21473 524506	48481 23765 663751	54 469339	113952
59	0.00232 22554 45239 188257	48481 23711 080460	54 583291	113954
8 0	0.00232 71035 68950 268717		54 697245	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
7′ 20″	0.99999 77247 71986 592934			
		103 53693 782261	23504 377062	
21	0.99999 77144 18292 810673			244
		103 77198 159079	23504 376818	
22	0.99999 77040 41094 651594			245
		104 00702 535652	23504 376573	
23	0.99999 76936 40392 115942			243
		104 24206 911982	23504 376330	
24	0.99999 76832 16185 203960			245
		104 47711 288067	23504 376085	
				247
7 25	0.99999 76727 68473 915893		23504 375838	
		104 71215 663905		246
26	0.99999 76622 97258 251988		23504 375592	
		104 94720 039497		245
27	0.99999 76518 02538 212491		23504 375347	
		105 18224 414844		248
28	0.99999 76412 84313 797647		23504 375099	
		105 41728 789943		249
29	0.99999 76307 42585 007704		23504 374850	
		105 65233 164793		247
7 30	0.99999 76201 77351 842911		23504 374603	
		105 88737 539396		249
31	0.99999 76095 88614 303515		23504 374354	
		106 12241 913750		249
32	0.99999 75989 76372 389765		23504 374105	
		106 35746 287855		252
33	0.99999 75883 40626 101910		23504 373853	
		106 59250 661708		248
34	0.99999 75776 81375 440202		23504 373605	
		106 82755 035313		253
7 35	0.99999 75669 98620 404889		23504 373352	
		107 06259 408665		250
36	0.99999 75562 92360 996224		23504 373102	
		107 29763 781767		254
37	0.99999 75455 62597 214457		23504 372848	
		107 53268 154615		252
38	0.99999 75348 09329 059842		23504 372596	
		107 76772 527211		252
39	0.99999 75240 32556 532631		23504 372344	
		108 00276 899555		256
7 40	0.99999 75132 32279 633076		23504 372088	
		108 23781 271643		253
41	0.99999 75024 08498 361433		23504 371835	
		108 47285 643478		256
42	0.99999 74915 61212 717955		23504 371579	
		108 70790 015057		254
43	0.99999 74806 90422 702898		23504 371325	
		108 94294 386382		257
44	0.99999 74697 96128 316516		23504 371068	
		109 17798 757450		257
7 45	0.99999 74588 78329 559066		23504 370811	
		109 41303 128261		257
46	0.99999 74479 37026 430805		23504 370554	
		109 64807 498815		257
47	0.99999 74369 72218 931990		23504 370297	
		109 88311 869112		259
48	0.99999 74259 83907 062878		23504 370038	
		110 11816 239150		258
49	0.99999 74149 72090 823728		23504 369780	
		110 35320 608930		261
7 50	0.99999 74039 36770 214798		23504 369519	
		110 58824 978449		258
51	0.99999 73928 77945 236349		23504 369261	
		110 82329 347710		261
52	0.99999 73817 95615 888639		23504 369000	
		111 05833 716710		262
53	0.99999 73706 89782 171929		23504 368738	
		111 29338 085448		261
54	0.99999 73595 60444 086481		23504 368477	
		111 52842 453925		262
7 55	0.99999 73484 07601 632556		23504 368215	
		111 76346 822140		263
56	0.99999 73372 31254 810416		23504 367952	
		111 99851 190092		263
57	0.99999 73260 31403 620324		23504 367689	
		112 23355 557781		264
58	0.99999 73148 08048 062543		23504 367425	
		112 46859 925206		264
59	0.99999 73035 61188 137337		23504 367161	
		112 70364 292367		265
8 0	0.99999 72922 90823 844970		23504 366896	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
8′ 0″	0.00232 71035 68950 268717			
		48481 23656 383215	54 697245	
1	0.00233 19516 92606 651932			113952
		48481 23601 572018	54 811197	
2	0.00233 67998 16208 223950			113951
		48481 23546 646870	54 925148	
3	0.00234 16479 39754 870820			113954
		48481 23491 607768	55 039102	
4	0.00234 64960 63246 478588			113951
		48481 23436 454715	55 153053	
8 5	0.00235 13441 86682 933303			113954
		48481 23381 187708	55 267007	
6	0.00235 61923 10064 121011			113951
		48481 23325 806750	55 380958	
7	0.00236 10404 33389 927761			113953
		48481 23270 311839	55 494911	
8	0.00236 58885 56660 239600			113952
		48481 23214 702976	55 608863	
9	0.00237 07366 79874 942576			113953
		48481 23158 980160	55 722816	
8 10	0.00237 55848 03033 922736			113952
		48481 23103 143392	55 836768	
11	0.00238 04329 26137 066128			113952
		48481 23047 192672	55 950720	
12	0.00238 52810 49184 258800			113953
		48481 22991 127999	56 064673	
13	0.00239 01291 72175 386799			113952
		48481 22934 949374	56 178625	
14	0.00239 49772 95110 336173			113952
		48481 22878 656797	56 292577	
8 15	0.00239 98254 17988 992970			113954
		48481 22822 250266	56 406531	
16	0.00240 46735 40811 243236			113950
		48481 22765 729785	56 520481	
17	0.00240 95216 63576 973021			113955
		48481 22709 095349	56 634436	
18	0.00241 43697 86286 068370			113950
		48481 22652 346963	56 748386	
19	0.00241 92179 08938 415333			113953
		48481 22595 484624	56 862339	
8 20	0.00242 40660 31533 899957			113953
		48481 22538 508332	56 976292	
21	0.00242 89141 54072 408289			113952
		48481 22481 418088	57 090244	
22	0.00243 37622 76553 826377			113952
		48481 22424 213892	57 204196	
23	0.00243 86103 98978 040269			113954
		48481 22366 895742	57 318150	
24	0.00244 34585 21344 936011			113950
		48481 22309 463642	57 432100	
8 25	0.00244 83066 43654 399653			113954
		48481 22251 917588	57 546054	
26	0.00245 31547 65906 317241			113951
		48481 22194 257583	57 660005	
27	0.00245 80028 88100 574824			113954
		48481 22136 483624	57 773959	
28	0.00246 28510 10237 058448			113951
		48481 22078 595714	57 887910	
29	0.00246 76991 32315 654162			113953
		48481 22020 593851	58 001863	
8 30	0.00247 25472 54336 248013			113952
		48481 21962 478036	58 115815	
31	0.00247 73953 76298 726049			113953
		48481 21904 248268	58 229768	
32	0.00248 22434 98202 974317			113951
		48481 21845 904549	58 343719	
33	0.00248 70916 20048 878866			113954
		48481 21787 446876	58 457673	
34	0.00249 19397 41836 325742			113952
		48481 21728 875251	58 571625	
8 35	0.00249 67878 63565 200993			113951
		48481 21670 189675	58 685576	
36	0.00250 16359 85235 390668			113953
		48481 21611 390146	58 799529	
37	0.00250 64841 06846 780814			113954
		48481 21552 476663	58 913483	
38	0.00251 13322 28399 257477			113950
		48481 21493 449230	59 027433	
39	0.00251 61803 49892 706707			113953
		48481 21434 307844	59 141386	
8 40	0.00252 10284 71327 014551			113953
			59 255339	

$\Delta\alpha$	$\cos \Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
8′ 0″	0.99999 72922 90823 844970			
		112 93868 659263	23504 366896	265
1	0.99999 72809 96955 185707		23504 366631	
		113 17373 025894		268
2	0.99999 72696 79582 159813		23504 366363	
		113 40877 392257		264
3	0.99999 72583 38704 767556		23504 366099	
		113 64381 758356		268
4	0.99999 72469 74323 009200		23504 365831	
		113 87886 124187		269
8 5	0.99999 72355 86436 885013			
		114 11390 489749	23504 365562	267
6	0.99999 72241 75046 395264		23504 365295	
		114 34894 855044		268
7	0.99999 72127 40151 540220		23504 365027	
		114 58399 220071		271
8	0.99999 72012 81752 320149		23504 364756	
		114 81903 584827		269
9	0.99999 71897 99848 735322		23504 364487	
		115 05407 949314		270
8 10	0.99999 71782 94440 786008			
		115 28912 313531	23504 364217	272
11	0.99999 71667 65528 472477		23504 363945	
		115 52416 677476		271
12	0.99999 71552 13111 795001		23504 363674	
		115 75921 041150		272
13	0.99999 71436 37190 753851		23504 363402	
		115 99425 404552		273
14	0.99999 71320 37765 349299		23504 363129	
		116 22929 767681		273
8 15	0.99999 71204 14835 581618			
		116 46434 130537	23504 362856	273
16	0.99999 71087 68401 451081		23504 362583	
		116 69938 493120		276
17	0.99999 70970 98462 957961		23504 362307	
		116 93442 855427		273
18	0.99999 70854 05020 102534		23504 362034	
		117 16947 217461		277
19	0.99999 70736 88072 885073		23504 361757	
		117 40451 579218		275
8 20	0.99999 70619 47621 305855			
		117 63955 940700	23504 361482	276
21	0.99999 70501 83665 365155		23504 361206	
		117 87460 301906		278
22	0.99999 70383 96205 063249		23504 360928	
		118 10964 662834		278
23	0.99999 70265 85240 400415		23504 360650	
		118 34469 023484		277
24	0.99999 70147 50771 376931		23504 360373	
		118 57973 383857		279
8 25	0.99999 70028 92797 993074			
		118 81477 743951	23504 360094	280
26	0.99999 69910 11320 249123		23504 359814	
		119 04982 103765		280
27	0.99999 69791 06338 145358		23504 359534	
		119 28486 463299		279
28	0.99999 69671 77851 682059		23504 359255	
		119 51990 822554		281
29	0.99999 69552 25860 859505		23504 358974	
		119 75495 181528		283
8 30	0.99999 69432 50365 677977			
		119 98999 540219	23504 358691	281
31	0.99999 69312 51366 137758		23504 358410	
		120 22503 898629		282
32	0.99999 69192 28862 239129		23504 358128	
		120 46008 256757		285
33	0.99999 69071 82853 982372		23504 357843	
		120 69512 614600		282
34	0.99999 68951 13341 367772		23504 357561	
		120 93016 972161		284
8 35	0.99999 68830 20324 395611			
		121 16521 329438	23504 357277	287
36	0.99999 68709 03803 066173		23504 356990	
		121 40025 686428		283
37	0.99999 68587 63777 379745		23504 356707	
		121 63530 043135		287
38	0.99999 68466 00247 336610		23504 356420	
		121 87034 399555		286
39	0.99999 68344 13212 937055		23504 356134	
		122 10538 755689		288
8 40	0.99999 68222 02674 181366		23504 355846	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
8′ 40″	0.00252 10284 71327 014551			
		48481 21375 052505	59 255339	
41	0.00252 58765 92702 067056			113952
		48481 21315 683214	59 369291	
42	0.00253 07247 14017 750270			113952
		48481 21256 199971	59 483243	
43	0.00253 55728 35273 950241			113952
		48481 21196 602776	59 597195	
44	0.00254 04209 56470 553017			113954
		48481 21136 891627	59 711149	
8 45	0.00254 52690 77607 444644			113951
		48481 21077 066527	59 825100	
46	0.00255 01171 98684 511171			113952
		48481 21017 127475	59 939052	
47	0.00255 49653 19701 638646			113954
		48481 20957 074469	60 053006	
48	0.00255 98134 40658 713115			113950
		48481 20896 907513	60 166956	
49	0.00256 46615 61555 620628			113954
		48481 20836 626603	60 280910	
8 50	0.00256 95096 82392 247231			113952
		48481 20776 231741	60 394862	
51	0.00257 43578 03168 478972			113952
		48481 20715 722927	60 508814	
52	0.00257 92059 23884 201899			113954
		48481 20655 100161	60 622766	
53	0.00258 40540 44539 302060			113950
		48481 20594 363441	60 736720	
54	0.00258 89021 65133 665501			113954
		48481 20533 512771	60 850670	
8 55	0.00259 37502 85667 178272			113952
		48481 20472 548147	60 964624	
56	0.00259 85984 06139 726419			113951
		48481 20411 469571	61 078576	
57	0.00260 34465 26551 195990			113954
		48481 20350 277044	61 192527	
58	0.00260 82946 46901 473034			113952
		48481 20288 970563	61 306481	
59	0.00261 31427 67190 443597			113952
		48481 20227 550130	61 420433	
9 0	0.00261 79908 87417 993727			113951
		48481 20166 015745	61 534385	
1	0.00262 28390 07584 009472			113955
		48481 20104 367409	61 648336	
2	0.00262 76871 27688 376881			113950
		48481 20042 605118	61 762291	
3	0.00263 25352 47730 981999			113954
		48481 19980 728877	61 876241	
4	0.00263 73833 67711 710876			113951
		48481 19918 738682	61 990195	
9 5	0.00264 22314 87630 449558			113952
		48481 19856 634536	62 104146	
6	0.00264 70796 07487 084094			113954
		48481 19794 416438	62 218098	
7	0.00265 19277 27281 500532			113951
		48481 19732 084386	62 332052	
8	0.00265 67758 47013 584918			113953
		48481 19669 638383	62 446003	
9	0.00266 16239 66683 223301			113952
		48481 19607 078427	62 559956	
9 10	0.00266 64720 86290 301728			113952
		48481 19544 404519	62 673908	
11	0.00267 13202 05834 706247			113952
		48481 19481 616659	62 787860	
12	0.00267 61683 25316 322906			113954
		48481 19418 714847	62 901812	
13	0.00268 10164 44735 037753			113950
		48481 19355 699081	63 015766	
14	0.00268 58645 64090 736834			113954
		48481 19292 569365	63 129716	
9 15	0.00269 07126 83383 306199			113951
		48481 19229 325695	63 243670	
16	0.00269 55608 02612 631894			113953
		48481 19165 968074	63 357621	
17	0.00270 04089 21778 599968			113953
		48481 19102 496500	63 471574	
18	0.00270 52570 40881 096468			113951
		48481 19038 910973	63 585527	
19	0.00271 01051 59920 007441			113952
		48481 18975 211495	63 699478	
9 20	0.00271 49532 78895 218936		63 813430	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
8′ 40″	0.99999 68222 02674 181366			
		122 34043 111535	23504 355846	286
41	0.99999 68099 68631 069831		23504 355560	
		122 57547 467095		289
42	0.99999 67977 11083 602736		23504 355271	
		122 81051 822366		289
43	0.99999 67854 30031 780370		23504 354982	
		123 04556 177348		289
44	0.99999 67731 25475 603022		23504 354693	
		123 28060 532041		289
8 45	0.99999 67607 97415 070981		23504 354404	
		123 51564 886445		291
46	0.99999 67484 45850 184536		23504 354113	
		123 75069 240558		291
47	0.99999 67360 70780 943978		23504 353822	
		123 98573 594380		291
48	0.99999 67236 72207 349598		23504 353531	
		124 22077 947911		292
49	0.99999 67112 50129 401687		23504 353239	
		124 45582 301150		293
8 50	0.99999 66988 04547 100537		23504 352946	
		124 69086 654096		293
51	0.99999 66863 35460 446441		23504 352653	
		124 92591 006749		293
52	0.99999 66738 42869 439692		23504 352360	
		125 16095 359109		294
53	0.99999 66613 26774 080583		23504 352066	
		125 39599 711175		296
54	0.99999 66487 87174 369408		23504 351770	
		125 63104 062945		294
8 55	0.99999 66362 24070 306463		23504 351476	
		125 86608 414421		297
56	0.99999 66236 37461 892042		23504 351179	
		126 10112 765600		296
57	0.99999 66110 27349 126442		23504 350883	
		126 33617 116483		296
58	0.99999 65983 93732 009959		23504 350587	
		126 57121 467070		299
59	0.99999 65857 36610 542889		23504 350288	
		126 80625 817358		297
9 0	0.99999 65730 55984 725531		23504 349991	
		127 04130 167349		299
1	0.99999 65603 51854 558182		23504 349692	
		127 27634 517041		299
2	0.99999 65476 24220 041141		23504 349393	
		127 51138 866434		300
3	0.99999 65348 73081 174707		23504 349093	
		127 74643 215527		299
4	0.99999 65220 98437 959180		23504 348794	
		127 98147 564321		303
9 5	0.99999 65093 00290 394859		23504 348491	
		128 21651 912812		300
6	0.99999 64964 78638 482047		23504 348191	
		128 45156 261003		302
7	0.99999 64836 33482 221044		23504 347889	
		128 68660 608892		303
8	0.99999 64707 64821 612152		23504 347586	
		128 92164 956478		302
9	0.99999 64578 72656 655674		23504 347284	
		129 15669 303762		304
9 10	0.99999 64449 56987 351912		23504 346980	
		129 39173 650742		305
11	0.99999 64320 17813 701170		23504 346675	
		129 62677 997417		304
12	0.99999 64190 55135 703753		23504 346371	
		129 86182 343788		305
13	0.99999 64060 68953 359965		23504 346066	
		130 09686 689854		306
14	0.99999 63930 59266 670111		23504 345760	
		130 33191 035614		307
9 15	0.99999 63800 26075 634497		23504 345453	
		130 56695 381067		306
16	0.99999 63669 69380 253430		23504 345147	
		130 80199 726214		307
17	0.99999 63538 89180 527216		23504 344840	
		131 03704 071054		309
18	0.99999 63407 85476 456162		23504 344531	
		131 27208 415585		309
19	0.99999 63276 58268 040577		23504 344222	
		131 50712 759807		308
9 20	0.99999 63145 07555 280770		23504 343914	

$\Delta\alpha$	sin $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
9′ 20″	0.00271 49532 78895 218936			
		48481 18911 398065	63 813430	
21	0.00271 98013 97806 617001			113954
		48481 18847 470681	63 927384	
22	0.00272 46495 16654 087682			113951
		48481 18783 429346	64 041335	
23	0.00272 94976 35437 517028			113953
		48481 18719 274058	64 155288	
24	0.00273 43457 54156 791086			113952
		48481 18655 004818	64 269240	
9 25	0.00273 91938 72811 795904			113951
		48481 18590 621627	64 383191	
26	0.00274 40419 91402 417531			113954
		48481 18526 124482	64 497145	
27	0.00274 88901 09928 542013			113952
		48481 18461 513385	64 611097	
28	0.00275 37382 28390 055398			113951
		48481 18396 788337	64 725048	
29	0.00275 85863 46786 843735			113954
		48481 18331 949335	64 839002	
9 30	0.00276 34344 65118 793070			113951
		48481 18266 996382	64 952953	
31	0.00276 82825 83385 789452			113953
		48481 18201 929476	65 066906	
32	0.00277 31307 01587 718928			113952
		48481 18136 748618	65 180858	
33	0.00277 79788 19724 467546			113952
		48481 18071 453808	65 294810	
34	0.00278 28269 37795 921354			113953
		48481 18006 045045	65 408763	
9 35	0.00278 76750 55801 966399			113951
		48481 17940 522331	65 522714	
36	0.00279 25231 73742 488730			113953
		48481 17874 885664	65 636667	
37	0.00279 73712 91617 374394			113952
		48481 17809 135045	65 750619	
38	0.00280 22194 09426 509439			113953
		48481 17743 270473	65 864572	
39	0.00280 70675 27169 779912			113952
		48481 17677 291949	65 978524	
9 40	0.00281 19156 44847 071861			113951
		48481 17611 199474	66 092475	
41	0.00281 67637 62458 271335			113954
		48481 17544 993045	66 206429	
42	0.00282 16118 80003 264380			113951
		48481 17478 672665	66 320380	
43	0.00282 64599 97481 937045			113953
		48481 17412 238332	66 434333	
44	0.00283 13081 14894 175377			113952
		48481 17345 690047	66 548285	
9 45	0.00283 61562 32239 865424			113952
		48481 17279 027810	66 662237	
46	0.00284 10043 49518 893234			113952
		48481 17212 251621	66 776189	
47	0.00284 58524 66731 144855			113953
		48481 17145 361479	66 890142	
48	0.00285 07005 83876 506334			113952
		48481 17078 357385	67 004094	
49	0.00285 55487 00954 863719			113952
		48481 17011 239339	67 118046	
9 50	0.00286 03968 17966 103058			113952
		48481 16944 007341	67 231998	
51	0.00286 52449 34910 110399			113953
		48481 16876 661390	67 345951	
52	0.00287 00930 51786 771789			113951
		48481 16809 201488	67 459902	
53	0.00287 49411 68595 973277			113954
		48481 16741 627632	67 573856	
54	0.00287 97892 85337 600909			113951
		48481 16673 939825	67 687807	
9 55	0.00288 46374 02011 540734			113952
		48481 16606 138066	67 801759	
56	0.00288 94855 18617 678800			113953
		48481 16538 222354	67 915712	
57	0.00289 43336 35155 901154			113952
		48481 16470 192690	68 029664	
58	0.00289 91817 51626 093844			113951
		48481 16402 049075	68 143615	
59	0.00290 40298 68028 142919			113955
		48481 16333 791505	68 257570	
				113949
10 0	0.00290 88779 84361 934424		68 371519	

$\Delta\alpha$	cos $\Delta\alpha$	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
9' 20"	0.99999 63145 07555 280770			
		131 74217 103721	23504 343914	
21	0.99999 63013 33338 177049			309
		131 97721 447326	23504 343605	
22	0.99999 62881 35616 729723			312
		132 21225 790619	23504 343293	
23	0.99999 62749 14390 939104			310
		132 44730 133602	23504 342983	
24	0.99999 62616 69660 805502			311
		132 68234 476274	23504 342672	
				313
9 25	0.99999 62484 01426 329228			
		132 91738 818633	23504 342359	
26	0.99999 62351 09687 510595			311
		133 15243 160681	23504 342048	
27	0.99999 62217 94444 349914			313
		133 38747 502416	23504 341735	
28	0.99999 62084 55696 847498			315
		133 62251 843836	23504 341420	
29	0.99999 61950 93445 003662			312
		133 85756 184944	23504 341108	
				317
9 30	0.99999 61817 07688 818718			
		134 09260 525735	23504 340791	
31	0.99999 61682 98428 292983			313
		134 32764 866213	23504 340478	
32	0.99999 61548 65663 426770			317
		134 56269 206374	23504 340161	
33	0.99999 61414 09394 220396			315
		134 79773 546220	23504 339846	
34	0.99999 61279 29620 674176			319
		135 03277 885747	23504 339527	
				316
9 35	0.99999 61144 26342 788429			
		135 26782 224958	23504 339211	
36	0.99999 61008 99560 563471			317
		135 50286 563852	23504 338894	
37	0.99999 60873 49273 999619			321
		135 73790 902425	23504 338573	
38	0.99999 60737 75483 097194			317
		135 97295 240681	23504 338256	
39	0.99999 60601 78187 856513			320
		136 20799 578617	23504 337936	
				320
9 40	0.99999 60465 57388 277896			
		136 44303 916233	23504 337616	
41	0.99999 60329 13084 361663			322
		136 67808 253527	23504 337294	
42	0.99999 60192 45276 108136			320
		136 91312 590501	23504 336974	
43	0.99999 60055 53963 517635			322
		137 14816 927153	23504 336652	
44	0.99999 59918 39146 590482			323
		137 38321 263482	23504 336329	
				322
9 45	0.99999 59781 00825 327000			
		137 61825 599489	23504 336007	
46	0.99999 59643 38999 727511			323
		137 85329 935173	23504 335684	
47	0.99999 59505 53669 792338			326
		138 08834 270531	23504 335358	
48	0.99999 59367 44835 521807			323
		138 32338 605566	23504 335035	
49	0.99999 59229 12496 916241			326
		138 55842 940275	23504 334709	
				325
9 50	0.99999 59090 56653 975966			
		138 79347 274659	23504 334384	
51	0.99999 58951 77306 701307			326
		139 02851 608717	23504 334058	
52	0.99999 58812 74455 092590			328
		139 26355 942447	23504 333730	
53	0.99999 58673 48099 150143			326
		139 49860 275851	23504 333404	
54	0.99999 58533 98238 874292			329
		139 73364 608926	23504 333075	
				328
9 55	0.99999 58394 24874 265366			
		139 96868 941673	23504 332747	
56	0.99999 58254 28005 323693			328
		140 20373 274092	23504 332419	
57	0.99999 58114 07632 049601			331
		140 43877 606180	23504 332088	
58	0.99999 57973 63754 443421			329
		140 67381 937939	23504 331759	
59	0.99999 57832 96372 505482			332
		140 90886 269366	23504 331427	
				330
10 0	0.99999 57692 05486 236116		23504 331097	

Hilfstafeln.

1. Vielfache des Moduls M.
2. Vielfache von arc 1″.
3. Vielfache des reziproken Moduls 1 : M.

Vielfache des Moduls *M*.

1	0.43429	44819	03251	827651
2	0.86858	89638	06503	655302
3	1.30288	34457	09755	482953
4	1.73717	79276	13007	310605
5	2.17147	24095	16259	138256
6	2.60576	68914	19510	965907
7	3.04006	13733	22762	793558
8	3.47435	58552	26014	621209
9	3.90865	03371	29266	448860
10	4.34294	48190	32518	276511
11	4.77723	93009	35770	104162
12	5.21153	37828	39021	931814
13	5.64582	82647	42273	759465
14	6.08012	27466	45525	587116
15	6.51441	72285	48777	414767
16	6.94871	17104	52029	242418
17	7.38300	61923	55281	070069
18	7.81730	06742	58532	897720
19	8.25159	51561	61784	725371
20	8.68588	96380	65036	553023
21	9.12018	41199	68288	380674
22	9.55447	86018	71540	208325
23	9.98877	30837	74792	035976
24	10.42306	75656	78043	863627
25	10.85736	20475	81295	691278
26	11.29165	65294	84547	518929
27	11.72595	10113	87799	346580
28	12.16024	54932	91051	174232
29	12.59453	99751	94303	001883
30	13.02883	44570	97554	829534
31	13.46312	89390	00806	657185
32	13.89742	34209	04058	484836
33	14.33171	79028	07310	312487
34	14.76601	23847	10562	140138
35	15.20030	68666	13813	967790
36	15.63460	13485	17065	795441
37	16.06889	58304	20317	623092
38	16.50319	03123	23569	450743
39	16.93748	47942	26821	278394
40	17.37177	92761	30073	106045
41	17.80607	37580	33324	933696
42	18.24036	82399	36576	761347
43	18.67466	27218	39828	588999
44	19.10895	72037	43080	416650
45	19.54325	16856	46332	244301
46	19.97754	61675	49584	071952
47	20.41184	06494	52835	899603
48	20.84613	51313	56087	727254
49	21.28042	96132	59339	554905
50	21.71472	40951	62591	382556

51	22.14901	85770	65843	210208
52	22.58331	30589	69095	037859
53	23.01760	75408	72346	865510
54	23.45190	20227	75598	693161
55	23.88619	65046	78850	520812
56	24.32049	09865	82102	348463
57	24.75478	54684	85354	176114
58	25.18907	99503	88606	003765
59	25.62337	44322	91857	831417
60	26.05766	89141	95109	659068
61	26.49196	33960	98361	486719
62	26.92625	78780	01613	314370
63	27.36055	23599	04865	142021
64	27.79484	68418	08116	969672
65	28.22914	13237	11368	797323
66	28.66343	58056	14620	624975
67	29.09773	02875	17872	452626
68	29.53202	47694	21124	280277
69	29.96631	92513	24376	107928
70	30.40061	37332	27627	935579
71	30.83490	82151	30879	763230
72	31.26920	26970	34131	590881
73	31.70349	71789	37383	418532
74	32.13779	16608	40635	246184
75	32.57208	61427	43887	073835
76	33.00638	06246	47138	901486
77	33.44067	51065	50390	729137
78	33.87496	95884	53642	556788
79	34.30926	40703	56894	384439
80	34.74355	85522	60146	212090
81	35.17785	30341	63398	039741
82	35.61214	75160	66649	867393
83	36.04644	19979	69901	695044
84	36.48073	64798	73153	522695
85	36.91503	09617	76405	350346
86	37.34932	54436	79657	177997
87	37.78361	99255	82909	005648
88	38.21791	44074	86160	833299
89	38.65220	88893	89412	660950
90	39.08650	33712	92664	488602
91	39.52079	78531	95916	316253
92	39.95509	23350	99168	143904
93	40.38938	68170	02419	971555
94	40.82368	12989	05671	799206
95	41.25797	57808	08923	626857
96	41.69227	02627	12175	454508
97	42.12656	47446	15427	282160
98	42.56085	92265	18679	109811
99	42.99515	37084	21930	937462
100	43.42944	81903	25182	765113

Vielfache von arc 1″.

1	0.00000 48481 36811 095360
2	0.00000 96962 73622 190720
3	0.00001 45444 10433 286080
4	0.00001 93925 47244 381440
5	0.00002 42406 84055 476800
6	0.00002 90888 20866 572160
7	0.00003 39369 57677 667520
8	0.00003 87850 94488 762879
9	0.00004 36332 31299 858239
10	0.00004 84813 68110 953599
11	0.00005 33295 04922 048959
12	0.00005 81776 41733 144319
13	0.00006 30257 78544 239679
14	0.00006 78739 15355 335039
15	0.00007 27220 52166 430399
16	0.00007 75701 88977 525759
17	0.00008 24183 25788 621119
18	0.00008 72664 62599 716479
19	0.00009 21145 99410 811839
20	0.00009 69627 36221 907199
21	0.00010 18108 73033 002559
22	0.00010 66590 09844 097919
23	0.00011 15071 46655 193279
24	0.00011 63552 83466 288638
25	0.00012 12034 20277 383998
26	0.00012 60515 57088 479358
27	0.00013 08996 93899 574718
28	0.00013 57478 30710 670078
29	0.00014 05959 67521 765438
30	0.00014 54441 04332 860798
31	0.00015 02922 41143 956158
32	0.00015 51403 77955 051518
33	0.00015 99885 14766 146878
34	0.00016 48366 51577 242238
35	0.00016 96847 88388 337598
36	0.00017 45329 25199 432958
37	0.00017 93810 62010 528318
38	0.00018 42291 98821 623678
39	0.00018 90773 35632 719038
40	0.00019 39254 72443 814397
41	0.00019 87736 09254 909757
42	0.00020 36217 46066 005117
43	0.00020 84698 82877 100477
44	0.00021 33180 19688 195837
45	0.00021 81661 56499 291197
46	0.00022 30142 93310 386557
47	0.00022 78624 30121 481917
48	0.00023 27105 66932 577277
49	0.00023 75587 03743 672637
50	0.00024 24068 40554 767997

51	0.00024 72549 77365 863357
52	0.00025 21031 14176 958717
53	0.00025 69512 50988 054077
54	0.00026 17993 87799 149437
55	0.00026 66475 24610 244796
56	0.00027 14956 61421 340156
57	0.00027 63437 98232 435516
58	0.00028 11919 35043 530876
59	0.00028 60400 71854 626236
60	0.00029 08882 08665 721596
61	0.00029 57363 45476 816956
62	0.00030 05844 82287 912316
63	0.00030 54326 19099 007676
64	0.00031 02807 55910 103036
65	0.00031 51288 92721 198396
66	0.00031 99770 29532 293756
67	0.00032 48251 66343 389116
68	0.00032 96733 03154 484476
69	0.00033 45214 39965 579836
70	0.00033 93695 76776 675196
71	0.00034 42177 13587 770555
72	0.00034 90658 50398 865915
73	0.00035 39139 87209 961275
74	0.00035 87621 24021 056635
75	0.00036 36102 60832 151995
76	0.00036 84583 97643 247355
77	0.00037 33065 34454 342715
78	0.00037 81546 71265 438075
79	0.00038 30028 08076 533435
80	0.00038 78509 44887 628795
81	0.00039 26990 81698 724155
82	0.00039 75472 18509 819515
83	0.00040 23953 55320 914875
84	0.00040 72434 92132 010235
85	0.00041 20916 28943 105595
86	0.00041 69397 65754 200954
87	0.00042 17879 02565 296314
88	0.00042 66360 39376 391674
89	0.00043 14841 76187 487034
90	0.00043 63323 12998 582394
91	0.00044 11804 49809 677754
92	0.00044 60285 86620 773114
93	0.00045 08767 23431 868474
94	0.00045 57248 60242 963834
95	0.00046 05729 97054 059194
96	0.00046 54211 33865 154554
97	0.00047 02692 70676 249914
98	0.00047 51174 07487 345274
99	0.00047 99655 44298 440634
100	0.00048 48136 81109 535994

Vielfache des reziproken Moduls $1 : M$.

1	2.30258 50929 94045 684018
2	4.60517 01859 88091 368036
3	6.90775 52789 82137 052054
4	9.21034 03719 76182 736072
5	11.51292 54649 70228 420090
6	13.81551 05579 64274 104108
7	16.11809 56509 58319 788126
8	18.42068 07439 52365 472144
9	20.72326 58369 46411 156162
10	23.02585 09299 40456 840180
11	25.32843 60229 34502 524198
12	27.63102 11159 28548 208216
13	29.93360 62089 22593 892234
14	32.23619 13019 16639 576252
15	34.53877 63949 10685 260270
16	36.84136 14879 04730 944288
17	39.14394 65808 98776 628306
18	41.44653 16738 92822 312324
19	43.74911 67668 86867 996342
20	46.05170 18598 80913 680360
21	48.35428 69528 74959 364378
22	50.65687 20458 69005 048396
23	52.95945 71388 63050 732414
24	55.26204 22318 57096 416432
25	57.56462 73248 51142 100450
26	59.86721 24178 45187 784468
27	62.16979 75108 39233 468486
28	64.47238 26038 33279 152504
29	66.77496 76968 27324 836522
30	69.07755 27898 21370 520540
31	71.38013 78828 15416 204558
32	73.68272 29758 09461 888576
33	75.98530 80688 03507 572594
34	78.28789 31617 97553 256612
35	80.59047 82547 91598 940630
36	82.89306 33477 85644 624648
37	85.19564 84407 79690 308666
38	87.49823 35337 73735 992684
39	89.80081 86267 67781 676702
40	92.10340 37197 61827 360720
41	94.40598 88127 55873 044738
42	96.70857 39057 49918 728756
43	99.01115 89987 43964 412774
44	101.31374 40917 38010 096792
45	103.61632 91847 32055 780810
46	105.91891 42777 26101 464828
47	108.22149 93707 20147 148846
48	110.52408 44637 14192 832864
49	112.82666 95567 08238 516882
50	115.12925 46497 02284 200900

51	117.43183 97426 96329 884918
52	119.73442 48356 90375 568936
53	122.03700 99286 84421 252954
54	124.33959 50216 78466 936972
55	126.64218 01146 72512 620990
56	128.94476 52076 66558 305008
57	131.24735 03006 60603 989026
58	133.54993 53936 54649 673044
59	135.85252 04866 48695 357061
60	138.15510 55796 42741 041079
61	140.45769 06726 36786 725097
62	142.76027 57656 30832 409115
63	145.06286 08586 24878 093133
64	147.36544 59516 18923 777151
65	149.66803 10446 12969 461169
66	151.97061 61376 07015 145187
67	154.27320 12306 01060 829205
68	156.57578 63235 95106 513223
69	158.87837 14165 89152 197241
70	161.18095 65095 83197 881259
71	163.48354 16025 77243 565277
72	165.78612 66955 71289 249295
73	168.08871 17885 65334 933313
74	170.39129 68815 59380 617331
75	172.69388 19745 53426 301349
76	174.99646 70675 47471 985367
77	177.29905 21605 41517 669385
78	179.60163 72535 35563 353403
79	181.90422 23465 29609 037421
80	184.20680 74395 23654 721439
81	186.50939 25325 17700 405457
82	188.81197 76255 11746 089475
83	191.11456 27185 05791 773493
84	193.41714 78114 99837 457511
85	195.71973 29044 93883 141529
86	198.02231 79974 87928 825547
87	200.32490 30904 81974 509565
88	202.62748 81834 76020 193583
89	204.93007 32764 70065 877601
90	207.23265 83694 64111 561619
91	209.53524 34624 58157 245637
92	211.83782 85554 52202 929655
93	214.14041 36484 46248 613673
94	216.44299 87414 40294 297691
95	218.74558 38344 34339 981709
96	221.04816 89274 28385 665727
97	223.35075 40204 22431 349745
98	225.65333 91134 16477 033763
99	227.95592 42064 10522 717781
100	230.25850 92994 04568 401799

Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Von

Dr. M. NEIDING.

Vorgelegt von Hrn. Waldeyer in der Gesamtsitzung am 23. Februar 1911.
Zum Druck verordnet am gleichen Tage, ausgegeben am 13. Juli 1911.

Bevor ich beginne, die Ergebnisse meiner Untersuchungen darzustellen, die ich auf Anregung des Hrn. Professors Dr. L. Jacobsohn unternommen und in seinem Laboratorium ausgeführt habe, möchte ich auf den Zweck und die Grundlage meiner Arbeit hinweisen.

Wie bekannt, war Forel der erste, der das Diencephalon des Menschen und der Säugetiere einem gründlichen vergleichend-anatomischen Studium unterworfen hat. Sein wichtigstes Verdienst besteht in der Feststellung des Baues der Regio Subthalamica, des Meta- und Epithalamus. Dem Thalamus im engeren Sinne des Wortes hat er jedoch wenig Aufmerksamkeit gewidmet. Ohne die Bedeutung der Arbeiten Forels verkleinern zu wollen, die ja als Basis aller späteren Untersuchungen über den Bau des Zwischenhirns angesehen werden müssen, muß man doch sagen, daß seine Angaben über die Kerne zum Teil unvollständig, zum Teil auch nicht ganz richtig sind.

Die Lücke in bezug auf den Thalamus wurde zum Teil durch Nißl (46), der die betreffenden Kerne beim Kaninchen, teils durch von Monakow (43) ausgefüllt, der sie beim Menschen und bei den Karnivoren beschrieben hat. Was aber die Homologisierung der Thalamuskerne bei den Säugetieren und beim Menschen anbetrifft, so wurde die Möglichkeit einer solchen von einigen Autoren (Forel) verneint, von anderen (Ganser, von Monakow) in Zweifel gezogen.

Die vorliegende Arbeit ist ein Versuch, die graue Substanz des Diencephalon des Igels, des Kaninchens, des Hundes und des Affen (Macacus rhesus) in einzelne Kerne zu zerlegen.

In dieser Richtung ist am besten das Kaninchen und der Hund, weniger der Affe und fast gar nicht der Igel untersucht worden; die Autoren haben dabei nur einzelne Teile des Diencephalon untersucht. Soviel mir wenigstens bekannt ist, ist jedoch seit Forel keine Arbeit über die sämtlichen Kerne des Diencephalon aller dieser Tiere erschienen.

Nach einem von jedem voreingenommenen Standpunkt freien Studium dieser Kerne bei jedem der erwähnten Tiere wandte ich mich zur vergleichend-anatomischen Betrachtung des Gegenstandes. Somit hat die ganze Arbeit einen histologischen und vergleichend-anatomischen Charakter. Ich glaube jedoch hoffen zu dürfen, daß die Ergebnisse meiner Arbeit auch einen gewissen physiologischen Wert besitzen werden. Mit Rücksicht auf die Unmöglichkeit ein reines Experiment an den einzelnen Kernen des Thalamus zu veranstalten, ist ja der Physiologe gezwungen, die Funktion des Thalamus aus den vergleichend- bzw. experimentell-anatomischen Ergebnissen zu erschließen. (S. Hermanns Lehrbuch der Physiologie 1910, S. 296.)

Die Lehre von den Kernen des Thalamus begann damit, daß Burdach (9), Luys (35), Meynert (39), Forel (21), Schnopfhagen (53) seine graue Substanz in Abteilungen — von ihnen sogenannte »Kerne« — zerlegten, die durch Markblätter voneinander geschieden sind. Ganser (23), der zum Teil auch diese äußere Abgrenzung beibehalten hatte, brachte für die Differenzierung der grauen Substanz des Thalamus noch ein anderes Prinzip zur Geltung, nämlich »die elementare Zusammensetzung der einzelnen Partien«, ein Prinzip, das bereits früher durch Stieda (52) bei seinen Untersuchungen über die Kerne des Rückenmarks und des Hirnstammes eingeführt worden war. Dies Prinzip konnte jedoch erst nach der Nißlschen Erfindung seines Verfahrens der elektiven Zellenfärbung ausgiebig benutzt werden. Schon Nißl (46) selbst wandte seine Methode auf die Differenzierung der grauen Massen des Thalamus des Kaninchens in einzelne Kerne an, indem er für die Zuzählung der Zellen zu diesem oder jenem Kern als leitenden Gesichtspunkt die Form, die Größe, die Struktur, die Menge und die Gruppierung benutzte. Eine bestimmte physiologische Bedeutung schrieb jedoch Nißl den auf diese Weise ausgeschiedenen Kernen damals noch nicht zu. Als Hilfsprinzip wurde das Prinzip Nißls auch von von Monakow (43) bei seinen Untersuchungen über den Bau des Thalamus des Menschen und der Karnivoren verwertet. Andere Autoren, selbst die, die nach dem Nißlschen Verfahren die Kerne des Thalamus untersuchten, versäumen es leider die Grundsätze, nach denen sie die Kerne differenzieren, anzugeben.

Jacobsohn (28) kam, nachdem er auf den nach Nißlschem Verfahren gefärbten Schnitten die Kerne des Zentralnervensystems des Menschen

einer Untersuchung unterworfen hatte, zu der Überzeugung, daß für die Abgrenzung der Zellen in einzelne Kerne die Struktur, wie sie die Nißlsche Methode enthüllt, als wichtigstes Leitmerkmal angesehen werden muß, weil wenigstens die beiden Haupttypen der Nervenzellen, die motorischen und sensiblen, ihrer Struktur nach so verschieden sind, daß sie niemals miteinander verwechselt werden können. Aber auch die anderen Merkmale, wie die Form, die Größe, der Gruppierungscharakter, behalten bei Jacobsohn eine gewisse Bedeutung, wenngleich sie bei ihm erst in zweiter Linie in Betracht kommen. Seine Grundanschauung über das Verhältnis zwischen Struktur und Funktion der Zelle formuliert Jacobsohn folgendermaßen: »Je mehr sich der Nervenstrom von der sensiblen Anfangsstation des Zentralnervensystems der motorischen Endstation desselben nähert, um so mehr verwandelt sich die Struktur des Protoplasmas der zu passierenden Nervenzellen aus einer feinkörnigen in eine grobschollige.«

Auf diese Weise ergab sich die Möglichkeit, von der Struktur der Zelle wenigstens vermutungsweise auf ihre primäre Funktion zurückzuschließen. Das Verfahren Nißls, das von seinem Erfinder zur Differenzierung des Graues zunächst als rein anatomisches verwendet wurde, bekommt später bei ihm und bei Jacobsohn einen anatomo-physiologischen Charakter. Mit Benutzung dieses Nißl-Jacobsohnschen Prinzips hat Hrn. Jacobsohns Schüler, Hr. Dr. Malone (37), den Versuch unternommen, die Kerne des menschlichen Diencephalon zu differenzieren; die vorliegende Arbeit stellt sich als unmittelbare Fortsetzung und Ergänzung jener Untersuchung dar.

Unter einem primären Kern wird somit eine in einem begrenzten Gebiete gelegene und gleichartige Elemente aufweisende Zellengruppe zu verstehen sein. Die Gleichartigkeit der Zellen eines Kernes wird hauptsächlich durch die Gleichartigkeit ihrer Struktur bestimmt, selbst wenn geringe Abweichungen in Form und Größe vorliegen. Sehen wir in dem verschiedenen Zellencharakter nicht etwas Zufälliges, sondern nehmen wir einen Zusammenhang zwischen Struktur und Funktion an, so ist es klar, daß jeder nach diesem Prinzip ausgeschiedene Kern eine einheitliche Funktion besitzen muß.

Je niedriger das Tier steht, desto schwerer ist es, die Kerne des Thalamus voneinander zu unterscheiden. Dies liegt daran, daß die Zellen bei den niedrigen Tieren in bezug auf ihre Struktur, Form und Größe ein-

ander äußerst ähnlich sind. Beim Igel und in geringem Maße beim Kaninchen sind einige Nervenzellen so klein, daß der Unterschied zwischen diesen und Gliazellen fast unmöglich ist. Auch die Pigmentqualität, die zum Teil für die Zellen der verschiedenen Kerne des Thalamus des Menschen charakteristisch ist (Malone), kann beim Studium der Tiere aus dem Grunde nicht verwendet werden, weil in den Zellen ihres Diencephalon das Pigment nicht vorhanden ist.

Ein Moment, mit dem bei allen von mir untersuchten Tieren gerechnet werden muß, ist die Tatsache, daß die Struktur und die Form der Zellen wegen der auf sie drückenden Fasern eine Modifikation erleiden kann. Malone hat besonders diese Tatsache betont. Da, wo die Fasern sich in großen Massen häufen und sich in verschiedenen Richtungen kreuzen, verändern sie die Zellenstruktur bis zur Unkenntlichkeit, so daß ihre Differenzierung dadurch äußerst erschwert wird. Eine zweite Schwierigkeit kann durch die Fasern dadurch bedingt werden, daß sie zuweilen einzelne Zellengruppen von den Kernen absondern. Gelegentlich wachsen diese abgetrennten Gruppen sehr schnell und übersteigen im Umfang die ursprünglichen Kerne, so daß, falls einige verbindende Zellen verschwinden, diese Gruppen das Ansehen selbständiger Kerne erwecken können. Das Studium lückenloser Serien und der nach Weigert-Pal hergestellten Präparate erklärt in einem solchen Falle das neue topographische Bild.

Der Unterschied in der Struktur der Zellen tritt besonders bei mittlerer Vergrößerung (50—180) hervor; diese Vergrößerung benutzte ich bei meiner Arbeit vorzugsweise.

Benutzt man das myeloarchitektonische Prinzip der Differenzierung, so kann man nur, wie es aus der Arbeit von C. Vogt (55) ersichtlich ist und wie die Verfasserin im Anfang sich selbst ausdrückt, auf nach Weigert-Pal gefärbten Schnitten einzelne »Felder« abgrenzen, die durch Fasermenge und -Verlauf charakterisiert sind. Am Schluß der Arbeit werden jedoch diese Felder, wie ich glaube, ohne genügenden Grund, für Kerne oder ihre Äquivalente (? Verf.) ausgegeben. Das parallele Studium der Kerne des Diencephalon auf zahlreichen nach Weigert-Pal-Kulschitzky gefärbten Schnittserien von Tieren, die den Gegenstand meiner Arbeit bilden und die mir in der entgegenkommendsten Weise von Prof. Dr. L. Jacobsohn überlassen wurden, hat mich überzeugt, daß sie für ein Detailstudium der Kerne des Thalamus ganz unbrauchbar sind. Einige Kerne lassen sich auf so

gefärbten Präparaten gar nicht finden, dagegen können einige Zellengruppen, die von den Kernen getrennt sind, als selbständige Kerne imponieren. Ebensowenig sind solche Präparate für das vergleichend-anatomische Studium der Kerne des Diencephalon brauchbar. Wird das vergleichend-anatomische Studium des Thalamus auf den nach Weigert-Pal gefärbten Präparaten betrieben, so sind — und dafür bieten die Untersuchungen von Sachs (50) ein gutes Beispiel — unrichtige Ergebnisse unvermeidlich. Solche Präparate gestatten nämlich nur größere, durch Fasern abgegrenzte Felder zu vergleichen, die nicht immer den Kernen entsprechen. Außerdem werden Kerne, die bei den verschiedenen Tieren dieselbe topographische Lage einnehmen, als homolog angesehen, obgleich sie, wie das Nißlsche Verfahren ergibt, von ganz verschiedenen Zellen gebildet werden.

Der Anwendung der Imprägnationsmethoden (Golgi, Cajal, Bielschowsky und andere) zur Differenzierung des Graues stellen sich zunächst schon die Schwierigkeiten entgegen, die sich bei diesen Methoden an das Anfertigen von Schnitten durch das ganze Diencephalon bei großen Tieren knüpfen. Will man aus der anatomischen Gliederung auch gewisse physiologische Beziehungen ableiten, so können diese Methoden nur von geringem Werte sein, da bei ihnen die Verbindung zwischen der Funktion und dem Strukturbilde noch nicht festgestellt ist. Auch von Monakow glaubte diese Methoden bei seinen experimentell-anatomischen Untersuchungen nicht verwerten zu können.

Meine Untersuchungen habe ich an Frontalserien gemacht. Vom Macacus fertigte ich 5 Serien an (4 lückenlose und eine Ergänzungsserie), 3 vom Hund, 4 vom Kaninchen und 3 vom Igel, die sämtlich lücken los waren.

Die Tiere wurden mit Chloroform getötet. Das sofort herausgenommene Gehirn wurde in 96prozentigem, dann in absolutem Alkohol fixiert und gehärtet und schließlich mittels Chloroform in Paraffin eingebettet. Die 20 μ dicken Schnitte wurden mit Toluidinblau Dr. Grüblers gefärbt und in Alkohol differenziert.

Bei der Beschreibung einzelner Kerne ist es notwendig, auf ihre topographischen Verhältnisse hinzuweisen. Bei der Kleinheit des Objektes bei niederen Tieren hängen diese Verhältnisse natürlich sehr eng mit der Schnittrichtung zusammen, und schon die geringste Änderung derselben kann auch andere topographische Verhältnisse ergeben.

Die Darstellung geht vom Igel in aufsteigender Richtung zum Affen und hält sich an die gewöhnliche Abgrenzung des Diencephalon (Thalamus, Epi-, Meta-, Hypothalamus). Die Beschreibung erfolgt von kaudal nach oral zu. Diese Richtung ist als die führende im Auge zu behalten.

Bei der Nomenklatur habe ich nach dem Beispiel Gansers (23) die Bezeichnungen Corpus geniculatum laterale und mediale bei allen Tieren beibehalten, obgleich, wie schon Forel (20) nachgewiesen hat, das erste bei den kleinen Säugetieren oral und dorsal und das zweite kaudal und ventral gelegen ist. In der Bezeichnung einzelner Kerne bin ich im allgemeinen Malone (37) gefolgt, dessen Nomenklatur ich für die zweckmäßigste halte.

Die gröberen äußeren Verhältnisse des Thalamus und Metathalamus setze ich als bekannt voraus. Zur Orientierung in diesen habe ich die erste Arbeit von Forel (20) und das Lehrbuch Flatau und Jacobsohn (19) benutzt.

Igel (*Erinacaeus europaeus*. Ordnung: *Insectivora*).

Metathalamus.

Die ersten Zellen des Nucleus corporis geniculati medialis (n. c. g. med.) beginnen in Gestalt eines Höckers ungefähr in der Mitte der lateralen Seite des vorderen Zweihügels aufzutreten. Dieser Kern vergrößert sich schnell, breitet sich schon nach 6—7 Präparaten kontinuierlich in die Substanz des Zweihügels und erstreckt sich wie ein mächtiger Polyp zur Peripherie. Die Zellen dieses Kerns sind rund oder polygonal, arm an chromatophiler Substanz und lassen sich darum schwach färben. Die größte Entwicklung erreicht der Kern nach dem Verschwinden der Oculomotoriuszellen; er verbreitert sich dann dorsal, nimmt die ganze laterale und teilweise auch die dorsale Partie des Präparats ein (Fig. 1 und 5). Bald nach Erscheinen des Ganglion habenulae beginnen die Grenzen des N. c. g. med. sich zu verwischen, und der Kern, medialwärts gedrängt durch den hervortretenden Kern des äußeren Kniehöckers (n. c. g. lat.), verschwindet rasch. Einzelne Zellen von ihm kann man noch oral zwischen dem N. c. g. lat. und dem Nucleus communis thalami (n. cs. th.) verfolgen (Fig. 9).

Der Nucleus corporis geniculati lateralis (n. c. g. lat.) beginnt oral und dorso-lateral von dem eben beschriebenen Kerne (Fig. 5 links).

Seine runden Zellen färben sich stark und haben einen großen Kern, der in der Mitte liegt. Der N. c. g. lat. erscheint im Vergleich zum N. c. g. med. schwach entwickelt und hat die Form einer kleinen, aber gut abgegrenzten Mandel (Fig. 9). Auf mehr oral gelegenen Schnitten verschwinden die medial gelagerten Zellen, und jetzt stellt sich der N. c. g. lat. als ein schmaler Streifen von Zellen dar, der in der dorso-lateralen Ecke des Präparats gelagert ist (Fig. 13). Auf der Stufe der größten Entwicklung dieses Kerns tritt ventral von ihm ein kleiner Zellenhaufen in der Form eines Dreiecks hervor. Die Basis dieses Dreiecks ist nach dem N. c. g. lat., seine Spitze ventral gerichtet (g. v. c. g. lat. Fig. 9 rechts und Fig. 13 rechts). Diese Gruppe scheint ein Anhängsel des N. c. g. lat. zu sein. Zwischen den gliösen Elementen finden sich in dieser Gruppe dreieckige Nervenzellen, die bedeutend kleiner sind als die des N. c. g. lat. Ich bezeichne diese Gruppe als Griseum ventrale c. gen. lateralis. Auf die Frage nach ihrer Bedeutung werde ich im vergleichend-anatomischen Teile der Arbeit zurückkommen.

Literatur. Forel (20) hat als erster auf die Größe des C. gen. med. bei niederen Tieren, insbesondere beim Maulwurfe, hingewiesen. Dies wurde von Ganser (23) bestätigt. Der N. c. g. med. ist bei der Blindmaus enorm groß (von Frankl-Hochwart [22]). Nach Ziehen (57) ist das C. g. med. bei Echydna nicht an der Peripherie gelegen, sondern medial vom C. g. lat.

Bei dem Maulwurf hat Ganser (23) gefunden, daß »die beiden Kniehöcker weder vom Sehhügel noch voneinander getrennt sind«, nur in seinem kaudalen Abschnitte ist der Kern des medialen Kniehöckers gut abgegrenzt. Edinger (14) bemerkt, daß das C. g. lat. bei der Blindmaus fehlt, und beruft sich auf von Frankl-Hochwart. von Frankl-Hochwart (22)[1] spricht nur vom Fehlen im makroskopischen Sinne, mikroskopisch wurde von ihm das Vorhandensein eines allerdings rudimentären C. g. lat. bei der Blindmaus festgestellt. Ziehen (57) unterscheidet bei Marsupialien und Monotremen ein C. gen. lat. dorsale und ein ventrale. Beide Kniehöcker des Igels sind gut auf Fig. 10 abgebildet, die der Arbeit Bischoffs (7) beigelegt ist.

Epithalamus.

In der Zirbeldrüse habe ich bei keinem der von mir untersuchten Tiere Nervenzellen gefunden.

Im Ganglion habenulae des Igels wie auch bei den anderen untersuchten Tieren sind zwei Kerne leicht zu unterscheiden: der Nucl. medialis

[1] Bekanntlich gehört die Blindmaus zu der Ordnung Rodentia. Ich zitiere jedoch die Angaben über die Kerne dieses Tieres bei der Beschreibung des Igels aus dem Grunde, weil der Vergleich dieser Tiere mit rudimentären bzw. fehlenden Augen mir zweckmäßig zu sein scheint.

und der Nucl. lateralis. Während die Zellen des lateralen einen ausgesprochen nervösen Charakter haben, sind die Zellen des ersten nur schwer von den Glia- bzw. Ependymzellen des 3. Ventrikels zu unterscheiden. Es ist bekannt, daß Forel (21) und Nißl (48) sich für den nervösen Charakter dieser Zellen ausgesprochen haben. Auf Grund sorgfältigen Studiums dieser Zellen auf Schnitten, die nach Nißl und nach Golgi gefärbt waren, kam auch Ramonj Cajal zu derselben Meinung. In der französischen Übersetzung des Cajalschen Lehrbuchs (11) sind die Zellen der beiden Kerne des Ganglion habenulae sehr gut abgebildet (Fig. 271 und 273).

Der Nucl. medialis (n m g h) übersteigt an Größe und Ausdehnung bedeutend den N. lateralis (n l g h). Er beginnt in Gestalt eines kugelförmigen Häufchens, das sich unmittelbar an die Wand des 3. Ventrikels anlegt (Fig. 9). Er vergrößert sich sodann rapid in dorsaler und besonders in latero-ventraler Richtung. Auf seiner höchsten Entwicklungsstufe umfaßt er den lateralen Kern des Ganglion habenulae von der medialen, ventralen und dorsalen Seite (Fig. 9 rechts und Fig. 13 links). Seine Verkleinerung geschieht auf Kosten der latero-ventralen Zunge. Der Rest wird von dem Nucl. medianus (s. unten) nach dem dorsalen Rand gedrängt (Fig. 17). Von diesem Rest trennt sich eine kleine Zellengruppe ab, die sich lateral von ihm ablagert (Fig. 17 links und Fig. 21).

Die charakteristischen Eigenschaften der Zellen des N. medialis sind: ihre geringe Größe, runde Form, dichte Häufung und eine derart starke Färbung, daß der ganze Kern mit unbewaffnetem Auge zu erkennen und zu verfolgen ist. Um zu ersehen, wie große Ausdehnung der N. med. beim Igel hat, genügt es darauf hinzuweisen, daß von 196 Präparaten, in die eine meiner Serien zerlegt ist, 138 diesen Kern aufweisen.

Die Zellen des Nucl. lateralis sind zum größten Teil dreieckig, locker gelagert, mit gut hervortretenden Fortsätzen; sie lassen sich schwach färben.

Literatur. Stieda (52) hat als erster das Ganglion habenulae bei der Maus abgeschieden. Der Name stammt jedoch erst von Meynert (39). Was alle Verfasser bis Nißl (46), der das Gangl. hab. in zwei Kerne geteilt hat, für das Gangl. hab. ausgeben, ist nur sein medialer Kern. Meynert (39) und Forel (21) haben auf die große Entwicklung des Gangl. hab. bei niederen Tieren hingewiesen. Edinger (14) zeigte, daß es bei keinem Tiere fehlt, bei Myxine sogar enorm groß ist. Meynert (39) und Ganser (23) glaubten, daß das Ganglion aus bindegewebigen Zellen besteht und daß die Zirbel die unmittelbare Fortsetzung bilde. — Schon Ganser (23) hat betont, daß die lateral vom Gangl. hab. gelagerten Zellen ihrer Struktur wegen abgesondert werden müssen. Bei der Blindmaus ist

das Gangl. hab. sehr groß (von Frankl-Hochwart [22]). Edinger (14) unterscheidet schon bei Myxine, wie auch bei den Vögeln, in dem Gangl. hab. ein laterales und mediales Ganglion.

In der Zirbeldrüse sind nach Cajal (10) außer Drüsenzellen auch eigenartige Nervenzellen vorhanden, deren Natur noch nicht klar ist und die er seinen Interstitialdrüsenzellen analogisiert (Cellulae sympathicae interstitiales Cajal).

Thalamus.

Der Beschreibung der Kerne des Thalamus will ich eine Bemerkung vorausschicken, die sich auf alle von mir untersuchten Tiere bezieht.

Ein Teil des Thalamusgraues besteht aus Zellen, die man ihrer verschiedenen Struktur wegen in besondere Kerne gruppieren kann. Den anderen Teil bilden nach Struktur, Form und Gruppierungscharakter gleichartige Zellen. Was die Größe anbetrifft, so ist sie bei niederen Tieren konstant, bei den höheren in engen Grenzen schwankend. In diesem Falle bestehen aber in bezug auf die Größe fließende Übergänge. Im allgemeinen ist der Unterschied in den Zellen dieses Teiles nicht so bedeutend, daß man ihn zur Differenzierung verwenden könnte. Diesen zweiten Teil des Thalamusgraues werden wir daher als einen Kern zu betrachten haben, der bald diese, bald jene rein topographische Einteilung zuläßt.

Da die von Malone (37) für den entsprechenden Kern des Menschen vorgeschlagene Bezeichnung — Nucleus communis — schon durch den Namen auf die ziemliche Gleichartigkeit der ihn zusammensetzenden Zellen hindeutet, so werden auch wir sie verwenden.

An der Grenze zwischen vorderem Zweihügel und Thalamus inmitten im Grau des ersten bemerkt man einen Kern (n pr bgm Fig. 1), der mehr oral unmittelbar in den Thalamus übergeht (Fig. 5), den Nucl. praebigeminalis (Cajal). Anfangs grenzt dieser Kern lateral an den N. c. g. med., dorsal und medial an die graue Substanz des vorderen Zweihügels, seine ventrale Grenze ist nicht scharf. Daß der Nucl. praebigeminalis ein selbständiger Kern ist, erhellt daraus, daß 1. seine Zellen bedeutend kleiner als die des Zweihügelgraues sind, daß 2. die großen im Grau des vorderen Zweihügels vorhandenen und den von Tartuferi und Jacobsohn (28) beschriebenen motorischen Zellen des Nucl. motorius corporis bigemini anterioris entsprechenden Zellen in diesem Kern nicht vorhanden sind und 3. seine topographische Begrenzung nicht durch Faser-

massen bedingt ist, wie dies aus den nach Weigert-Pal gefärbten Schnitten ersichtlich ist. Der Kern hat bei dem Igel eine mehr oder wenig runde Form; er wird mit der stärksten Entwicklung des Nucl. communis (s. unten) dorsalwärts zurückgedrängt (Fig. 9 links) und verschwindet im Niveau der besten Entwicklung des Corp. gen. lat. (Fig. 9 rechts).

Mit dem allmählichen Verschwinden des Nucl. c. g. med. erscheinen medial von ihm die ersten Zellen des Nucl. communis (n csth). Auf jeden Fall ist dieser Kern anfangs vom Nucl. c. gen. med. nicht scharf abgegrenzt (Fig. 5). Der Nucl. communis nimmt rapide an Umfang zu. In seinem kaudalen Abschnitt grenzt er ventral an den Nucl. peripeduncularis lateralis (n p pe l), dorsal an den Nucl. praebigem., lateral an den Nucl. c. gen. medial. und medial an das Zweihügelgrau (Fig. 9). Diesen Teil kann man als ventralen bezeichnen (n csth ventr.). Von ihm trennen sich Zellen ab, die linear dorsalwärts verlaufen und hier den dorso-lateralen Teil des Nucl. communis bilden (n csth drlt Fig. 9 und Fig. 13). In seiner vollkommensten Entwicklung bildet der Kern ein Dreieck, dessen mediale Spitze sich der Mittellinie nähert, ohne jedoch die Spitze des Kerns der anderen Seite zu berühren (Fig. 13). Wenn der Nucl. c. gen. lat. schwindet, wird sein Areal durch die Pars dorso-lateralis des Nucl. communis eingenommen (Fig. 17 rechts). Wenn im oralen Drittel des Thalamus die Zellen der Pars ventralis sich schon mit denjenigen des Griseum subthalamicum (grsbth s. unten) vermischen, ist der dorsale Teil noch gut abgegrenzt (Fig. 21). Er ist mithin der oralste Teil des Nucl. communis. — Die Zellen des eben beschriebenen Kerns sind rund oder birnenförmig, sie enthalten wenig chromatophile Substanz und lassen sich darum nur schwach färben. — Die graue Substanz der äußeren Gitterschicht bildet sich sowohl auf Kosten der lateral gelagerten Zellen des Nucl. communis, wie auch derjenigen des Griseum subthalamicum, die von der basalen Seite hier eindringen. Außer diesen finden sich aber in oralen Schnitten auch größere Elemente (Fig. 21 zg 25). Weil sie keine klare topographisch abgegrenzte Gruppe bilden, kann ich sie nicht als einen besonderen Kern auffassen.

Fast gleichzeitig mit dem Ganglion habenulae erscheinen ventral von ihm auf beiden Seiten der Mittellinie kleine dreieckige und längliche blasse Zellen. Sie nehmen an Zahl rasch zu, schmiegen sich eng aneinander und bilden zwei symmetrisch gelagerte Säulen, die sich ventralwärts ziehen (n mdn Fig. 9). Sehr schnell verschmelzen beide Nucl. mediani, wie ich

diese Säule benenne[1], und bilden einen breiten Streifen, der in der Mitte der Commissura media liegt (Fig. 13, 17 und 21). Die Beziehungen, die zwischen dem ventralen Teile des Nucl. medianus und anderen Kernen des Thalamus existieren, werde ich noch später berühren.

Lateral von dem Nucl. medianus lagert sich der Nucl. paramedianus (n prmdn Fig. 9, 13, 17, 21). Er besteht aus einer kleinen Anzahl großer, viereckiger, locker gelagerter Zellen. Auf der Stufe seiner größten Entwicklung erscheint er als ein großer, rundlicher Kern, der in medialer Richtung an den Nucl. medianus, in dorsaler an das Ganglion haben., ventral und lateral an den Nucl. reuniens (s. unten) grenzt. Auf oralen Schnitten nimmt der Nucl. paramed. die dorsale Partie des Thalamus ein (Fig. 21); er beginnt hier auf Kosten seiner medialen Zellen, deren Stelle der Nucl. medianus einnimmt, an Größe abzunehmen. Durch den Nucl. medianus lateralwärts gedrängt, läßt er sich bis zum Schluß der Serie verfolgen (Fig. 25). Dieser Kern ist dadurch charakterisiert, daß er arm an Zellen ist, während die anderen Kerne des Igel-Thalamus aus einer großen Menge von Zellen bestehen.

Zwischen dem Nucl. communis und dem Nucl. paramediamus lagern sich blasse, kleine und eng aneinanderliegende Zellen des Nucl. reuniens (n rn th). Anfänglich ist ihre Zahl schwankend, und der Kern stellt sich bald als ein kompakter Zellenzug, bald in Gestalt einzelner Inseln dar (Fig. 13). Auf mehr oralen Schnitten wächst der Nucl. reuniens sowohl in dorsaler wie auch in medialer Richtung. Er zieht sich durch die Commissura media und verschmilzt mit dem entsprechenden Kern der entgegengesetzten Seite, bildet also einen Kreisbogen, der den Thalamus in zwei Teile trennt (Fig. 17 und 21). Vergleicht man die nach Nißlschem Verfahren gefärbten Präparate mit den nach Weigert-Pal gefärbten, so ersieht man, daß der Bogen des Nucl. reuniens der inneren Gitterschicht entspricht. Es wäre jedoch ein Irrtum, wollte man annehmen, daß der Nucl. reuniens einen zwischen den Fasern der Gitterschicht gelegenen Teil des Nucl. communis bildet. In bezug auf die Struktur unterscheiden sich nämlich die Zellen des Nucl. reuniens so stark von denjenigen des Nucl. communis, daß es unumgänglich erscheint, den Nucl. reuniens als einen

[1] Es ist freilich nichts gegen die Benennung »Kern der Mittellinie« einzuwenden, die Nißl diesem Kern gibt. Wenn ich sie dennoch durch den Namen »Nucleus medianus« ersetze, so geschieht es nur deshalb, weil es zweckmäßiger ist, alle Namen lateinisch wiederzugeben.

ganz selbständigen Kern zu betrachten. Beim Affen (s. unten) und beim Menschen (Malone) lagert sich ein großer Teil des Nucl. reuniens außerhalb der Gitterschicht. Einzelne Zellenreihen des Nucl. reuniens ziehen sich dorsalwärts zur Peripherie, ohne sie jedoch zu erreichen. In den oralsten Schnitten zerfällt der Kern allmählich in eine Mehrzahl einzelner Inseln, die man fast bis zum Schluß der Serie verfolgen kann. In der Commissura media kreuzt sich der Nucl. reuniens mit dem Nucl. medianus. Die Zellen beider Kerne mischen sich sowohl untereinander wie auch mit den Zellen des Graues des 3. Ventrikels und bilden gerade im Zentrum der Commissura einen Knäuel dicht aneinander gelagerter Zellen (Fig. 21).

Literatur. Ganser (23) unterscheidet im Thalamus des Maulwurfs 4 Kerne: den lateralen, vorderen, medialen und hinteren. Die Gitterschicht besteht beim Maulwurf nach diesem Verfasser aus Zellen der Thalamuskerne. Nach Auerbach (2) zeichnet sich der Thalamus bei Monotremen durch Einfachheit des Baues aus und soll nur aus 3 Kernen bestehen. Die Untersuchungen Ziehens (57) über den Thalamus der Monotremen und Marsupialier führten ihn zu ganz entgegengesetzten Ergebnissen. Auch bei diesen Tieren ist der Thalamus sehr kompliziert gebaut. Ziehen (58) schildert in der Commissura media des Ornithorhynchus eine graue Masse, die knopfartig hervortritt. Ich habe darauf verzichtet, meine Ergebnisse über die Kerne des Igels mit denen bei Monotremen und Marsupialien zu vergleichen, denn bei dem Fehlen nach Nißlschem Verfahren angestellten Untersuchungen über die Thalamuskerne bei Monotremen und Marsupialien scheint mir die Möglichkeit einer solchen Homologisierung sehr zweifelhaft. Sachs (50) unterscheidet beim Igel einen Täniakern, außerdem schildert er noch Nucl. dorsales disseminati Obersteiners. Der erste entspricht meiner Ansicht nach dem abgetrennten Teil des Nucl. medialis des Gangl. hab. In dem frontalen Ende der Commissura media hat Sachs einen besonderen Kern gesehen. Bei den Insektivoren soll nach Sachs auch der Nucl. dorsalis magnus gut ausgebildet sein. Unter diesem Namen beschreibt Sachs einen Kern, der bei sämtlichen 34 von ihm untersuchten Tieren, angefangen von den Marsupialien bis zum Menschen, vorhanden sein soll. Obgleich es sich bei mir nur um 4 Tiere handelt, habe ich den in dorsalem Gebiete gelegenen und angeblich ja bei allen Tieren vorhandenen Kern nicht auffinden können. Ich glaube, daß Sachs unter diesem Namen wenigstens 3 gänzlich verschiedene Kerne beschrieben hat. — Der Name »Nucleus reuniens« stammt von Edinger (14); ausführlicher darüber s. den vergleichend-anatomischen Teil.

Substantia grisea des dritten Ventrikels.

Das Ventrale Grau des 3. Ventrikels (sgv) ist in dem oralen Teil des vorderen Zweihügels gut abgegrenzt (Fig. 9) und besteht aus einer Anzahl kleiner dreieckiger und birnenförmiger Zellen, die sich nur schwach färben lassen. Die Unterscheidung zwischen den Zellen des Griseum centr. und den Gliazellen ist nicht immer möglich. In dem ventralen Teil des Griseum

centr. liegen verhältnismäßig große viereckige Zellen, die zum Nucl. commissurae posterioris (Darkschewitscher Kern) gehören. Er ist beim Igel gut entwickelt. Lateralwärts von dem Ventralen Grau lagert sich ein kleines Säulchen, das aus einer großen Anzahl kleiner, wahrscheinlich durch die Fasern gedrängten Zellen des Höhlengraues besteht (Fig. 5). Diese Gruppe ist durch intensive Färbung leicht zu erkennen. Aus den Figuren 13, 17, 21 und 25 ist es zu ersehen, daß das zentrale Grau des unteren Teils des 3. Ventrikels die untere Etage der Commissura media bildet.

Literatur. Meynert (39) und Forel (20) haben darauf aufmerksam gemacht, daß das Zentrale Grau, obgleich es unmittelbar in die graue Masse des Thalamus übergeht, dennoch mit ihr nichts gemein hat. Forel (20 und 21) hat die große Anzahl der Zellen im Griseum ventriculare hervorgehoben und auf die Schwierigkeit der Unterscheidung von »bindegewebigen« Elementen hingewiesen. Die verschiedene Form der Zellen des Zentralen Graues beim Maulwurf ist vortrefflich von Ganser (23) beschrieben worden.

Hypothalamus.

Die zwei sogleich zu beschreibenden Kerne gehören eigentlich zum Mesencephalon. Ich werde sie jedoch aus dem Grunde zu berühren haben, weil sie oralwärts sich in das Diencephalongebiet erstrecken.

Die Substantia nigra Soemmeringii (Nucl. pigmentosus subthalamo-peduncularis Jacobsohn) setzt sich aus kleinen dreieckigen Zellen zusammen, die in der medialen Seite in größerer Zahl gehäuft sind (sn Fig. 1). Einzelne Zellen lagern sich ventral von der Substantia nigra zwischen den Fasern des Fußes (sn, Fig. 1 und Fig. 5). Gelegentlich sammeln sie sich in kleinere oder größere Gruppen. Ob sie einen selbständigen Kern bilden oder ob sie zur Substantia nigra gehören, läßt sich auf Grund rein morphologischer Untersuchungen nicht feststellen. Die Frage könnte nur auf experimentellem Wege gelöst werden.

Zwischen der Substantia nigra und dem Nucl. c. gen. med. tritt eine schmale, topographisch gut abgegrenzte Gruppe hervor, die sich aus länglichen, blassen, dichten Zellen zusammensetzt (n p pel Fig. 1 und 5). Dieser Kern entspricht wohl dem Nucl. peripeduncularis lateralis des Menschen, wie er von Jacobsohn (28) beschrieben worden ist. Im Niveau, in dem der Nucl. corp. gen. med. zu verschwinden beginnt, biegt sich der Nucl. peripeduncularis lateralis dorsalwärts um (Fig. 9 links). Seine Spitze berührt das Ventrale Grau des Corp. gen. lat. (Fig. 9 rechts und Fig. 13).

Der Nucl. perip. lat. setzt sich in oraler Richtung weiter fort und läßt sich bis zur äußeren Gitterschicht verfolgen.

Nach dem vollständigen Verschwinden der Substantia nigra erscheint der Nucl. hypothalamicus (Corpus Luysii). Seine Zellen sind klein, dreieckig und lassen sich schwach färben. Der Kern stellt einen ziemlich flachen Zellenhaufen dar, der an seiner dorsalen Seite ohne scharfe Grenze in das Griseum subthalamicum (s. unten) übergeht. Auf der Fig. 13 habe ich ihn (n hpth) absichtlich etwas schärfer, als er in Wirklichkeit abgegrenzt ist, abgebildet.

Unter dem Namen Griseum subthalamicum (gr sbth) fasse ich diejenigen Zellen zusammen, die sich zerstreut in folgendem Dreieck vorfinden (gr sb th Fig. 9, 13, 17). Die Basis dieses Dreiecks wird durch das zentrale Höhlengrau gebildet, seine Seiten durch die Substantia nigra bzw. den Nucl. hypothalamicus und die Pars ventralis Nucl. communis. Die verschiedene Größe der Zellen des Griseum subthalamicum und die durch die hier in allen Richtungen sich kreuzenden Fasern bedingte Variabilität ihrer Form macht es unmöglich, diese Zellen in besondere Kerne einzuteilen. Ich möchte nur betonen, daß im kaudalen Teile des Griseum subthalamicum, und zwar medial, einige große Zellen vorhanden sind. Sie sind größer als die großen Zellen des Nucl. ruber (Nucleus rotundus subthalamo-peduncularis Jacobsohn), lassen sich intensiv färben und haben drei bis vier Fortsätze. Wie Jacobsohn (29) gezeigt hat und wie meine Untersuchungen bestätigen, müssen wir solche Zellen den motorischen Zellen des Menschen und höherer Tiere für entsprechend halten.

Das Corpus mamillare besteht beim Igel aus zwei Kugeln, die in ihrem kaudalen Teile durch eine Furche getrennt sind; oralwärts fließen sie zusammen.

Jedes dieser Kügelchen besteht aus zwei deutlichen Kernen — dem medialen und dem lateralen (Fig. 9). Die Zellen des lateralen Kerns (n l c mam) sind nicht zahlreich, dreieckig und lassen sich intensiv färben. Sie sind größer als die Zellen des Nucl. medialis (n m c mam). Letztere sind rund, klein, zahlreich und arm an chromatophilen Substanzen. Im Nucl. medialis sind viele gliöse Elemente vorhanden, deren Unterscheidung von den Nervenzellen nicht immer leicht ist.

An der dorsalen und dorso-lateralen Seite sind die Nucl. mediales von der grauen Masse umhüllt. Diese besteht aus zahlreichen runden Zellen, die ihrer Größe nach zwischen den Zellen des Nucl. medialis und denen

des Nucl. lateralis c. mam. stehen. Für diesen gut abgegrenzten Zellenhaufen schlage ich den Namen Nucl. supramamillaris (n sp mam) vor (Fig. 9). Dieser Kern verschmilzt mit dem gleichnamigen Kern der entgegengesetzten Seite. Im oralen Teil der Corp. mamill. drängt sich der eben beschriebene Kern zwischen die beiden medialen Kerne hinein. Die Nucl. mediales gehen ohne scharfe Grenze in das Grau des Tuber über. Am oralsten erstreckt sich der Nucl. lateralis. Auf den kaudalen Schnitten lateral vom Nucl. medialis gelegen, umfaßt der Nucl. lateralis auf den oralen Schnitten den medialen Kern teilweise auch von der ventralen Seite.

Literatur. Die ventral von der Substantia nigra gelegenen Zellen hat Ganser (23) als Nucl. infrapeduncularis bezeichnet. Diese Zellen bei den Monotremen schildert Ziehen (57) als Substantia reticularis medialis pedis. Die lateral von der Substantia nigra gelagerten Zellen bezeichnet Ziehen (57) als Pedamentum laterale. — Forel (21) glaubte, daß der Nucl. hypothalamicus nur beim Menschen und Affen gut abgegrenzt, bei den anderen Tieren aber durch einen ziemlich undeutlichen Zellenhaufen markiert sein sollte. Im Gegensatz zu Forel (21) haben aber Ganser (23), Kölliker (31) und Cajal (11) gezeigt, daß dieser Kern bei ganz kleinen Tieren — dem Maulwurf, der Maus, dem Meerschweinchen — gute Umrisse hat. Sano (51) schildert den Nucl. hypothal. des Igels in derselben Weise wie ich. Ziehen (57) hat ihn auch bei Echydna und Marsupialien gesehen.

Daß die in der Substantia innominata bzw. Zona incerta Forels gelegene graue Masse keine scharfe Grenze besitzt, hat schon Forel (21) selbst und Ganser (23) ausgesprochen. Cajal (11) faßt die hier gelegenen Zellen als Nucleus zonae incertae zusammen. von Bechterew (3) grenzt die Zellen, die zwischen der Sub. nigra und dem Nucl. ruber liegen, als einen besonderen Kern — Nucl. pedunculi transversi — ab, ohne allerdings anzugeben, bei welchem Tiere. Wie Sano (51) war es auch mir unmöglich, Merkmale zu finden auf Grund deren diese Zellen ausgeschieden werden könnten. Sano (51) beschreibt beim Igel eine dorsal vom lateralen Pol des Fußes und ventral von C. g. med. gelegene graue Masse, die in das ventrale Grau des C. gen. med. übergeht. Er rechnet sie zur Sub. nigra, während es sich meiner Ansicht nach um den Nucl. peripeduncul. later. handelt.

Nach unseren obigen Ausführungen läßt sich die graue Substanz des Diencephalon des Igels in folgende Kerne zerlegen:

Metathalamus.

Nucl. corporis gen. medialis.
Nucl. corporis gen. lateralis.
Griseum ventrale corp. gen. lateralis.

Epithalamus.

Nucl. medialis des Ganglion habenulae.
Nucl. lateralis des Ganglion habenulae.

Thalamus.

Nucl. praebigeminalis.
Nucl. communis { pars dorso-lateralis. / pars ventralis.
Nucl. medianus.
Nucl. paramedianus.
Nucl. reuniens.

Substantia grisea des 3. Ventrikels.

Hypothalamus.

Nucl. hypothalamicus.
Griseum subthalamicum.
Nucl. medialis corp. mamillaris.
Nucl. lateralis corp. mamillaris.
Nucl. supramamillaris.

Kaninchen (*Lepus cuniculus*. Ordnung: *Rodentia*).

Metathalamus.

Sehr kaudal im Niveau des Hervortretens des Nucl. ruber neben der lateralen Furche, die den vorderen Teil des vorderen Zweihügels von dem mittleren trennt, erscheinen einige sich intensiv färbende polygonale Zellen (Fig. 2 rechts). Sie haben ein feinkörniges Protoplasma, einen großen Kern und deutliche Fortsätze. Diese Zellen wachsen rasch an Zahl und bilden den Nucl. supragenicul atus (n spr gn), der wie ein Deckel über dem hervortretenden C. gen. med. liegt. Von diesem Kern trennen sich in zwei meiner Serien einige Zellen ab, die sich etwas mehr dorsal vom Nucl. supragenicul atus lagern. Der ganze Kern weist nur eine geringe Ausdehnung auf: er läßt sich auf 30—35 Präparaten verfolgen.

Das Corp. gen. med. ist beim Kaninchen gut entwickelt und besteht aus zwei deutlich voneinander abgrenzbaren Kernen. Der Nucl. dorsalis (n d c g m) setzt sich aus einer kleinen Anzahl großer drei- und viereckiger, schwach sich färbender und locker gelagerter Zellen zusammen (Fig. 2 links). Der etwas mehr oral liegende Nucl. ventralis (n v c g m) besteht aus einer großen Zahl kleiner, runder, sich dicht aneinander anschmiegender Zellen.

Anfangs (Fig. 2) nimmt der ventrale Kern einen größeren Raum als der dorsale Kern ein. Während die Zellen des letzteren ihrer Form und ihrer Lagerung nach konstant bleiben, ist die Form der Zellen des ventralen Kerns variabel. So erscheinen sie an der Peripherie als kleine, an der medialen Seite dagegen als verhältnismäßig große Zellen und lagern sich hier gürtelförmig. Auf der Grenze gegen den dorsalen Kern bilden sie einen besonders deutlichen Zug. Da wo die ersten Zellen des Nucl. corp. gen. lat. auftreten, beginnt der dorsale Kern, der zunächst beinahe wagerecht gelagert ist, sich schnell dorsalwärts zu verbreiten, und die beiden Kerne des Corp. gen. med. bilden jetzt zusammen eine konusartige Figur, deren Basis der Nucl. ventralis ist (Fig. 6 links). Sobald das Corp. gen. lat. deutliche Umrisse zeigt, fängt der dorsale Kern an, sich zu verlieren, und der Rest seiner Zellen, die sich jetzt mit denen des Nucl. ventralis mischen, läßt sich zwischen dem Nucl. corp. gen. lat. und dem ventralen Teil des Nucl. communis verfolgen (Fig. 10 links).

Der Nucleus corp. gen. lateralis (n c g lat) beginnt mehr oral als die Kerne des medialen Kniehöckers und ist wie von den letzteren so auch von dem Nucl. communis gut abgegrenzt. Seine ersten Zellen liegen im dorso-lateralen Winkel des Präparats (Fig. 6), von hier aus verbreiten sie sich ventralwärts und bilden einen mächtigen Kern, der die ganze laterale Peripherie einnimmt (Fig. 10). Von seiner medialen Seite zweigen die Fasern einen langen Zellenzug ab, der sich basalwärts zieht (Fig. 10). Im Niveau der größten Entwicklung des Nucl. c. g. lat. verschwindet der mediale Zug, und ventro-medial von dem Hauptkern lagern sich die Zellen, die ich unter dem Namen »Ventrales Grau des Corp. gen. lat.« (v g c g lat. (Fig. 10 und 14) zusammenfasse. Topographisch ist das letztere gut abgegrenzt. Es liegt etwas schief und hat die Form einer kleinen Mandel. Der untere Pol des Ventralen Graues liegt dem Pedunculus sehr nahe, dorsalwärts geht es in den Nucl. c. g. lat. über. Die runden Zellen des Ventralen Graues sind kleiner als die des Nucl. c. gen. lat. und lassen sich schwach färben. Auch beim Kaninchen sind in diesem Grau die gliösen Elemente in großer Zahl vorhanden. In den oralen Schnitten zeigt der Rest des Nucl. c. gen. lat. die Form einer Linse, die in der dorso-lateralen Ecke liegt. Er nimmt daher hier dasselbe Areal ein, das er auch in seinem Anfang einnimmt (Fig. 14). Dieses kleine Areal entspricht dem des ganzen Nucl. c. g. lat. des Igels (Fig. 9 und 13).

Literatur. Der Nucl. suprageniculatus ist schon bei von Gudden (24) (Fig. 7 Taf. XX) und bei Kölliker (Fig. 665) gut abgebildet. Beschrieben wurde er jedoch erst von Münzer und Wiener (45), von denen auch sein Name stammt. von Gudden (24) hat schon die beiden Kerne des medialen Kniehöckers des Kaninchens auf Fig. 7 Taf. 20 abgebildet. Auch die übrigen Autoren unterscheiden im C. gen. med. des Kaninchens zwei Kerne (Kölliker, Cajal, von Monakow, Münzer und Wiener). Nur Nißl (46) wollte im C. gen. med. des Kaninchens eine größere Detaillierung finden; er unterscheidet nämlich in ihm 6 Kerne: einen vorderen und einen hinteren großzelligen, einen ventralen, einen dorsalen, einen medialen und einen hinteren Kern. Cajal (11) verwirft eine derartige Detaillierung; seiner Meinung zufolge können nur zwei Kerne, nämlich die schon von von Gudden hervorgehobenen, nach ihrer Zellenstruktur bestimmt unterschieden werden. In den Zellen der übrigen Nißlschen Kerne hat Cajal (11), wie auch ich, keinen Strukturunterschied gesehen und daher auch keine Möglichkeit gefunden, sie auszuscheiden. Nach Münzer und Wiener (45) soll das C. gen. med. beim Kaninchen wesentlich mächtiger als das C. gen. lat. sein. Dieser Meinung kann ich auf keinen Fall beistimmen. Nach Haller (25) liegen bei der Maus beide Kniehöcker — die er Nuclei optici laterales benennt — so dicht nebeneinander, daß sie wenigstens auf den Horizontalschnitten nicht zu trennen sind.

Die erhebliche Größe des C. gen. lat. beim Kaninchen hat zuerst von Monakow (40) betont. Er unterscheidet in ihm den dorsalen und den ventralen Teil. Aus seiner genaueren Beschreibung ist zu ersehen, daß sein ventraler Teil meinem »Ventralen Grau« entspricht. Die von Monakowsche Einteilung wurde fast von allen Autoren: Kölliker (31), Cajal (11), Berl (5) akzeptiert. Nur Nißl (46) und nach ihm Münzer und Wiener sprechen von 2 ventralen Kernen des C. gen. lat.

Epithalamus.

Die beiden Kerne des Ganglion habenulae erscheinen fast gleichzeitig (Fig. 6). Der Nucl. med. (n m gh) zieht sich anfangs an dem Rand des 3. Ventrikels entlang, er bildet sodann ein Züngelchen, das sich ventrolateral streckt. Der mediale Kern ist enorm entwickelt und größer als der laterale (n l gh). Die beiden erstrecken sich weit oralwärts (Fig. 10 und 14) und verschwinden fast gleichzeitig. Genau so wie beim Igel besteht der mediale Kern aus einer großen Zahl kleiner runder, dicht aneinandergelegener und intensiv sich färbender Zellen. Der laterale Kern besteht aus wenigen verhältnismäßig großen, locker gelagerten und schwach sich färbenden Elementen. Im ventralen Teil des Nucl. lateralis sind die Zellen größer als im dorsalen.

Literatur. Nißl (46), Cajal (11), Kölliker (31) fanden, daß beim Kaninchen bzw. bei der Maus das Ganglion habenulae in 2 Kerne zerfällt. Haller (25) beschreibt jedoch bei der Maus nur den medialen Kern. Bei diesem Tiere dehnt sich das Gangl. hab. bis zum vorderen Pol des Thalamus aus (Lotheisen [34]). Bianchi (6) hat die Zellen der beiden Kerne beim Kaninchen abgebildet (Fig. 6a und 6b).

Thalamus.

Wie auch beim Igel differenziert sich inmitten der grauen Substanz des vorderen Zweihügels der Nucl. praebigeminalis (n pr bgm). Beim Kaninchen ist dieser Kern topographisch noch deutlicher abgegrenzt. Anfangs hat er die Form eines Dreiecks, dessen Basis dorsal gelegen ist (Fig. 2). Mit dem Hervortreten des Ganglion habenulae verdrängt der Nucl. praebigeminalis die dorsal von ihm gelegenen Zellen des vorderen Zweihügels und nimmt erst im Thalamusgebiet die dorsale Partie des Präparats ein (Fig. 6). Hier zeigt er eine birnenförmige Figur. Mit der Entwicklung der ventralen Partie des Nucl. communis verschwinden die ventral gelagerten Zellen des Nucl. praebigeminalis, und bald verliert der Kern überhaupt seine Begrenzung. Die Gründe, die uns veranlaßten, diesen Zellenkomplex beim Igel als selbständigen Kern zu betrachten, behalten auch beim Kaninchen ihre Kraft, ja die Unabhängigkeit seiner Abgrenzung vom Faserlauf ist beim Kaninchen noch auffallender. Wenn der oben beschriebene Kern gut abgegrenzt ist, was in dem Gebiete des vorderen Zweihügels auch schon im Thalamus der Fall ist, so vermischt sich das ventral und medial von ihm gelegene Grau des Zweihügels mit den jetzt auftretenden Kernen des Thalamus so stark, daß in dieser Übergangszone (übz) nicht mehr bestimmt werden kann, welche Zelle zu den Kernen des Thalamus und welche zum Grau des Zweihügels gehört (Fig. 6). Nur wenn das Corp. gen. lat. gute Umrisse bekommt, enthält der Nucl. communis (n cs th), und zwar sein ventraler Teil, ziemlich scharfe Umrisse. Dieser ventrale Teil verbreitet sich sowohl dorsal- wie auch medialwärts und bildet die nicht scharf voneinander abgegrenzte Pars dorso-lateralis und Pars medialis des Nucl. communis (Fig. 10). Von der letzteren schneidet der Fasciculus retroflexus (Fasc. Meynerti) eine Zellsäule ab, die dem Rand des 3. Ventrikels parallel verläuft (Fig. 10). Auf der Höhe der Commissura media verschmilzt der abgetrennte Teil mit dem Hauptteil der Pars medialis. Die Zellen der Pars medialis liegen jetzt etwas locker (Fig. 14). Die größte Entwicklung erreicht die Pars medialis des Nucl. communis in dem vorderen Drittel des Thalamus und geht wie ein mächtiger Streifen durch die Commissura media auf die andere Seite über (Fig. 18). In den oralsten Schnitten wird der mediale Teil durch die Fasern in drei Gruppen zerlegt (Fig. 22). Der Hauptteil liegt jetzt mehr lateral, seine Abschnitte lagern sich dorsal und medial

von ihm. Der mediale Abschnitt ist der oralste Teil des Nucl. communis: er erstreckt sich bis zum vorderen Pol des Thalamus (Fig. 26).

Auf Kosten des Corp. gen. lat. verbreitet sich der dorso-laterale Teil des Nucl. communis. Nach vollständigem Verschwinden des äußeren Kniehöckers nimmt er dessen Areal ein (Fig. 18). Von hier erstrecken sich seine Zellen ventral und bilden zusammen mit denen der Pars ventralis des Nucl. communis die graue Substanz der Gitterschicht. In der oralen Partie der Gitterschicht müssen wir zwei Zellarten unterscheiden (Fig. 22). Die ventral gelagerten gehören zu denen des Nucl. communis; in dem dorsalen Teil lagern sich dagegen große, intensiv sich färbende, feinere Schollen und einen großen Kern aufweisende Zellen. Mit Rücksicht auf ihre lockere Lagerung möchte ich sie nicht als einen besonderen Kern ausscheiden. — Die Lage des ventralen Teils bleibt in allen Ebenen des Thalamus gleich, d. h. zentral. Im oralen Drittel des Thalamus, wenn der größte Teil ihrer Zellen bereits verschwunden ist, sind die noch vorhandenen Zellen der Pars ventralis etwas größer und lockerer gelagert. Einzelne Züge von ihnen verlaufen durch die Commissura media (Fig. 22), in der sie sich mit den Zellen des Nucl. medianus (s. unten) und des zentralen Höhlengraues mischen. Die Zellen des Nucl. communis sind rund und birnenförmig und in allen seinen Teilen gleich. Sie lassen sich schwach färben. Der Kern liegt in der Mitte der Zelle und ist ziemlich groß.

Ungefähr in der Ebene, wo der mediale Kniehöcker bereits verschwindet, tritt unweit vom Rand des 3. Ventrikels eine schmale, gut abgegrenzte Zellensäule hervor (n mdn Fig. 10). Diese Säule bildet den Anfang des Nucl. medianus. Zwischen diesem Kern und dem durch den Fasc. retoflexus abgeschnittenen Teil der Pars medialis des Nucl. communis liegen die Zellen des zentralen Höhlengraues. Der Nucl. medianus geht unmittelbar in die Commissura media über (Fig. 14). Er verschmilzt mit dem entsprechenden Kern der Gegenseite und liegt somit wie eine Raphe in der Mittellinie (Fig. 14). Ohne seine Form und Lage zu ändern, zieht er sich bis zum vorderen Drittel des Thalamus, wo er durch den breiten Zellenzug der Pars medialis des Nucl. communis in einen dorsalen und einen ventralen Teil zerlegt wird (Fig. 18). Die Zellen des ventralen Abschnitts vermischen sich mit denen des Nucl. communis und des zentralen Graues (s. oben); die dorsale Partie breitet sich lateralwärts aus und verliert ihre scharfe Abgrenzung. Es ist bemerkenswert, daß beim Kaninchen der Nucl. medianus, der

den eigentlichen Kern der Commissura media bildet, seinen Anfang bzw. sein Ende inmitten des zentralen Höhlengraues nimmt.

Auf der Höhe der äußeren Gitterschicht setzt im dorsalen Gebiete des Thalamus der Nucl. anterior (n ant th) ein (Fig. 14). Dieser Kern besteht aus intensiv sich färbenden, dreieckigen und länglichen, dicht aneinander gelagerten Zellen. In seinem Anfang nimmt dieser Kern in Gestalt einer breiten Schicht, die aus 5—6 parallel gelegenen Zellreihen besteht, das mittlere Drittel der dorsalen Partie des Thalamus ein (Fig. 14). Wenn der Nucl. cuneiformis (s. unten) hervortritt, liegt der Nucl. anterior deckelförmig unmittelbar über ihm (Fig. 18 und 22). Auf mehr oralen Schnitten dehnt sich der Nucl. anterior in der Längsrichtung aus und nimmt fast die ganze dorsale Seite des Präparats ein (Fig. 22). Wenn der Nucl. cuneiformis (n cnfm th) die dorso-laterale Ecke einnimmt, drängt er den Nucl. anterior medialwärts (Fig. 22 rechts). Dieser biegt sich in der Form einer Sichel um und erstreckt sich weit oralwärts (Fig. 26). Die intensive Färbung der Zellen läßt schon mit bloßem Auge den Nucl. anterior in seiner ganzen Ausdehnung erkennen.

Unmittelbar unter dem eben beschriebenen Kern lagert sich der Nucl. cuneiformis (n cnfm th). Die Hauptmasse dieses Kerns besteht aus sehr kleinen runden blassen Zellen. Zwischen diesen sind im dorsalen Teil des Kerns auch einzelne grössere Elemente vorhanden. Ich konnte nicht feststellen, ob diese letztere dem eigentlichen Nucl. cuneiformis zugerechnet werden müssen, oder ob es sich um die Zellen handelt, die vom Nucl. communis aus hierher vordringen. In seiner kaudalen Ebene hat der Kern die Form eines Keils, dessen Basis dorsal, dessen Spitze ventral gerichtet ist (Fig. 18 rechts). Die weitere Entwicklung dieses Kerns geht folgendermaßen vor sich. Auf 5—6 Präparaten sehen wir ihn etwas verschwommen, er gewinnt aber dann sofort wieder seine gute topographische Abgrenzung. Jetzt aber lagert er sich schief und hat eine ovale Form (Fig. 22). Er bewahrt diese Form, lagert sich im dorso-lateralen Winkel und läßt sich bis zum Schluß der Serie verfolgen (Fig. 26). Von allen Kernen des Kaninchenthalamus zieht sich der Nucl. cuneiformis am meisten oral.

Lateral vom Nucl. cuneiformis liegt der Nucl. bicruralis (n bcrl th). Er besteht aus zwei Schenkeln, die einen nach außen geöffneten Winkel bilden (Fig. 18). Der ganze Kern hat eine geringe Ausdehnung, man kann ihn nur auf 15—18 Präparaten verfolgen. Seine Zellen sind die größten

im Thalamus des Kaninchens. Sie sind rund und polygonal und lassen sich intensiv färben.

Literatur. Nucleus anterior war wahrscheinlich schon Luys (36) bekannt, der ihn mit dem Namen Corpus album subrotundum bezeichnet. Diesen Kern finden wir auch bei von Gudden (24) (Taf. 20) abgebildet. — Ganser (23) hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß der Thalamus des Kaninchens an Kernen reicher ist als der noch niederer Tiere, z. B. des Maulwurfs. Nißl (46) bemerkt, daß der Nucl. ventralis (p. ventralis Nucl. communis) ohne scharfe Grenze in die anderen Kerne übergeht. Cajal (10) konnte bei der neugeborenen Maus keinen Unterschied in der Struktur der Zellen des lateralen, medialen und ventralen Kerns finden. Haller (25) spricht von einem Kern der Maus, in dem andere eingebettet sind. Alle Kerne des Thalamus sollen nach Haller (25) eine Folge der Differenzierung zweier ursprünglicher, schon bei Emys vorhandener Kerne sein: des Nucl. magnus und des Rindenkerns. — Forel (21), Kölliker (31), Cajal (11) leugnen einen dem Centre median des Menschen entsprechenden Kern beim Maulwurf, bei der Maus und beim Kaninchen.

Mit Rücksicht darauf, daß das Kaninchen ein Versuchstier par excellence ist, haben die Autoren die Kerne des Thalamus vorwiegend bei diesem Geschöpfe studiert. Es würde zuviel Raum beanspruchen und der Klarheit durchaus nicht dienlich sein, wenn ich die Ergebnisse der Untersuchungen aller Verfasser im einzelnen erwähnen und sie mit den meinigen vergleichen wollte. Ich halte es daher für zweckmäßig, sie in einer Tabelle darzustellen. Die Beschreibungen von Ganser (23), Nißl (46), Kölliker (31), Münzer und Wiener (45) beziehen sich auf das Kaninchen, diejenigen von Cajal (11) teilweise ebenfalls auf dieses Tier, im übrigen aber auf die Maus und das Meerschweinchen. Cajals Benennungen habe ich jedoch in die Tabelle aus folgenden Gründen aufgenommen: a) alle 3 Tiere gehören zu derselben Ordnung (Rodentia), b) im Bau ihres Thalamus sollen sie nach Cajal ähnlich sein und c) Cajal selbt homologisiert seine Kerne mit denjenigen von Nißl. Ich habe mir auch erlaubt, die französischen Benennungen Cajals lateinisch wiederzugeben (s. nebenstehende Tabelle).

Substantia grisea des 3. Ventrikels.

Auf der Höhe der Übergangszone ist das zentrale Grau gut abgegrenzt (Fig. 6). Es besteht aus einer großen Zahl kleiner runder Zellen, die nahe am Rand des Ventrikels liegen. In den Ebenen des Thalamus verliert die Substantia grisea des 3. Ventrikels (sgv) ihre scharfen Umrisse, aber die Kleinheit ihrer Zellen erlaubt es, sie auch hier von den Zellen des Nucl. communis zu unterscheiden. Je mehr die mediale Partie des Nucl. communis sich vergrößert, desto mehr verdünnt sich das Zentrale Grau. Der durch die Commissura media abgeteilte Divertikel des 3. Ventrikels ist mit dichterer Schicht des Höhlengraues umkleidet. Der Charakter der Zellen bleibt derselbe. Das Zentrale Grau des 3. Ventrikels erstreckt sich dorsalwärts und bildet die untere Etage der Commissura media (Fig. 14, 18 u. 22).

Literatur. Das eben erwähnte Grau des unteren Teils des 3. Ventr. hat Cajal (11) als besonderen Kern ausgeschieden und als Nucl. commissuralis inferior bezeichnet.

Ganser	Nißl, Münzer und Wiener	Kölliker	Cajal	Verfasser
Vorderer Kern	Vorderer dorsaler Kern	Nucl. intermedius	Nucl. angularis	Nucl. anterior
—	Vorderer ventraler Kern	Nucl. dorsalis	—	Nucl. cuneiformis
—	Vorderer medialer Kern	—	Nucl. anterior internus	Nucl. communis (pars medialis)
Nucl. medialis	Medialer mittlerer Kern, Nucl. arcuatus	Nucl. centralis griseus	Nucl. commissurae superior	Nucl. communis (pars medialis)
Nucl. lateralis	Lateraler vorderer Kern	Nucl. dorsalis	Nucl. dorsalis	Nucl. communis (pars lateralis)
Großzelliger Kern	Großzelliger Kern	—	—	Nucl. bicruralis
—	Ventraler Kern	Nucl. lateralis	Nucl. sensitivus	Nucl. communis (pars ventralis)
—	Kern der Mittellinie	—	Nucl. superior Raphe	Nucl. medianus
—	Hinterer Kern	—	Nucl. praebigeminalis	Nucl. praebigeminalis
Hinterer mittlerer Kern	Hinterer mittlerer Kern	—	—	Nucl. communis
Die Graue Substanz der äußeren Gitterschicht	Ventraler Kern (der Gitterschicht)	—	Nucl. reticularis	Nucl. communis + große Zellen der äußeren Gitterschicht
	Dorsaler Kern (der Gitterschicht)	—		
	Lateraler Kern (der Gitterschicht)	—		
—	—	—	Nucl. accessorius anterior (Nucl. sensitivi)	Gruppen des Nucl. communis
—	—	—	Nucl. accessorius posterior (Nucl. sensitivi)	

Hypothalamus.

Ebenso wie beim Igel lagern sich ventral von der Substantia nigra zwischen die Fasern des Fußes dreieckige Zellen, die kleiner sind und sich schwächer färben lassen als die der Substantia nigra (sn und sn_1 Fig. 2

und 6). Die Frage nach ihrer Selbständigkeit habe ich schon bei der Beschreibung der entsprechenden Zellen beim Igel berührt. Besonders scharf treten einige dreieckige Zellen hervor, die gleichsam die laterale Fortsetzung der Substantia nigra bilden und sich durch feine deutliche Schollen auszeichnen. Zwischen diese Zellen und das Corp. gen. med. lagern sich längliche, sich schwach färbende Zellen des Nucl. peripeduncularis lateralis (n ppe l Fig. 6). Dieser Kern teilt sich in zwei Äste. Der eine verläuft der Substantia nigra fast parallel, der andere zweigt sich vom Nucl. peripeduncularis unter einem Winkel dorsalwärts ab (Fig. 6). Während auf mehr oralen Schnitten der dorsale Zweig seine Begrenzung verliert, ist der ventrale noch gut wahrzunehmen. Er erstreckt sich zur Mittellinie und dorsalwärts, wobei er sich dem Ventralen Grau des Corp. gen. lat. nähert (Fig. 10 und 14). — Der Nucl. hypothalamicus (n hpth) ist scharf abgegrenzt, größer und mehr nach oben gewölbt als beim Igel (Fig. 14). Er nimmt das Areal ein, das dem mittleren Drittel der jetzt verschwundenen Substantia nigra entspricht. Ventral von ihm liegen die Zellen, die eine Fortsetzung derjenigen bilden, die wir bereits bei der Beschreibung der Substantia nigra erwähnten. Der Nucl. hypothalamicus besteht aus dreieckigen und länglichen sich schwach färbenden Zellen, die 3—4 parallel verlaufende Reihen bilden. Das Protoplasma der Zellen ist ganz homogen.

Das Griseum subthalamicum läßt sich beim Kaninchen in zwei topographische Gebiete einteilen: Area centralis und Area medialis. Die erste liegt zwischen der Substantia nigra bzw. dem Nucl. hypothalamicus und der ventralen Partie des Nucl. communis (gr sb th), die zweite lagert sich hauptsächlich parallel dem Rand des dritten Ventrikels (gr sb th, Fig. 10 und 14). Die Struktur der meisten Zellen ist in beiden Areae so unklar und so durch den Faserverlauf bedingt, daß sie kein Merkmal abgeben kann, um sie in besondere Kerne abgrenzen zu können. In den kaudalsten Schnitten sind im Griseum subthalamicum einige große, viereckige, deutliche Schollen aufweisende Zellen, die wohl noch zum Nucl. ruber (n rbr) gehören. Auch im mittleren Teile des Griseum subthalamicum, und zwar in der Nähe des Ventralen Graues des Corp. gen. lat., sind einige drei- und viereckige Zellen vorhanden, die feine, aber deutliche Schollen aufweisen. Die blassen, kleinen, länglichen Zellen des Griseum subthalamicum liegen in der Area centralis nicht so zerstreut wie in dem entsprechenden Gebiete der anderen von mir untersuchten Tiere und zwar bilden sie eine breite

Schicht, die sich parallel dem Nucl. periped. lat. lagert (Fig. 10 und 14). Auch ventral vom Nucl. periped. lat. lagern sich einzelne Zellen des Griseum subthalamicum. Die Area centralis erstreckt sich mehr oral als der Nucl. hypothalamicus (Fig. 18).

Das Corpus mamillare ist beim Kaninchen paarig, und im kaudalsten Teil wird seine graue Masse von Zellen des Nucl. medialis des Corpus mamillare (n m c mam) gebildet. Sie sind zahlreich, rund, klein und färben sich schwach. Etwas mehr oral erscheinen die größeren, dreieckigen, intensiv sich färbenden Zellen des Nucl. lateralis (n l c mam). Dieser letztere Kern ist bedeutend kleiner als der Nucl. medialis und liegt hauptsächlich an der Peripherie (Fig. 10). Auf seiner größten Entwicklungsstufe verschmilzt der Nucl. medialis mit dem gleichnamigen Kern der entgegengesetzten Seite. Die verschmolzenen Zellen beider Kerne bilden eine unpaare Zellensäule, die wie eine Raphe zwischen den beiden medialen Kernen aussieht (Fig. 10). Durch Fasern werden vom Nucl. medialis einige Inseln abgetrennt.

Der Nucl. supramamillaris (n sp mam) ist beim Kaninchen paarig und topographisch besser als beim Igel abgegrenzt (Fig. 10). Der Größe nach nehmen auch beim Kaninchen die Zellen dieses Kerns eine Mittelstelle zwischen den Zellen der beiden übrigen Kerne des Corpus mamillare ein. Der Nucl. medialis geht ohne scharfe Grenze in das Grau des Tuber cinereum über und das Areal der unpaaren Säulen wird jetzt durch den Nucl. supramamillaris ersetzt (Fig. 14). Auf der Höhe des Fornix können die Nucl. medialis und supramamillaris schon nicht mehr wahrgenommen werden, der laterale Kern dagegen läßt sich noch weiter oral verfolgen.

Literatur. Auch hier war von Gudden (24) der erste, der darauf hingewiesen hat, daß das Grau der C. mamill. bei Kaninchen, Hund, Katze, Affen und Menschen in mehrere Kerne zerfällt. In seiner ersten Arbeit über die Corpora mamillaria (24, S. 173) unterscheidet von Gudden den kleinzelligen medialen und den großzelligen lateralen Kern. In der zweiten (24, S. 190) beschreibt er den lateralen, einen hinteren ventralen und einen vorderen dorsalen Kern. Die Zellen dieses letzteren sind nach von Gudden kleiner als die des lateralen und größer als die des medialen Kerns. Darum nehme ich an, daß sein vorderer dorsaler Kern dem Nucl. supramamill. entspricht. Kölliker (31) unterscheidet im C. mamill. des Kaninchens und der Maus nur den lateralen und den medialen Kern. Hallers (25) Ansicht nach ist das C. mamill. bei der Maus unpaar und besteht aus einem medialen und einem lateralen Kern. Letzterer zerfällt in einen unpaaren und in zwei symmetrische laterale Abschnitte. Im oralen Teile soll der mediale Kern aus 2 ventralen und 2 dorsalen Zellengruppen bestehen. Cajal (11) erwähnt den Nucl. limitans, der oral und dorsal von dem medialen Kern liegt.

Haller (25) beschreibt bei der Maus ein Gangl. hypothal. med., das er auf seiner Fig. 20 abbildet. Meiner Ansicht nach entspricht es dem Nucl. periped. later. Außer diesem beschreibt Haller noch ein Gangl. hypothal. later. und homologisiert es mit dem Nucl. hypothal. Da es festgestellt ist, daß die Maus einen gut abgegrenzten Nucl. hypothal. hat (s. u.), scheint mir Hallers Meinung nicht richtig zu sein. Es ist wohl anzunehmen, daß Haller unter diesem Namen mehrere Kerne (den Nucl. hypothal., die Substantia nigra und die von ihr ventral gelegenen kleinen Zellen) zusammengefaßt hat. Auch Brauer (8) ist derselben Meinung über das Gangl. hypothal. later. Haller.

Aus der Beschreibung von Monakows (40) ist es nicht zu ersehen, ob er das Vorhandensein des Nucl. hypothal. beim Kaninchen anzunehmen geneigt ist. Kölliker (31) und Cajal (11) behaupten dagegen, daß der Kern bei dem Kaninchen bzw. bei der Maus gut abgegrenzt ist. Unter dem Namen Noyau suspedunculaire schied Cajal (11) bei der Maus einen Kern aus, der zwischen der Subst. nigra und dem C. gen. med. gelegen ist. Er entspricht somit dem Nucl. periped. later. Jacobsohn.

In der folgenden Aufzählung sind die Kerne des Diencephalon des Kaninchens zusammengestellt:

Metathalamus.

Nucl. suprageniculatus.
Nucl. ventralis corp. gen. medialis.
Nucl. dorsalis corp. gen. medialis.
Nucl. corp. gen. lateralis.
Griseum ventrale corp. gen. lateralis.

Epithalamus.

Nucl. medialis des Ganglion habenulae.
Nucl. lateralis des Ganglion habenulae.

Thalamus.

Nucl. praebigeminalis.
Nucl. communis — pars medialis.
Nucl. communis — pars latero-dorsalis.
Nucl. communis — pars ventralis.
Nucl. medianus.
Nucl. anterior.
Nucl. cuneiformis.
Nucl. bicruralis.

Substantia grisea des dritten Ventrikels.

Hypothalamus.

Nucl. hypothalamicus.
Griseum subthalamicum.
Nucl. supramamillaris.
Nucl. medialis corp. mamill.
Nucl. lateralis corp. mamill.

Hund (*Canis familiaris.* Ordnung: *Carnivora*).

Metathalamus.

Im Gegensatz zum Kaninchen besteht das Corp. gen. med. des Hundes nur aus einem Kern. Die Zellen des Nucl. corp. gen. med. (n c g med., Fig. 3, 7 und 11) entsprechen ihrem Charakter nach denen des ventralen Kerns des Kaninchens. Sie sind zahlreich, rund, klein und lassen sich schwach färben. In dem lateroventralen Teile des Corp. gen. med. sind sie in größerer Zahl vorhanden (Fig. 7). In dem medioventralen Teil des inneren Kniehöckers zwischen den Zellen des Nucl. corp. gen. med. lagern vereinzelte große Zellen (Fig. 7), die den kaudalsten Teil des unten beschriebenen Nucl. magnocellularis thalami (n mg th) darstellen.

Das Corp. gen. lat. beginnt mehr oral als das Corp. gen. med. und dorsolateral von ihm (Fig. 3). Seine graue Substanz besteht aus 2 Kernen: dem Nucl. principalis (n pr c g l) und dem Nucl. magnocellularis des Corp. gen. lat. (n mn cg l). Sie erscheinen gleichzeitig, und zwar so, daß die Zellen des großzelligen Kernes in der Mitte des Nucl. principalis liegen. Auf der größten Entwicklungsstufe des äußeren Kniehöckers gestalten sich die Verhältnisse zwischen beiden Kernen in der Weise, daß der Nucl. magnocellularis in der medialen Partie des Nucl. principalis liegt und eine nach dem Thalamus hin gerichtete Wölbung bildet (Fig. 7). Die einzelnen Zellen des Nucl. magnocellularis kommen in größerer und geringerer Zahl zwischen denen des Nucl. principalis vor. Gelegentlich sammeln sich diese Zellen in einer zweiten Reihe, die parallel der Wölbung des Nucl. magnocellularis verläuft, an Umfang aber hinter ihm zurückbleibt (Fig. 7). Wenn die Sehstrahlung in das Corp. gen. lat. eindringt, teilt sie es in 2 Teile, den kleineren dorsalen und den größeren ventralen (Fig. 11). Die graue Substanz des dorsalen Teiles setzt sich aus den Zellen des Nucl. principalis zusammen, während in dem ventralen beide Zellenarten verbleiben. Zellen, die sich von beiden

Kernen abtrennen, lagern sich auch zwischen die Fasern der Sehstrahlung. Sobald der ventrale Teil in seinem Umfang zurückgeht, erscheint latero-ventral von ihm das Ventrale Grau des Corp. gen. lat. (gv c g lat., Fig. 11). Dies ist aus kleineren, runden, sich schwach färbenden Zellen zusammengesetzt. Topographisch ist das Ventrale Grau gut abgegrenzt, jedoch kleiner als beim Igel und beim Kaninchen. — Am kaudalsten verschwindet der dorsale Teil, der ventrale und das Ventrale Grau ziehen sich mehr oral und verschwinden fast gleichzeitig.

Literatur. In dem Corp. gen. med. beim Hunde und bei der Katze schied von Monakow (43) von den Zellen, die die Hauptmasse bilden, einen aus größeren Zellen sich zusammensetzenden Haufen aus, den er Corp. gen. med. internum benennt. Kölliker (31) erwähnt, daß die beiden Kniehöcker bei der Katze groß sind. Der Meinung von Lewandowsky (32), daß sein Nucl. parageniculatus die kaudale Fortsetzung des ventralen Kerns des Thalamus (nach meiner Schilderung des Nucl. magnocellul. thalami) bildet, kann ich mich nur anschließen. von Monakow (43) bemerkt, daß das Corp. gen. med. der Katze seiner Architektonik nach demjenigen des Menschen ähnlich ist. Nach Cajal (11) dagegen ist es bei der Katze wie beim Kaninchen gebaut; er unterscheidet in ihm einen dorsalen und einen ventralen Kern und einen großzelligen Nucl. profundus. Die Fig. 177 in Cajals Lehrbuch (11) stellt vortrefflich die sämtlichen Kerne des Corp. gen. med. der Katze dar; sie ist nach einem mit dem Nißlschen Verfahren gewonnenen Präparat hergestellt.

Die beiden Teile des Corp. gen. lat. sind schon bei Wernicke (56, Fig. 45) vortrefflich abgebildet. von Monakow (43) unterscheidet die beiden Teile und ein Corp. gen. lat. »o«. Das letzte entspricht dem Ventralen Grau (mihi). da Fano (18) spricht nur von einer dorsalen und einer ventralen Partie. — Auf die großzelligen Elemente des Corp. gen. lat. machte zuerst von Monakow (43) aufmerksam. Sie werden auch von da Fano (18) erwähnt.

Schon Forel (20) bemerkt, daß der schichtenartige Bau, der für den äußeren Kniehöcker des Menschen und des Affen so charakteristisch ist, bei der Katze nur schwach angedeutet ist. Ellenberger und Baum (17) dagegen betonen die vielfache Schichtung des Corp. gen. lat. bei dem Hunde. Auf einer meiner Serien habe ich die Schichtung des Corp. gen. lat. schwach angedeutet gesehen; in andern fehlte sie vollständig.

Epithalamus.

Beide Kerne des Gangl. habenulae erscheinen gleichzeitig (Fig. 11). Der Nucl. medialis (n m gh) ist beim Hunde schon kleiner als bei den vorher beschriebenen Tieren, indem er flacher geworden ist. Ebenso wie beim Kaninchen liegen die Zellen des Nucl. medialis sehr dicht, diejenigen des Nucl. lateralis (n l gh) locker. Ihrer Struktur nach unterscheiden sich die Zellen der beiden Kerne nicht von denjenigen des Kaninchens. Auf der Höhe der Commissura media verschwindet der mediale Kern, während der laterale sich noch auf 25—30 Präparate weiter oral erstreckt (Fig. 15).

Literatur. Die beiden Kerne sind von da Fano (18) abgebildet und beschrieben. Ich kann diesem Verfasser nicht beipflichten, daß das Gangl. hab. bei dem Hunde sich so weit oralwärts hinzieht, wie er es auf seiner Fig. 1 abbildet. Sein Bild ist wahrscheinlich durch schiefe Schnittrichtung bedingt.

Thalamus.

Der kaudalste Teil des Nucl. communis (n c sth) ist beim Hunde seine laterale Partie, die in Gestalt eines Keils zwischen die beiden Kniehöcker eindringt (Fig. 7). Auf den kaudalsten Schnitten ist sie sowohl von diesen als auch von der grauen Substanz des vorderen Zweihügels gut abgrenzbar. Etwas mehr oral geht sie ohne scharfe Grenze in die dorsale Partie des Nucl. corp. gen. med. über. Wenn die Fasern der Sehstrahlung in die Pars lateralis des Nucl. communis eindringen, nachdem sie das Corp. gen. lat. in 2 Teile getrennt haben, lagern sich einzelne Zellen des Nucl. communis zwischen sie und vermischen sich mit den Zellen beider Kerne des äußeren Kniehöckers (Fig. 11). Mit dem Erscheinen der Corp. mamillaria verbreitet sich der Nucl. communis so medialwärts, daß er an das Zentrale Grau des 3. Ventrikels grenzt (Fig. 11). Der Fasciculus retroflexus trennt von dieser medialen Partie des Nucl. communis einen inneren Abschnitt ab (Fig. 11); dieser Abschnitt verschmilzt beim Hunde schneller als beim Kaninchen mit dem Hauptteil. Die größte Entwicklung erreicht der Nucl. communis im Niveau der Commissura media, er nimmt das ganze Areal des Thalamus (im engeren Sinne des Wortes) ein (Fig. 15 und 19). Im oralen Drittel (Fig. 23) sondert sich in dem lateralen Teil des Nucl. communis ein Abschnitt ab. Seiner Form und seinem Verhältnis zum Nucl. anterior (s. u.) nach erinnert dieser Abschnitt sehr an den Nucl. cuneiformis des Kaninchens in seiner oralen Partie. Es ist mir jedoch wie auch da Fano (der diesen Abschnitt als Nucl. lateralis a bezeichnet) nicht gelungen Zellen aufzufinden, die ihrer Struktur nach von den übrigen Zellen der Pars lateralis unterschieden wären. Dieser Abschnitt verschmilzt bald mit dem Hauptteil, bald trennt er sich, wahrscheinlich infolge des Faserverlaufs, von ihm. Am weitesten oral erstrecken sich die ventralen Zellengruppen des Nucl. communis (Fig. 27). — Die graue Masse der Gitterschicht besteht aus einzelnen Inselchen von Zellen, die sich von der lateralen Partie des Nucl. communis absondern. — Die Zellen des Nucl. communis schwanken etwas in ihrer Größe: die größten befinden sich zwischen den Fasern der Sehstrahlung und in der medialen Partie. Vereinzelte größere Zellen sind jedoch im ganzen Nucl.

communis zerstreut. Die Zellen des Nucl. communis sind rund und polygonal und haben einen ziemlich großen Kern. Sie färben sich schwach; das Protoplasma ist so homogen, daß es sogar bei einer Vergrößerung 200—250 keine Schollen erkennen läßt. Der ganze Nucl. communis kann zum Zwecke der Darstellung in 3 topographische Teile zerlegt werden: Pars lateralis, medialis und ventralis. Die letztere tritt deutlich nur im oralen Teil des Thalamus hervor (Fig. 23 und 27). Auf den kaudalen und mittleren Schnitten dagegen lagert sich zwischen ihre Zellen ein Kern, der bei den vorher beschriebenen Tieren nicht vorhanden ist — der Nucl. magnocellularis thalami (n mg th). Dieser Kern beginnt mit einigen dicht an das Corp. gen. med. liegenden Zellen (Fig. 7), die wir bei der Beschreibung des inneren Kniehöckers berührt haben. Von hier breiten sich die Zellen dorsalwärts aus und erstrecken sich dann medialwärts, nachdem sie die obere Grenze des inneren Kniehöckers erreicht haben (Fig. 11). Das Wachstum des Kernes geschieht durch Auftreten einzelner Zelleninseln. Diese Inseln liegen hauptsächlich in dem ventralen und nur teilweise in dem lateralen Teile des Nucl. communis (Fig. 15 und 19). Zwischen den Zellen des Nucl. magnocellularis liegen bald in größerer, bald in geringerer Anzahl die Zellen des Nucl. communis; es kommen jedoch vereinzelte Inseln des Nucl. magnocellularis vor, die ganz frei von Zellen des Nucl. communis sind. Einzelne Reihen und Inselchen erstrecken sich auch dorsalwärts. Es tritt besonders eine Zellengruppe hervor, die am dorsalen Ende des Nucl. reuniens (s. u.) gelagert ist (Fig. 19). — Die Zellen des Nucl. magnocellularis sind die größten des ganzen Thalamus, rund und polygonal, und haben 2—3 deutliche Fortsätze. Ihr Protoplasma ist ganz homogen, und obgleich die Zellen des Nucl. magnocellularis sich ihrer Größe nach den motorischen Zellen (z. B. des Nucl. ruber) nähern, lassen sie bei mittlerer Vergrößerung keine Schollen erkennen, und der Kern lagert sich exzentrisch, was in gewissem Grade typisch für die Zellen des Nucl. magnocellularis ist.

Im Niveau der Commissura media erscheint die Zellensäule des Nucl. medianus (n mdn, Fig. 15). Der Unterschied dieses Kernes beim Kaninchen und beim Hunde besteht darin, daß der Nucl. medianus des ersteren inmitten des Zentralen Graues des 3. Ventrikels beginnt (Fig. 10), während er beim Hunde erst nach dem Auftreten der Commissura media erscheint. Von hier aus schnell wachsend, verschmilzt der Nucl. medianus mit dem gleichnamigen Kern der anderen Seite und liegt in der Mitte der Commissura

media als eine mehr oder weniger breite Kolonne. Er erstreckt sich ventralwärts vom Nucl. reuniens. Die Zellen des Nucl. medianus sind klein, fusiform und lassen sich schwach färben.

Seiner Lage, Architektonik und Zellenstruktur nach ist der Nucl. anterior (n ant th) des Hundes (Fig. 23) ein genaues Wiederspiel des gleichnamigen Kerns des Kaninchens (Fig. 14, 18 und 22). Er besteht jedoch bei dem Hunde aus einer geringeren Zahl von Zellenreihen (3—4). Einzelne Zellen des Nucl. anterior lagern sich medial vom Hauptteile (Fig. 23). In weiter oral gelegenen Schnitten wechselt der Nucl. anterior ebenso wie beim Kaninchen seine Stelle. Aus dem dorsalen Gebiete durch den lateralen Teil des Nucl. communis herausgedrängt, biegt er sich medioventral und lagert sich schließlich fast parallel der Mittellinie (Fig. 27).

Die ersten Inseln des Nucl. reuniens (n rn th) lagern sich vorwiegend zwischen die mediale Partie des Nucl. communis und den Nucl. magnocellularis thalami (Fig. 19). Je oraler die Schnitte liegen, desto größer ist die Zahl der Reihen und Inseln des Nucl. reuniens, und nicht selten wird die Verbindung zwischen ihnen durch die Zellen des Nucl. communis unterbrochen.

Im Niveau des Fornix verschmelzen die früher locker gelagerten Reihen zu einem schmalen Streifen, der sich durch die Commissura media zieht und auf die entgegengesetzte Seite übergeht (Fig. 23). Dieses schmale Band verdichtet sich in der Mitte der Commissura und bildet zusammen mit den Zellen des Nucl. medianus ein mächtiges Zellenkonglomerat in Form eines Kreuzes (Fig. 23). Die Zellen des Nucl. reuniens verschwinden im Niveau des Chiasma. Sie sind klein, länglich und färben sich schwach.

Literatur. Die Kerne des Thalamus bei der Katze und beim Hunde hat zuerst von Monakow (43) genau beschrieben. Bei ihrer Differenzierung auf mit Carmin gefärbten Präparaten war für ihn, neben ihrer Abgrenzung durch Marklamellen, auch Verschiedenheit ihres Zellencharakters maßgebend. Außerdem benutzte von Monakow (43) (zur bequemen Feststellung der Beziehungen zwischen bestimmten Rindenfeldern und Teilen der Thalamuskerne) auch willkürlich — wie er selbst sagt — gezogene Linien. Dadurch wird jeder einzelne Kern bei von Monakow in einige Unterkerne zerlegt. Er unterscheidet im Thalamus des Hundes und der Katze folgende Kerne: den Nucl. anterior a, c und b, den Nucl. lateralis a und b, den Nucl. medialis a, b und c, den Nucl. ventralis a, b und c und den hinteren Kern. Der hintere Kern entspricht wohl dem Teile des Nucl. communis (pars lateralis), der sich zwischen beiden Kniehöckern lagert. von Monakow (43) betont, daß die graue Masse der äußeren Gitterschicht ohne scharfe Grenze in die Kerne des Thalamus übergeht. von Monakow machte auf die erhebliche Größe der Zellen aufmerksam, die in seinen ventralen

Gruppen gelagert sind. — da Fano (18), der die Kerne des Thalamus des Hundes auf nach Nißlschem Verfahren hergestellten Präparaten studiert hat, teilte seine graue Substanz nach von Monakow ein. Das Studium der Zellenstruktur überzeugte ihn jedoch, daß die Zellen der von Monakowschen »Unterkerne« keinen Strukturunterschied aufweisen. — Unter dem Namen Nucl. Zonales faßt da Fano (18) den Nucl. anterior und seine etwas medial liegenden Zellen zusammen. Er hebt die Zellenstraße hervor, die durch die Commissura media verläuft und die zweifellos dem Nucl. reuniens entspricht. Der Nucl. medianus ist von da Fano unter dem Namen Nucleus commissurae mediae beschrieben worden. Die am dorsalen Ende des Nucl. reuniens gelegene großzellige Gruppe (Nucl. magnocell.) scheidet da Fano (18) als Nucl. triqueter aus. — von Monakow (43) glaubte annehmen zu dürfen, daß sein Nucl. medialis b dem Centre médian von Luys des Menschen entspricht. da Fano (18) ist es ebensowenig wie mir gelungen, im Thalamus des Hundes einen dem Luysschen entsprechenden Kern zu finden. Nach Forel (21) und Sachs (50) soll das Centre median beim Hunde nur schwach angedeutet sein. — Edinger (14B I) bildet auf Fig. 194 den Nucl. centralis beim Hunde ab; er liegt rapheartig in der Commissura und entspricht also dem Nucl. medianus. Unter dem Namen Nucl. intermedius. beschreibt Kölliker (31) den Nucl. anterior. — Bei allen von mir untersuchten Hunden habe ich die Commissura media stark entwickelt gesehen; nach Ellenberger und Baum (17) kann sie auch bei diesem Tiere fehlen.

Substantia grisea des 3. Ventrikels.

Die Substantia grisea des 3. Ventrikels (sgv, Fig. 11, 15) besteht aus runden und birnenförmigen, schwach sich färbenden Zellen von schwankender Größe. Mit dem Erscheinen des Ganglion habenulae verliert allmählich das Zentrale Grau seine topographische Abgrenzung. Das Zentrale Grau, das den unteren Teil des 3. Ventrikels umhüllt, besteht aus Zellen desselben Charakters wie dasjenige des oberen Teiles. Es dehnt sich weit dorsalwärts aus und bildet die untere Etage der Commissura media (Fig. 19 und 23).

Hypothalamus.

Die Substantia nigra ist beim Hund besser entwickelt und nimmt einen größeren Raum ein als bei den zwei vorher beschriebenen Tieren (sn, Fig. 3, 7 und 11). Die vereinzelten Zellen, die ventral von ihr gelegen sind, kommen nicht in so großer Anzahl (sn, Fig. 3, 7 und 11). Der Nucl. pedunc ularis lateralis (n ppe l) ist weniger entwickelt (Fig. 7 und 11). Sein medialer Schenkel hat keine scharfe Abgrenzung, der dorso-laterale dagegen ist deutlich topographisch abgegrenzt (Fig. 15).

Der Nucl. hypothalamicus (n hpth) ist als eine breite Zellenschicht, wie ein Segment, dessen Bogen nach dem Griseum subthalam., dessen Sehne zum Fuß gerichtet ist, gut abgegrenzt (Fig. 15). Das laterale Ende ist zellen-

reicher als das mediale. Nicht nur nach der Größe, sondern auch nach der Ausdehnung (Fig. 19) übersteigt der Nucl. hypothalamicus des Hundes den gleichnamigen Kern des Kaninchens. Die Zellen des Nucl. hypothal. färben sich stark, sind dreieckig und birnenförmig und haben ein homogenes Protoplasma.

Das Griseum subthalamicum (gr sbth) ist nicht so reich an Zellen wie beim Igel und beim Kaninchen. Im Gegensatz zum Kaninchen kann es in keine deutlichen topographischen Abschnitte zerlegt werden (Fig. 11 und 15). Seine Zellen sind in bezug auf Größe und Form äußerst wechselnd. Des Faserdrucks wegen ist die wahre Struktur der meisten Zellen nicht zu erkennen. Es finden sich auch Zellen, die eine viereckige Form, einen in der Mitte gelegenen Kern und deutliche Schollen besitzen. Diese Zellen liegen bald zerstreut, bald sammeln sie sich in kleinen Gruppen von 4 bis 5 Zellen. Besonders häufig kommen diese Zellen im kaudalsten Teil des Griseum subthal. vor, wo sie allerdings vielleicht zum Nucl. ruber gehören, (Fig. 11 und 15) und in den oralen Abschnitten. In diesen letzteren erscheinen sie vorwiegend lateral von der oberen Spitze der Infundibulargegend des 3. Ventrikels und in ihrer Nähe (Fig. 19 und 23). Auf derselben Höhe inmitten des Zentralen Graues liegen vereinzelte Gruppen von 5 bis 6 großen, runden, sich intensiv färbenden Zellen, die aus dem Griseum subthal. hierher eindringen.

Der Nucl. medialis (n m c mam) des paarigen Corp. mamillare liegt mehr kaudal als der laterale Kern (n l c mam). Anfangs umfaßt der laterale den medialen Kern von der ventro-lateralen Seite (Fig. 15). Dorsal und dorso-lateral ist der Nucl. medialis von einem Zellenhaufen umgeben, von denen einige Zellen dem Nucl. lateralis angehören, andere nähern sich ihrer Struktur nach dem Nucl. intercalatus (s. u.). Zwischen diesen zwei Typen gibt es auch Übergangszellen. Darum kann das eben geschilderte Grau (Fig. 15) beim Hund nicht als ein besonderer Kern angesehen werden. Zwischen den beiden eben erwähnten Kernen des Corp. mamillare lagert sich der dritte Kern — der Nucl. intercalatus (n i c mam) (der Name stammt von Malone). Dieser liegt in der ventro-lateralen Ecke des Corp. mamillare und ist gut abgegrenzt. Er besteht aus einer kleinen Zahl viereckiger, schwach sich färbender Zellen; auf ihrem ungefärbten Untergrund treten feine Schollen hervor. Der Nucl. intercalatus läßt sich auf 35—40 Präparaten verfolgen. Er tritt noch deutlich hervor, wenn der

mediale Kern schon verschwunden ist (Fig. 19). Der Nucl. lateralis erstreckt sich am weitesten oral (Fig. 19 und 23) und wird jetzt durch einige Zellen repräsentiert, die sich linear an der Peripherie lagern. Der Nucl. medialis besteht aus einer großen Zahl kleiner, runder, blaß sich färbender Zellen, der Nucl. lateralis aus wenigen größeren, dreieckigen, intensiv sich färbenden Zellen. Sie haben ein homogenes Protoplasma und 2—3 Fortsätze, die, sich untereinander verschlingend, ein Netz bilden.

Literatur. Nach von Monakow (43) ist der Nucl. hypothalamicus bei der Katze und beim Hunde prägnant ausgeprägt. Auch für Kölliker (31) ist es zweifellos, daß die Katze einen gut entwickelten Nucl. hypothal. besitzt. Der Nucl. hypothal. des Hundes bzw. der Katze ist als ein gut abgegrenztes Gebilde bei Edinger (14B I, Fig. 145), Probst (48, Fig. 7) und Sano (52) abgebildet. — von Monakow (43) weist darauf hin, daß die Zona incerta des Hundes eine große Anzahl Ganglienzellen von verschiedenem Bau und Charakter enthält. — Die kleineren Zellengruppen, die aus dem Griseum subthalam. in das zentrale Höhlengrau eindringen, sind schon bei Luys (35, Pl. X, Fig. 1) abgebildet. Sie werden auch von Forel (20) erwähnt. Im Corp. mamill. der Katze unterscheidet Kölliker (31) nur 2 Kerne, den medialen und den lateralen. Edinger und Wallenberg (16) beschreiben beim Hunde außer dem Nucl. med. und lat. noch einen Kern, der im frontalen Abschnitte des Corp. mamill. gelegen ist. Nach Martin (38) soll die Katze ein vierfaches Corpus mamillare besitzen.

In der folgenden Tabelle sind die Kerne des Diencephalon des Hundes aufgezählt.

Metathalamus.

Nucl. corp. gen. medialis.
Nucl. principalis corp. gen. lateralis.
Nucl. magnocellularis corp. gen. lat.
Griseum Ventrale corp. gen. lat.

Epithalamus.

Nucl. medialis des Gangl. habenulae.
Nucl. lateralis des Gangl. habenulae.

Thalamus.

Nucl. communis thalami — pars medialis
— pars lateralis
— pars ventralis (deutlich nur im oralen Drittel).

Nucl. magnocellularis thalami.
Nucl. medianus thalami.
Nucl. anterior thalami.
Nucl. reuniens thalami.

Substantia grisea des dritten Ventrikels.

Hypothalamus.

Nucl. hypothalamicus.
Griseum subthalamicum.
Nucl. medialis corp. mamillaris.
Nucl. lateralis corp. mamillaris.
Nucl. intercalatus corp. mamillaris.

Affe (*Macacus rhesus*. Ordnung: *Pitheci*).

Metathalamus.

Die graue Substanz des Corp. gen. med. besteht beim Affen, wie auch beim Hunde, aus Zellen nur eines einzigen Kerns — des Nucl. corp. gen. med. (n c g med., Fig. 4 und 8). Sie sind klein, rund und birnenförmig und färben sich schwach. Die Zellen des Nucl. corp. gen. med. liegen bald mehr, bald weniger dicht, was wahrscheinlich durch den Faserverlauf bedingt ist. Der Nucl. corp. gen. med. ist deutlich sowohl vom Grau des vorderen Zweihügels als auch im oralen Schnitte von den Kernen des Corp. gen. lat. abgrenzbar. Das Corp. gen. med. ähnelt auch dadurch dem des Hundes, daß in seiner medialen Partie große Zellen lagern (Fig. 4). Nur treten sie in geringerer Zahl und nicht linear angeordnet, wie beim Hunde, sondern in Gestalt einzelner Inselchen von 2 bis 3 Zellen auf. Wie beim Hunde, stellen sie eine kaudale Fortsetzung des Nucl. magnocellularis thalami (n mg th) dar.

Das Corp. gen. lat. ist lateral und etwas oral von dem Corp. gen. med. gelegen (Fig. 4). Es lassen sich in ihm deutlich 2 Kerne unterscheiden: der Nucl. principalis (n prc gl) und der Nucl. magnocellularis (n mn c gl). Der Nucl. principalis beginnt mehr kaudal (Fig. 4) mit 2 bis 3 parallel verlaufenden Zellenschichten; auf mehr oralen Schnitten (Fig. 8), medial von dem Nucl. principalis, lagern sich die Zellen des Nucl. magnocellularis. Im Niveau des Ganglion habenulae, lateral vom Nucl. corp. gen. med., erscheint

die andere Partie des Nucl. principalis, etwas mehr oral auch der zweite Schenkel des Nucl. magnocellularis. Diese beiden nachträglich erscheinenden Teile der beiden Kerne breiten sich dorsalwärts aus und begegnen sich mit den ersteren. Auf seiner höchsten Entwicklungsstufe (Fig. 12) besteht der Nucl. principalis aus 6 bis 7 konzentrischen Schichten. Jede dieser Schichten besteht aus einigen parallelen Zellenreihen. Die äußerste Schicht besteht aus 7 bis 8 Zellenreihen, in den übrigen schwankt die Zahl zwischen 3 bis 5. Die Schichten des Nucl. principalis sind nicht in ihrer ganzen Ausdehnung voneinander abgetrennt, sie berühren sich bald mit größerem, bald mit geringerem Teile. Der Nucl. principalis umschließt den Nucl. magnocellularis von der dorsalen, medialen und lateralen Seite (Fig. 12). Der Nucl. magnocellularis besteht ebenfalls aus 3 bis 4 Schichten und jede einzelne Schicht aus 3 bis 4 Zellenreihen. Einzelne Zellen des Nucl. magnocellularis dringen in die Nachbarschichten des Nucl. principalis. In seinem oralen Teile wird der Nucl. magnocellularis in einzelne Inselchen zerlegt. Der Nucl. principalis zieht sich mehr oral hin als der Nucl. magnocellularis. In dem oralen Teil des Corp. gen. med. lat. (Fig. 16) weist der Nucl. principalis keine Schichten mehr auf und stellt ein rhombusförmiges, aus dicht aneinanderliegenden Zellen bestehendes Konglomerat dar. — Die Zellen des Nucl. principalis sind oval oder rund, die des Nucl. magnocellularis größer, birnenförmig, mit 1 bis 2 deutlichen Fortsätzen. Die Zellen der beiden Kerne lassen sich intensiv färben und erhalten eine leichte violette Nuance. Die starke Färbung und der charakteristische schichtenartige Bau macht es möglich, das ganze Corp. gen. lat. mit unbewaffnetem Auge zu verfolgen.

Literatur. Außer den spärlich vorhandenen Ergebnissen über die Kerne des Diencephalon des Affen werde ich auch diejenigen über die Kerne des menschlichen Diencephalon kurz angeben. Am ausführlichsten beschreibt Malone (37) diese Kerne beim Menschen. Seine Angaben werde ich vorwiegend benutzen. Bei Malone findet sich auch die Literatur über die Kerne des menschlichen Diencephalon.

Das Corp. gen. med. besteht beim Menschen nach Malone (37) aus 2 Kernen, dem ventralen und dem dorsalen. Nach von Monakow (43) dagegen sind die beiden Kniehöcker des Menschen ebenso wie die der Katze gebaut, ihr Unterschied soll nur in der Lage des Corp. gen. lat. bestehen.

Auf den schichtenartigen Bau des Corp. gen. lat. beim Menschen und beim Affen haben Meynert (39) und Forel (20) hingewiesen. Stilling (53) erwähnt beim Affen eine graue Masse, die zwischen den beiden Kniehöckern gelegen ist, er wußte aber nicht, ob sie zum Corp. gen. lat. zu rechnen oder als ein überzähliges Ganglion des Corp. gen. med. zu betrachten sei (wahrscheinlich handelt es sich um den medialen Schenkel des Nucl. princip. corp. gen. lat.).

Das Corp. gen. lat. besteht auch beim Menschen (Malone) aus denselben Kernen wie beim Affen. Nach der 1. Figur Malones (37) zu urteilen, erreicht der Nucl. magnocell. beim Menschen eine größere Entwicklung als beim Affen.

Epithalamus.

Der Nucl. lateralis des Ganglion habenulae (n lgh) lagert sich nicht nur lateral, sondern auch dorsal vom Nucl. medialis (Fig. 12) und erstreckt sich mehr oral (Fig. 16). Die im Vergleich zu den vorher beschriebenen Tieren erhebliche Größe der Zellen des Nucl. medialis und ihre gelegentliche dreieckige Form erlauben, sie beim Affen von den Gliazellen besser zu unterscheiden. Die Zellen des Nucl. lateralis sind groß, dreieckig und färben sich schwach.

Literatur. Die mediale Partie des Gangl. hab. rechnet Malone (37) beim Menschen dem Zentralen Grau des 3. Ventrikels zu. Somit entspricht sein Gangl. hab. nur dem lateralen Kerne dieses Gebildes.

Thalamus.

Beim Affen ist der kaudalste Kern des Diencephalon der Nucl. communis (n cs th), und zwar seine Pars lateralis. Dieser Teil erreicht beim Affen eine enorme Entwicklung, und das ganze Pulvinar der makroskopischen Anatomie ist aus seinen Zellen zusammengesetzt (Fig. 4 und 8). Die Entwicklung des Nucl. communis geht in der Weise vor sich, daß die laterale Partie sich ventral zu den Kniehöckern und medial auf Kosten der grauen Massen des vorderen Zweihügels ausbreitet. Im Niveau des Gangl. habenulae (Fig. 12) nimmt der Nucl. communis das ganze Areal des Thalamus ein und grenzt an das Zentrale Grau des 3. Ventrikels. Von dem medialen Teile des Nucl. communis trennt der Fasciculus retroflexus, wie auch beim Hunde und Kaninchen, einen inneren Abschnitt ab. Im Anfang der Commissura media (Fig. 16) gelangt die Pars medialis, die sich durch ziemlich große Zellen auszeichnet, nahe an die Mittellinie. Zwischen dem medialen Teil des Nucl. communis und dem entsprechenden Teil der entgegengesetzten Seite (Fig. 20) bleibt jedoch ein zellenfreier Raum, der später durch den Nucl. medianus (Fig. 24) ausgefüllt wird. — Im oralen Drittel des Thalamus (Fig. 24) erscheint die dorsale Partie des Nucl. communis (n cs th pars dors.), eine Partie, die bei den vorher beschriebenen Tieren nicht vorhanden ist. Die Pars dorsalis ändert ihre Lage in dem Sinne, daß sie mehr und mehr medialwärts rückt und sich ventralwärts umbiegt. Auf den oralsten Schnitten

grenzt sie fast ganz an die Mittellinie (Fig. 28). Auf der Höhe der Pars dorsalis (Fig. 24) trennt sich inmitten des lateralen Teils ein ovaler Abschnitt ab. In diesem Abschnitt liegen die Zellen des Nucl. communis und einige des Nucl. reuniens (s. u.). Die topographische Abgrenzung dieses Abschnittes tritt nicht so deutlich wie beim Hunde hervor; der ganze Abschnitt verschmilzt bald mit dem Hauptteil der Pars lateralis. — Die graue Substanz der äußeren Gitterschicht wird von Zellen des lateralen Teils des Nucl. communis gebildet. Hierher dringen auch einzelne Zellen des Nucl. magnocellularis thalami (s. u.). In der Gitterschicht lagern sich die Zellen meistens in einzelne Gruppen. — Im Nucl. communis des Affen kann man 4 topographische Teile unterscheiden, die Pars lateralis, medialis, dorsalis und ventralis. Der ventrale Teil ist nur auf den kaudalen Schnitten deutlich abgegrenzt. — Die Zellen des Nucl. communis sind rund und polygonal, sie färben sich im kaudalen Teile des Thalamus etwas dunkler als im oralen. Die größten Zellen sind in der Pars medialis vorhanden, die kleinsten in der Pars dorsalis. Zwischen den verschiedenen Zellengrößen bestehen fließende Übergänge.

Die kaudalsten Zellen des Nucl. magnocellularis thalami (n mg th) liegen dicht neben dem Corp. gen. med. (Fig. 4 und 8). Von hieraus breiten sie sich hauptsächlich in dorso-lateraler Richtung und nur zum Teil medialwärts aus (Fig. 16). Wenn der Nucl. magnocellularis seine größte Entwicklung erreicht hat (Fig. 20), nimmt er fast die ganze laterale Partie und die laterale Hälfte der ventralen Partie des Nucl. communis ein. Dann hat er die Form einer mächtigen Schale, in welche der Nucl. communis gleichsam hineingelegt ist und deren konvexe Seite gegen die äußere Gitterschicht gerichtet ist. Der Kern liegt in toto ventro-lateral vom Nucl. reuniens (s. u.), einzelne seiner Inseln lagern sich jedoch auch medial von ihm. Mit dem Erscheinen der Pars dorsalis (Fig. 24) fängt der Nucl. magnocellularis sich zu verkleinern an, und zwar in der Reihenfolge, daß zunächst die dorsal gelagerten Zellen verschwinden. Am weitesten oral ziehen sich die latero-ventralen Gruppen. Die Zellen des Nucl. magnocellularis sind die größten Zellen des Diencephalon. Sie sind polygonal, färben sich stark und haben einen großen exzentrisch liegenden Kern. Sie enthalten eine große Menge chromatophiler Substanz, die diffus in der Zelle gelegen ist.

Erst im mittleren Drittel der Commissura media (Fig. 24) erscheint der Nucl. medianus thalami (n mdn). Er ist paarig nur in seiner dorsalen Par-

tie und auch nur anfänglich. Ventral verschmelzen die beiden symmetrisch gelagerten Kerne zu einer Zellensäule. Der Nucl. medianus füllt denjenigen Raum aus, der zwischen den medialen Partien der beiden Nucl. communes liegt, und den wir bei der Beschreibung des Nucl. communis erwähnt haben. Wenn der Nucl. medianus den Nucl. reuniens berührt, vergrößert er sich bedeutend und bildet hier ein großes rundliches Zellenkonglomerat (Fig. 24). Die Verkleinerung des Nucl. medianus geht in der Weise vor sich, daß sein mittlerer dünner Teil (Fig. 24) in kleine Gruppen von je 5—6 Zellen zerfällt und verschwindet. Daher besteht jetzt der ganze Kern aus einer dorsalen und einer ventralen Partie. In den oralsten Schnitten (Fig. 28) ist der Nucl. medianus nur durch die dorsale Zellengruppe vertreten; er verschmilzt jetzt mit dem Rest des hier medial gelegenen Nucl. reuniens. Der Nucl. medianus ist besser auf etwas überfärbten Präparaten zu sehen. Der Zellencharakter ist derselbe wie beim Hunde.

Die einzelnen Züge und Inseln des Nucl. reuniens erscheinen mehr kaudal und lagern sich vorwiegend zwischen den einzelnen Teilen des Nucl. communis (Fig. 12). Der kaudale Teil des Nucl. reuniens liegt inmitten der Zellen des Nucl. communis und ist enorm entwickelt. Im Niveau der beginnenden Commissura media (Fig. 16) gruppieren sich die Zellen des Nucl. reuniens in einer besonders breiten Schicht. Diese Schicht liegt schief und hat eine Form, die man vielleicht am besten mit einer Granate vergleichen könnte. Die Spitze dieser Granate ist gegen die Mittellinie gerichtet. Infolge der starken Färbung ist diese Schicht schon mit bloßem Auge wahrzunehmen. Weiter oral zerfällt diese Schicht in einzelne Reihen. Die ventro-lateralen bilden zusammen einen Zug, der fast bis zur Mittellinie reicht (Fig. 20) und sich durch einzelne Zellenreihen mit dem Nucl. reuniens der entgegengesetzten Seite verbindet.

Die Zellen der kaudalen Partie des Nucl. reuniens sind größer und reicher an chromatophiler Substanz als diejenigen der oralen. Schon Malone (37) spricht sich auf Grund dieses auch beim Menschen ausgeprägten Unterschiedes folgendermaßen aus: »Daß der Nucl. reuniens einen absolut einheitlichen Kern darstellt, ist unwahrscheinlich, weil der Zellencharakter sich an Stellen nicht unerheblich ändern kann« (s. 16). Ich kann mich dieser Meinung nur anschließen und komme noch auf diese Frage zurück.

Literatur. C. Vogt (55) teilt den Thalamus (zusammen mit dem Metathalamus) des Affen nach myeloarchitektonischem Prinzip in 41 verschiedene Zentren. Schon daraus ist

es zu ersehen, daß die Homologisierung der Vogtschen Zentren mit den Kernen meiner Schilderung unmöglich ist. — Die große Entwicklung der Commiss. med. beim Macacus hat Jacobsohn (30) betont. Er hat auch erwähnt, daß das Grau der Commiss. med. aus mehreren Kernen besteht. Einer von diesen Kernen liegt in der Mitte und bildet eine Raphe der Commiss. med., womit Jacobsohn offenbar den Nucl. medianus (mihi) gemeint hat.

Die Bezeichnung »Pulvinar« kann nur in der makroskopischen Anatomie gebraucht werden. Auf den mikroskopischen Präparaten läßt sich ein solches Gebiet als besonderer Kern nicht abgrenzen. Wie ältere Autoren (Luys, Forel), so betrachten auch die neueren (von Monakow, da Fano, Malone) das Pulvinar als eine Fortsetzung des äußeren bzw. lateralen Kernes. — von Monakow (44) spricht sich über das Grau der äußeren Gitterschicht beim Menschen folgendermaßen aus: ».... diese Partie des lateralen Kernes wird als Gitterschicht bezeichnet« (S. 87). Auch Malone (37) rechnet die äußere Gitterschicht zum Nucl. communis.

Der Nucl. communis besteht beim Menschen (Malone) aus denselben Teilen wie beim Affen. — Es ist bemerkenswert, daß der Nucl. magnocell. des Menschen seiner Lage nach dem homonymen Kern des Hundes und nicht des Affen entspricht. — Der wichtigste Unterschied zwischen den Thalamuskernen des Menschen in der Maloneschen Beschreibung und denjenigen des Macacus besteht, soviel ich sehe, darin, daß beim Macacus der Nucl. parvocellularis thalami Malone (der dem Centre médian von Luys entspricht) nicht vorhanden ist. Nach Sachs (50) läßt sich das Centre médian bei den niedrigen Affen nur schwer abscheiden.

Substantia grisea des 3. Ventrikels.

Diese graue Masse (sg, Fig. 12 und 16) besteht aus kleinen, blassen, birnenförmigen und dreieckigen Zellen. Wie bei allen vorher beschriebenen Tieren, bildet auch beim Affen das zentrale Höhlengrau des unteren Teiles des 3. Ventrikels die untere Etage der Commissura media (Fig. 20 und 24).

Hypothalamus.

Im Vergleich mit den vorherbeschriebenen Tieren ist der Nucl. peripeduncularis lateralis (n p pel) beim Affen schwach ausgebildet (Fig. 4, 8 und 12). Die Substantia nigra (s n) dagegen ist enorm entwickelt (Fig. 4, 8 und 12), weist dicke und knospenartige Fortsätze (Fig. 8) auf und läßt sich auf weit mehr Schnitten als bei den übrigen Tieren verfolgen. Im Gegensatz zu den Zellen des Hundes weisen die der Substantia nigra des Affen die Eigentümlichkeit auf, daß einige von ihnen, die durch die Fasern nicht beengt sind, deutliche Schollen enthalten.

Der Nucl. hypothalamicus (n hpth) ist topographisch sehr klar abgegrenzt und erreicht beim Macacus einen großen Umfang (Fig. 16 und 20). Er übersteigt diesen Kern beim Hunde an Länge, Breite und hauptsächlich

an Höhe. Er besteht aus einer großen Anzahl drei- und viereckiger intensiv sich färbender Zellen. Das Protoplasma ist ganz homogen. — In seinem kaudalen Abschnitte liegt der Nucl. hypothalamicus lateral und etwas dorsal von der Substantia nigra (Fig. 16). Seine dorsale Seite ist weniger als beim Hunde gewölbt. Sein mediales Ende, das sich basalwärts umbiegt, ist dünner als das laterale (Fig. 20). Im Niveau der Pars dorsalis des Nucl. communis fängt der Nucl. hypothalamicus rasch an sich zu verkleinern.

Im kaudalen Teile des Diencephalon grenzt das Griseum subthalamicum (gr sbth) ventral an die Substantia nigra, dorsal an den Nucl. communis und medial an die Mittellinie bzw. an das zentrale Höhlengrau (Fig. 12 und 16). Einige Zellen des Griseum subthalamicum sammeln sich in einen Zug, der basalwärts zieht. Im Mittelpunkte des Griseum subthalamicum liegt auf den kaudalen Schnitten die kleinzellige, beim Affen stark entwickelte Partie des Nucl. ruber (Fig. 12). Die Zellen des Griseum subthalamicum sind in ihrer Form und Größe ziemlich schwankend. Wie beim Hunde, kommen inmitten der Zellen mit homogenem Protoplasma auch drei- und viereckige, deutliche Schollen zeigende Zellen vor, die sich ihrer Struktur nach den motorischen Zellen nähern. Die Zahl solcher Zellen ist bald kleiner, bald größer.

Besonders zahlreich kommen sie auf mehr oralen Schnitten der ventromedialen Partie (Fig. 20) vor. Hier bilden sie zuweilen Gruppen von 5 bis 7 Zellen. Auf oralen Schnitten dringen aus dem Griseum subthalamicum große runde Zellen in das Zentrale Grau, die ganz homogenes Protoplasma haben und sich dem Rand des 3. Ventrikels entlang gruppieren.

Der Nucl. medialis des paarigen Corp. mamillare (n m c mam) ist beim Macacus mehr kaudal als der Nucl. lateralis (n l c mam) gelagert (Fig. 12), er ist ausgezeichnet abgegrenzt und größer als beim Hund. Die Zellen des Nucl. medialis liegen dicht an der Peripherie des Kernes und bilden hier eine Kapsel. Zunächst liegt der Nucl. medialis in einem scharfen Winkel zum gleichnamigen Kern der entgegengesetzten Seite (Fig. 12), lagert sich ihm dann parallel (Fig. 16), ohne ihn aber zu berühren. Der Nucl. lateralis liegt zunächst latero-ventral vom medialen Kern. Die graue Masse, die lateral und dorsal vom Nucl. medialis gelegen ist, besteht beim Macacus aus denselben Zellen wie der Nucl. lateralis. Ich zähle daher dieses Grau zum Nucl. lateralis. So gestalten sich die Verhältnisse auch beim Menschen (Malone). Malone hat daher für den lateralen Kern den Namen Nucl.

mamillo-infundibularis vorgeschlagen. Latero-ventral vom Nucl. medialis lagert sich der Nucl. intercalatus (n i c mam, Fig. 16). Dieser Kern ist beim Affen zellenreicher als beim Hunde. Er hat dreieckige Gestalt, ist gut abgegrenzt und läßt sich auf 35 bis 40 Präparaten verfolgen. Der mediale Kern geht ohne scharfe Grenze in das Grau des Tuber über. Der laterale Kern erstreckt sich mehr oral als dieser und der Nucl. intercalatus; seine an der Peripherie liegenden Zellen sind ventral vom Nucl. hypothalamicus zu sehen. Die Zellen des Nucl. medialis sind rund und färben sich sehr schwach, diejenigen des lateralen Kernes sind größer, dreieckig und färben sich stärker. Die Zellen des Nucl. intercalatus sind polygonal und färben sich intensiv, aber ich habe in ihnen die Schollen nicht so deutlich wie beim Hunde gesehen.

Literatur. Nach Forel (21) ist beim Affen (Hapale) der Nucl. hypothal. ebenso deutlich wie beim Menschen abgegrenzt; ein unwesentlicher Unterschied besteht nur in der Form. Nach Sano (51) soll der Nucl. hypothal. beim Macacus nur ziemlich deutlich abgegrenzt sein.

Henle (26) erwähnt 3 Kerne im menschlichen C. mamill., er beschreibt sie jedoch nicht. Malone (37) hat meines Wissens nach zuerst den dritten Kern des C. mamill. beim Menschen beschrieben.

Wie bei den vorher beschriebenen Tieren halte ich es auch hier für zweckmäßig, meine Ergebnisse in der folgenden Tabelle zusammenzustellen:

Metathalamus.

Nucl. corp. gen. med.
Nucl. principalis corp. gen. lat.
Nucl. magnocellularis corp. gen. lat.

Epithalamus.

Nucl. medialis des Gangl. habenulae
Nucl. lateralis des Gangl. habenulae

Thalamus.

Nucl. communis
- Pars dorsalis,
- Pars lateralis,
- Pars medialis,
- Pars ventralis.

Nucl. magnocellularis thalami.
Nucl. medianus thalami.

Substantia grisea des 3. Ventrikels.

Hypothalamus.

Nucl. hypothalamicus.
Griseum subthalamicum.
Nucl. medialis corp. mamillaris.
Nucl. lateralis corp. mamillaris.
Nucl. intercalatus corp. mamillaris.

Vergleichend-anatomische Ergebnisse.

Es scheint mir zweckmäßig zu sein, die vergleichend-anatomischen Folgerungen in derselben Reihenfolge zu schildern, in der ich die Kerne jedes Tieres beschrieben habe.

Metathalamus.

Je höher das Tier steht, desto geringer ist im Vergleich zur Größe seines Thalamus die Größe des Nucl. corp. gen. med. Den im Vergleich zum ganzen Thalamus größten Umfang erreicht er beim Igel, bei dem er sich nahezu als der größte Kern des ganzen Diencephalon darstellt. Bekanntlich gehört der Igel zu den Tieren mit schwach entwickeltem Schapparat. Da wir anzunehmen haben, daß der Nucl. corp. gen. med. zu den Gehörzentren gehört (von Monakow (42), von Bechterew (4), Cajal (11 und 12), Forel (20) u. a.), und es anderseits festgestellt ist, daß auch andere Tiere mit rudimentärem Auge, bzw. ganz blinde Tiere, wie der Maulwurf (Forel (20), Ganser (23)) und die Blindmaus (von Frankl-Hochwart (20)), ein sehr großes Corp. gen. med. besitzen, so muß anerkannt werden, daß die große Entwicklung des Nucl. corp. gen. med. beim Igel mit der stärkeren Entwicklung seines Gehörsinnes im Zusammenhang steht. — Dem Nucl. corp. gen. med. des Igels entsprechen dem Zellencharakter nach die gleichnamigen Kerne des Hundes und des Affen und der Nucl. ventralis corp. gen. med. des Kaninchens. Beim letzteren finden wir jedoch noch 2 andere Kerne: den Nucl. dorsalis corp. gen. med. und den Nucl. supragenículatus, während sich bei andern Tieren von diesen 2 Kernen nicht die geringste Spur findet. Der Zellencharakter dieser Kerne unterscheidet sich von dem-

jenigen des Nucl. ventralis so stark, daß seine Elemente wahrscheinlich auch andere spezielle Funktion haben, als die des ventralen Kerns, über die wir aber keinerlei Vermutung aufstellen können. Nach Cajal (11) soll der Nucl. dorsalis durch die Guddensche Commissura mit dem gleichnamigen Kern der entgegengesetzten Seite verbunden sein. Nach Münzer und Wiener (45) und wohl auch nach Nißl (47) bleibt der Nucl. supragenículatus bei totaler Exstirpation der Hirnrinde ganz intakt.

Die graue Substanz des Corp. gen. lat. setzt sich beim Igel und beim Kaninchen aus 2 Teilen zusammen: aus dem Nucleus und dem Ventralen Grau des Corp. gen. lat. Der Unterschied des Zellencharakters dieser grauen Massen ist derart bedeutend (besonders beim Igel), daß wahrscheinlich eine physiologische Verschiedenheit sich hinter ihm verbirgt. Schon beim Hunde ist das Ventrale Grau weniger entwickelt, beim Affen fehlt es ganz. Im Gegensatz dazu ist der Nucl. corp. gen. lat. beim Igel nur schwach entwickelt und beim Kaninchen groß. Beim Hunde und beim Affen weist der ihm entsprechende Nucl. principalis corp. gen. lat. in seiner Entwicklung keinerlei Eigentümlichkeiten auf (natürlich abgesehen von Lage, Schichtung usw.), es tritt jedoch bei diesen 2 Tieren im äußeren Kniehöcker noch ein neuer Kern auf — der Nucl. magnocellularis des Corp. gen. lat. Beim Hunde sind die Zellen dieses Kernes teilweise noch zwischen denjenigen des Nucl. principalis gelagert, und der ganze Kern besitzt noch keine scharfe topographische Abgrenzung. Beim Affen erreicht der Nucl. magnocellularis eine größere Entwicklung als beim Hunde und enthält eine ganz bestimmte topographische Absonderung.

In der aufsteigenden Reihe vergrößert sich somit der beim Igel noch geringfügige Nucl. corp. gen. lat., und gewisse Komplexe seiner Zellen differenzieren sich bei den höheren Tieren zu einem besonderen Kern. Dieser stärkeren und komplizierteren Entwicklung des Nucl. corp. gen. lat., die wahrscheinlich mit dem stärkeren Sehvermögen höherer Tiere zusammenhängt (nach Edinger (15) soll die Sehrinde des Affen sogar größer als die des Menschen sein), geht ein Verkleinerungsprozeß des Ventralen Graus bis zum gänzlichen Verschwinden (Affe) parallel.

Diese Tatsachen können wir besser verstehen, wenn wir noch die Ergebnisse der experimentell-anatomischen Untersuchungen heranziehen. Da ich diese Ergebnisse auch in weiterem zu Hilfe nehmen werde, so scheint es mir zweckmäßig, hier in aller Kürze die Beziehungen anzudeuten,

in der die erwähnten Resultate, soweit sie uns heute gegeben sind, verwertet werden können.

Die mehr auf spekulativem Wege gewonnene Meinung von Luys (36) über die Beziehungen des Thalamus zur Hirnrinde im allgemeinen und jedes einzelnen Thalamusteils zu gewissen Rindenteilen im besonderen, hat ihre Bestätigung in den Versuchen von v. Gudden und hauptsächlich von v. Monakow (40—44) gefunden. Letzterer bestätigte die Richtigkeit des von Guddenschen Satzes, daß »die Kerne des Thalamus zum Teil unabhängig von der Großhirnrinde sind«, und teilte alle Diencephalonkerne in drei Hauptgruppen ein: 1. die Kerne bzw. das Grau, das bei Totalexstirpation des Großhirns intakt bleibt, 2. partiell von der Hirnrinde abhängige Kerne, die teilweise und schwach bei der Entfernung der Rinde in Mitleidenschaft gezogen werden (indirekte Großhirnteile von Monakows) und 3. ganz abhängige und bei der Entfernung der Hemisphäre ganz zugrunde gehende (direkte Großhirnteile nach von Monakow). Dieser gewonnene Grundsatz scheint mir das wichtigste und fruchtbarste Ergebnis der experimentellen Arbeiten zu sein. Wollte man aber an der Hand dieses von v. Monakow festgestellten und von anderen Autoren bestätigten Hauptsatzes eine Beantwortung der Frage nach dem Verhältnis jedes einzelnen Kernes zur Hirnrinde finden, so würde ein solcher Versuch in bezug auf eine ganze Reihe von Kernen erfolglos bleiben. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Experimente von v. Monakow an Kaninchen (40) in die achtziger Jahre des verflossenen Jahrhunderts fallen, also in eine Zeit, in der der Bau des Kaninchenthalamus in seinen Details noch unbekannt war. Versuche anderer Autoren, die ebenfalls an Kaninchen angestellt und auf den nach Nißlschem Verfahren hergestellten Präparaten kontrolliert wurden, sind ihrer Zahl nach sehr gering; es existiert meines Wissens nur je ein Versuch mit fast totaler Exstirpation der Hirnrinde von Nißl (46) und von Münzer und Wiener (45), außerdem stimmen die Ergebnisse dieser Experimente nicht durchweg überein. Größere Zuverlässigkeit kommt den von Monakowschen Experimenten am Hunde zu, da die grundlegende Einteilung der Thalamuskerne dieses Tieres von ihm stammt[1].

[1] Die Kerne des Affenthalamus sind auf ihre Beziehung zur Rinde nur teilweise untersucht worden (von Monakow); der Igel hat meines Wissens noch nie den Gegenstand einer derartigen Untersuchung gebildet.

Außerdem muß man bedenken, daß selbst eine ganz unzweideutige Beziehung eines Kernes zu einem bestimmten Rindenteil nur in äußerst wenigen Fällen die physiologische Funktion dieses Kernes andeutet, die Unabhängigkeit eines Kernes von der Rinde aber zu gar keinem Schluß auf seine spezielle physiologische Funktion berechtigt.

Wenn wir jetzt von dieser Darlegung, die in unserer Darstellung einen größeren Raum einnehmen mußte, zu der oben begonnenen Frage nach den Kernen des Corp. gen. lat. zurückkehren, so sind die Ergebnisse der experimentellen Arbeiten in bezug auf diese Kerne durchaus feststehend. So hat schon Forel, hauptsächlich aber von Monakow (40 u. 43), auch Nißl (46), Münzer und Wiener (45), Bell (5) gezeigt, daß bei der Entfernung der Okzipitalrinde, ja selbst der ganzen Hemisphäre des Kaninchens bzw. des Hundes, das Corp. gen. laterale ventrale, das zweifellos dem Ventralen Grau (mihi) entspricht, intakt bleibt, der Nucl. corp. gen. lat. (bzw. der Nucl. principalis und der Nucl. magnocellularis corp. gen. lat.) dagegen ganz zugrunde geht. Vergleichen wir diese experimentellen Ergebnisse mit meinen vergleichend-anatomischen, so gelangen wir zu dem Schlusse, daß, je höher das Tier steht, desto größer und komplizierter die graue Substanz des Corp. gen. lat. erscheint, die mit der Rinde verbunden ist, und desto kleiner bis zum völligen Verschwinden die graue Masse ist, die von der Rinde unabhängig ist. Das »Ventrale Grau« des Corp. gen. lat. ist wahrscheinlich ein selbständiges, endgültiges Sehzentrum (»Endkern« im Sinne von Monakow). Die Tatsache, daß es wie auch die Zellen des vorderen Zweihügels bei der Entfernung des Großhirns intakt bleiben, erklärt vielleicht dasjenige Sehvermögen, daß einige Autoren den großhirnlosen kleinen Tieren (z. B. den Kaninchen) zuschreiben möchten (s. Christiani (12)).

Epithalamus.

Die graue Substanz des Ganglion habenulae besteht bei allen von mir untersuchten Tieren aus zwei Kernen: dem Nucl. medialis und dem Nucl. lateralis. Der Unterschied zwischen den einzelnen Tieren besteht nur in der Entwicklung des Nucl. medialis. Je niedriger das Tier steht, desto stärker ist der Nucl. medialis sowohl an Größe wie an Ausdehnung entwickelt. Was die absolute Größe des Nucl. lateralis anbelangt, so wächst

er in der aufsteigenden Tierreihe. Sein Größenverhältnis zum ganzen Thalamus bleibt stets dasselbe.

Die physiologische Bedeutung beider Kerne des Ganglion habenulae, das zu den phylogenetisch ältesten Teilen des Zentralnervensystems gehört, ist noch wenig aufgeklärt. Das physiologenetische hohe Alter des Ganglion habenulae zeigt sich bei den Säugetieren daran, daß bei totaler Exstirpation der Hirnrinde beide Kerne des Ganglion habenulae intakt bleiben (von Monakow, Münzer und Wiener). Nach den interessanten Untersuchungen von Bianchi (6) sind die Zellen des Ganglion habenulae beim Kaninchenembryo schon differenziert, wenn die übrige graue Masse des Thalamus noch undifferenziert erscheint.

Bekanntlich war Edinger (14) früher geneigt, den Nucl. medialis als ein Geruchszentrum anzusehen; nach den Untersuchungen von Lotheisen (34) modifizierte er jedoch seine Meinung dahin, daß der Nucl. medialis als ein Zentrum derjenigen Sinne zu betrachten sei, die er unter dem Namen »Oralsinn« zusammenfaßt (14) und unter denen vielleicht auch der Geruch eine Rolle spielt. Auch meine Ergebnisse sprechen vielleicht zugunsten dieser letzteren Auffassung. Der Oralsinn ist vermutlich bei den Insektivoren sehr stark entwickelt[1]. Ein so scharfer Beobachter wie von Gudden (24) spricht sich über diese Tiere folgendermaßen aus: »Hierzu kommt, daß der Geruchssinn bei vielen Tieren noch andere wichtige Leistungen zu vollziehen hat, ja daß bei einzelnen derselben, wie z. B. dem Igel, dem Maulwurf, der Blindmaus, sich in ihm und dem Nervus quintus der größte Teil des sogenannten »psychischen« Lebens konzentriert[2].«

Der Nucl. lateralis des Ganglion habenulae steht nach Edinger (14) in Beziehung zum Parietalorgan; er muß aber noch andere Funktion haben, da er bei den Säugetieren gut entwickelt ist, trotzdem bei ihnen das Vorhandensein des Nerv. parietalis noch nicht erwiesen ist. Dieser Meinung ist auch Edinger (14).

Während fast alle Autoren dem Ganglion habenulae auf jeden Fall die Rolle eines Sinneszentrums zuschreiben, steht die Meinung Cajals (11), der diesem Ganglion eine motorische Funktion zuschreiben möchte, ziemlich vereinzelt da (dieser Meinung scheint sich von Bechterew (4) anzu-

[1] Auch der Lobus parolfactorius ist beim Igel enorm entwickelt (Edinger).

[2] Es ist interessant, wie schon von Gudden mit dieser scharfsinnigen Bemerkung den Sinn der Edingerschen Theorie angedeutet hat.

schließen). Da ich keine motorischen Zellen im Ganglion habenulae gesehen habe, möchte ich mich gegen die Meinung des berühmten spanischen Forschers aussprechen.

Thalamus.

Ein Kern, der bei allen von mir untersuchten Tieren vorhanden ist, ist der Nucl. medianus. Dieser Kern bewahrt seine typische Lage bei allen Tieren, nur seine Größe und Ausdehnung nehmen mit dem Aufsteigen in der Tierreihe ab. Dieser Kern gehört wahrscheinlich zu den phylogenetisch ältesten: er bleibt bei gänzlicher Exstirpation der Hirnrinde intakt (Nißl, Münzer und Wiener). Cajal (11) ist geneigt, ihm sensible Funktionen zuzuschreiben.

Beim Igel liegt zu beiden Seiten des Nucl. medianus der Nucl. paramedianus mit der für ihn charakteristischen lockeren Lagerung der großen Zellen. Bei keinem der übrigen Tiere fand ich einen homologen Kern. Auch in der mir zugänglichen Literatur finde ich weder anatomische noch physiologische Hinweise auf diesen Kern.

Ebenso findet sich für den Nucl. cuneiformis kein Homologon. Wie ich im beschreibenden Teile ausgeführt habe, tritt beim Hunde und nicht so deutlich beim Affen im oralen Drittel des Thalamus inmitten der lateralen Partie des Nucl. communis ein bald mehr, bald weniger scharf topographisch abgegrenzter Abschnitt hervor, der in seiner Form an den Nucl. cuneiformis in seinem vorderen Drittel erinnert. Während aber der Nucl. cuneiformis sich aus äußerst kleinen Zellen zusammensetzt, die kleiner sind als die des Nucl. communis, unterscheiden sich die in dem eben erwähnten Kernabschnitte gelegenen Zellen beim Hunde und beim Affen nicht von den gewöhnlichen Zellen des Nucl. communis. (Beim Affen liegen in diesem Abschnitte auch einige Zellen des Nucl. reuniens.) — Nicht die ähnliche topographische Lage der Kerne, sondern nur ihr Zellencharakter ist für die Frage der Homologisierung der Kerne in letzter Linie entscheidend. Mit anderen Worten: die Kerne verschiedener Tiere können nur dann als homolog angesehen werden, wenn sie in entsprechenden Partien des Thalamus gelagert, ungefähr den gleichen Zellencharakter aufweisen. Und umgekehrt können die Kerne, die im Diencephalon verschiedener Tiere zwar dieselbe Lage einnehmen, aber aus verschiedenen Zellen bestehen, nicht als homolog angesehen werden, wenn man die Aufgabe der Homologisierung

nicht in einem Vergleich nur äußerlich ähnlicher Partien des Thalamus erblickt, sondern im Vergleich von Zellenkomplexen mit gleichem Zellencharakter, in dem eine und dieselbe Funktion zu anatomischem Ausdruck gelangt.

Der Nucl. praebigeminalis ist nur beim Kaninchen und beim Igel vorhanden. Dieser Kern bleibt bei fast totaler Exstirpation der Hirnrinde ganz intakt (Nißl (46), Münzer und Wiener (45)). Nach Cajal (11) steht dieser Kern im »Kontakt« mit den Fasern der Nervi optici und der medialen Schleife. Der Nucl. anterior ist nur beim Kaninchen und beim Hunde vorhanden, bei letzterem ist er schwächer entwickelt als beim ersteren. Möglicherweise steht dieser Kern, wie es schon Luys (36) vermutet hat, in Beziehung zu dem stark entwickelten Geruchssinn dieser Tiere. Dieser Kern erleidet bei Exstirpation der Hirnrinde beim Hund fast keine Veränderung (von Monakow (43)).

Die Hauptpartie des Nucl. reuniens erscheint beim Igel und beim Hund in Gestalt eines schmalen, sich durch die Commissura media ziehenden Bandes. Beim Affen besteht der Nucl. reuniens aus diesem Band und einer stark entwickelten, im kaudalen Teile des Thalamus gelegenen Partie. Es ist dem Zellencharakter nach noch fraglich, ob diese kaudale Partie dieselben Funktionen wie die orale erfüllt. Künftige Versuche nach dem von Guddenschen Verfahren werden vielleicht Licht in diese Frage bringen. Das Verhältnis des Nucl. reuniens zur Hirnrinde wurde bis jetzt noch nicht untersucht, da der Kern selbst in letzter Zeit bekannt geworden ist (Haller (25), Cajal (11), da Fano (18), Malone (37)). Außerdem ist dieser Kern bei dem häufigsten Objekt der experimentellen Untersuchung — dem Kaninchen — nicht vorhanden. — Unter dem Namen Nucl. reuniens beschreibt Edinger (14) einen mächtigen Kern, der bei Reptilien in der Massa intermedia (Commissura media der Säuger) gelegen ist. Ob dieser Kern bei Vögeln vorhanden ist, erwähnt Edinger nicht. Nach Abbildungen Edingers zu urteilen, ist dieser Kern bei den Fischen nicht vorhanden. — Bei den von mir untersuchten Tieren konnte ich einen selbständigen, dem Nucl. reuniens der Reptilien entsprechenden Kern nicht finden. Wenn wir im Zentrum der Commissura media ein Gebild antreffen, das nach seiner Lage dem Edingerschen Nucl. reuniens entspricht, so handelt es sich nicht um einen selbständigen Kern, sondern um ein Konglomerat sich mischender Zellen des Nucl. medianus, des Nucl. reuniens der Säuger und des Griseum ventriculare.

Der Nucl. communis ist der zweite Kern (der erste ist der Nucl. medianus), der bei allen von mir untersuchten Tieren vorhanden ist, wenn auch die Entwicklung und die Zahl seiner Teile bei verschiedenen Tieren verschieden ist. — Beim Igel besteht dieser Kern aus einem großen ventralen und einem kleinen latero-dorsalen Teil. Die Entwicklung des Kernes in der aufsteigenden Tierreihe geht folgendermaßen vor sich. Die bei dem Igel noch fehlende mediale Partie erscheint schon beim Kaninchen und ist beim Hunde und beim Affen verhältnismäßig größer. Während bei diesen beiden Tieren die mediale Partie des Nucl. communis der Mittellinie zwar nahekommt, sie aber niemals übersteigt, geht sie beim Kaninchen im oralen Drittel des Thalamus in Gestalt eines breiten Gürtels auf die entgegengesetzte Seite über. Ebenso gehen beim Kaninchen auch einzelne Züge der ventralen Partie des Nucl. communis auf die entgegengesetzte Seite über. Somit liegt beim Kaninchen ein Teil des Nucl. communis in der Mitte der Commissura media, und die beiden Nucl. communes verschmelzen teilweise, während bei den übrigen Tieren dieser Kern sich nicht mit dem gleichnamigen Kerne der entgegengesetzten Seite berührt. — Die beim Igel noch geringfügige latero-dorsale Partie ist beim Kaninchen größer und besitzt beim Hunde im Vergleich mit den anderen Teilen eine erhebliche Ausdehnung. Eine besonders starke Entwicklung erreicht sie beim Affen, bei dem sie, okzipitalwärts sich verbreitend, das ganze Pulvinar der makroskopischen Anatomie bildet. Diese große Entwicklung beim Affen ist wahrscheinlich teilweise durch die intensivere Inanspruchnahme des Gesichtssinnes bedingt. Wenigstens hat von Monakow (43) bei einem Affen, dem Munk beide Sehsphären entfernt hat, partielle Atrophie des lateralen Teils des Nucl. lateralis gefunden.

Beim Affen erscheint auch eine bei den übrigen Tieren noch gänzlich fehlende neue Partie des Nucl. communis, die Pars dorsalis. Ihr Fehlen bei den niederen Tieren war schon Forel bekannt.

Die beim Igel und beim Kaninchen topographisch gut abgegrenzte Pars ventralis des Nucl. communis verliert ihre scharfe Begrenzung bei den höheren Tieren, bei denen sich in der Pars ventralis bzw. ihrem lateralen Teil ein neuer Kern, der Nucl. magnocellularis thalami, lagert. Diese ventrale Partie scheint mir die phylogenetisch älteste zu sein, und aus ihr und dem kleinen lateral-dorsalen Teile des Igels bildet sich in der aufsteigenden Tierreihe der große Nucl. communis, den

wir beim Affen antreffen. Für diese Vermutung spricht, wie ich glaube, folgendes. Der Nucl. ventralis ist nicht nur bei den Marsupialiern (Ziehen (57)), sondern schon bei den Reptilien und Vögeln (Edinger (14)) vorhanden. In diesem Nucl. ventralis der Reptilien will von Monakow (43) einen seinen ventralen Gruppen der Säuger (bzw. Pars ventralis Nucl. communis) entsprechenden Kern sehen; ich möchte mich dieser Meinung von Monakows anschließen. Außer der ähnlichen Lage spricht für diese Vermutung noch das, daß in dem Nucl. ventralis der Vögel der Tractus spino- und bulbothalamicus endet (Edinger), in dem entsprechenden ventralen Kern der Säuger die mediale Schleife, wie dies von v. Monakow (42) nachgewiesen und von Probst (49), von Münzer und Wiener und besonders von Cajal (11) bestätigt wurde. Bei den niedrigen Tieren spielt der Nucl. ventralis wahrscheinlich die Rolle einer Endstation, und seine »Endgültigkeit«, d. h. seine Selbständigkeit findet bei den Säugern ihren Ausdruck darin, daß dieser Kern bei totaler Exstirpation der Hirnrinde fast ganz intakt bleibt (von Monakow). Aus diesem phylogenetisch alten und selbständigen Teil haben sich die übrigen Teile des Nucl. communis entwickelt, die, wie es alle Autoren gezeigt haben, bei Entfernung der Hirnrinde ganz zugrunde gehen (direkte Großhirnteile, von Monakow). Der Nucl. communis ist somit ein Kern, dessen Entwicklung dem Aufsteigen in der Tierreihe bzw. der Entwicklung der Hirnrinde parallel geht.

Die graue Substanz der äußeren Gitterschicht besteht beim Hunde und beim Affen hauptsächlich aus Zellen, die sich vom lateralen Teil des Nucl. communis absondern, und aus einzelnen Zellen des Griseum subthalamicum, die von der basalen Seite her eindringen. Beim Igel und beim Kaninchen ist das Grau der Gitterschicht ebenso zusammengesetzt, nur in dem oralen Teile treten vereinzelt größere, intensiv sich färbende Elemente hervor.

Ein Teil der Zellen des Nucl. communis erreicht bei den höheren Tieren eine so erhebliche Größe, daß sie als selbständiger Kern — der Nucl. magnocellularis thalami — ausgeschieden werden müssen. Die Größe und der Reichtum an chromatophiler Substanz deuten wohl auf eine etwas andere spezielle Funktion dieser Zellen (Schaltzellen im Sinne von Monakows?). Auf das phylogenetisch junge Alter des Nucl. magnocellularis thalami weist vielleicht auch die Tatsache hin, daß er noch keine bestimmte topographische Lage einnimmt: beim Hund lagert er sich hauptsächlich im ventralen, beim Affen

im lateralen Teile des Nucl. communis. Beachtet man die Zellengruppe des Nucl. magnocellularis, die sich in dem latero-dorsalen Winkel der Pars lateralis des Nucl. communis beim Hund und beim Affen lagert (Fig. 19 und 20), und die Lage des Nucl. bicruralis (Nucl. magnocellularis Aut.) des Kaninchens (Fig. 18), so könnte man bei der Ähnlichkeit der Zellen beider Kerne vermuten, daß der Nucl. bicruralis möglicherweise die Ursprungsgruppe des Nucl. magnocellularis ist. Gleich dem Nucl. bicruralis gehen auch die eben erwähnten Gruppen des Nucl. magnocellularis bei Entfernung der Rinde ganz zugrunde (von Monakow (43), Nißl (46), Münzer und Wiener (45)). Ich will es nicht wagen, diese Frage endgültig zu entscheiden. Gegen diese Vermutung spricht der verschiedene Gruppierungscharakter der Zellen des Nucl. bicruralis und des Nucl. magnocellularis. In dem Nucl. bicruralis lagern sich nämlich die Zellen ziemlich dicht, in dem Nucl. magnocellularis dagegen zerstreut.

Die untere Etage der Commissura media wird bei allen von mir untersuchten Tieren von dem dorsalwärts sich erstreckenden Grau des 3. Ventrikels gebildet. In der oberen Etage lagert sich hauptsächlich der Nucl. medianus wie eine Raphe der Commissura media. Die Verbindung dieser beiden Etagen bildet bei allen Tieren, außer beim Kaninchen, der Nucl. reuniens; bei diesem liegt in der oberen Etage, wie schon erwähnt wurde, der Zellengürtel der Pars medialis des Nucl. communis. Bei anderen Tieren grenzt der innere Teil der Pars medialis an den Nucl. medianus und bildet so die Seitenteile des gesamten Graues, das in der Commissura media liegt.

Wenn auch das vergleichend-anatomische Studium auf die spezielle Funktion jedes einzelnen Kerns des Thalamus nur wenig Licht wirft, so kann man sich, wie ich glaube, mit größerem Recht über die primäre Funktion des ganzen Thalamus aussprechen. Wie Jacobsohn (28) gezeigt hat, haben die motorischen Zellen auf den nach Nißl gefärbten Präparaten so typische Struktur, daß sie fast immer erkannt werden können. Beim Durchsehen von Tausenden von Präparaten habe ich in der grauen Substanz des Thalamus nie eine motorische Zelle gesehen. Darum möchte ich mich gegen die motorische Funktion aussprechen, die ihm bekanntlich von v. Bechterew (4) zugeschrieben wird. Es ist hier nicht am Platze, die physiologischen Experimente von v. Bechterew und den Widerspruch, die sie gefunden haben, zu berühren. Ich will nur auf folgendes hinweisen. Forscher, die das Studium des Thalamus von den verschiedenen Stand-

punkten aus betrieben hatten — ich nenne nur die vergleichend-anatomischen Untersuchungen (Edinger), die morphologischen (Cajal, Malone, Lewandowsky), die physiologischen (Luziani (32), Abundo (1)), endlich die weitaus bedeutendsten Arbeiten von v. Monakow —, sprechen sich gegen die motorischen und zugunsten der sensorischen bzw. sensibeln Funktion des Thalamus aus. Dieser Meinung möchte ich mich anschließen.

Wie ich schon im Anfang dieser Arbeit bemerkt habe, haben frühere Forscher die Homologisierung der Thalamuskerne bei verschiedenen Tieren für fast unmöglich gehalten. Im Gegensatz dazu gelangt Sachs (50) in seiner 1909 veröffentlichten Arbeit, in der er die Ergebnisse seiner Untersuchungen auf nach Weigert-Pal gefärbten Schnitten über die Thalamuskerne von 34 Tieren (von den Marsupialiern bis zum Menschen) darstellt, zu folgenden Schlüssen: ». . . Kaum ein Hirnteil ist so uniform gebaut wie der Thalamus. Wenn man vom Centre médian absieht, finden sich die übrigen Kerne in vollkommener Deutlichkeit bei allen Tieren wieder.« Daß ich diese Schlüsse von Sachs für ganz unrichtig halten muß, ergibt sich aus meiner Darstellung.

Substantia grisea des dritten Ventrikels.

Dieses Grau ist beim Igel und beim Kaninchen zellenreicher als beim Hunde und Affen. Die Zellenverminderung geschieht hauptsächlich auf Kosten der Zellen, die bei den niederen Tieren dem Rande des Ventrikels sehr nahe liegen. Darum bleibt beim Hunde und noch mehr beim Affen zwischen dem Ventrikel und der Substantia grisea des 3. Ventrikels ein fast zellenfreier Raum.

Die Funktion dieses uralten Grau es ist unbekannt. Es bleibt bei totaler Exstirpation des Großhirns ganz intakt (von Monakow, Münzer und Wiener). Auf Grund seiner erheblichen Entwicklung bei niederen Tieren darf man vermuten, daß es bei ihnen eine bedeutendere Funktion besitzt als bei den Tieren mit entwickelterem Großhirn. Über das Griseum ventrale der unteren Partie des 3. Ventrikels siehe oben.

Hypothalamus.

Der Nucl. hypothalamicus findet sich als selbständiges Gebilde bei allen von mir untersuchten Tieren. Je höher das Tier steht, desto bedeutender ist sein Nucl. hypothalamicus, und um so größer ist der Raum, den

er einnimmt. von Monakow (43 u. 44) weist die Meinung, daß dieser Kern mit dem Nucl. opticus verbunden sei (Stilling, Bernheimer, Köl-liker u. a.) mit Entschiedenheit zurück und zeigt, daß der Nucl. hypothalamicus bei Entfernung der Hirnrinde intakt bleibt, bei Exstirpation der subkortikalen Ganglien des Vorderhirns dagegen zugrunde geht. Die Funktion dieses Kernes ist noch ganz unklar. Cajal (11) ist geneigt, ihm eine motorische Funktion zuzuschreiben. Auf Grund der Zellenstruktur möchte ich auch hier Cajal nicht beistimmen.

Im Griseum subthalamicum lassen sich einzelne Kerne bei keinem Tiere unterscheiden. Der Grund hierfür liegt darin, daß wegen der hier in allen Richtungen verlaufenden Fasern der Zellencharakter der meisten Zellen unklar wird. Der Meinung von v. Monakow, daß unsere Kenntnisse über diesen Teil des Diencephalon seit Forel fast keine Fortschritte gemacht haben, muß man jedenfalls beipflichten. Im allgemeinen läßt sich sagen, daß das Griseum subthalamicum um so zellenreicher ist, je niedriger das Tier steht. Beim Kaninchen läßt es sich in zwei rein topographische Gebiete einteilen, bei den übrigen Tieren ist selbst eine solche äußerliche Einteilung nicht möglich. Bei den höheren und weniger bei den niedrigeren Tieren trifft man unter den Zellen des Griseum subthalamicum bald vereinzelte, bald Gruppen von Zellen, die in ihrer Struktur sich den motorischen Zellen nähern. Nach Cajal (11) und Malone (27) soll ein Teil des Griseum subthalamicum als subordiniertes motorisches Zentrum angesehen werden können. Auch meine Ergebnisse sprechen vielleicht zugunsten einer solchen Auffassung. Auch das Verhältnis des Griseum subthalamicum zur Hirnrinde ist nicht klar, da auch in dieser Beziehung dieses Gebiet dem Studium schwer zugänglich ist.

Kerne, die im Corpus mamillare jedes von mir untersuchten Tieres stets angetroffen wurden, sind der Nucl. medialis und der Nucl. lateralis. Der Nucl. medialis wächst in der aufsteigenden Tierreihe, ohne in seinem Bau wesentliche Verschiedenheiten aufzuweisen. Kompliziertere Verhältnisse weist der Nucl. lateralis auf. Während beim Kaninchen und beim Igel die graue Masse, die sich dorsal und dorso-lateral vom Nucl. medialis lagert, aus gleichartigen, selbständigen Zellen besteht und eben darum von mir als besonderer Kern — Nucl. supramamillaris — ausgeschieden wurde, gehört beim Hunde ein Teil der Zellen dieser Masse dem Nucl. lateralis an, und sie setzt sich beim Affen ausschließlich aus Zellen des Nucl. late-

ralis zusammen. Beim Hund und beim Affen lagert sich in das Corpus mamillare ein bei den niedrigen Tieren nicht vorhandener Kern — der Nucl. intercalatus. Die physiologische Bedeutung dieses Kernes wie auch der übrigen Kerne des Corpus mamillare ist noch nicht festgestellt (s. von Bechterew (4)). Cajal (11) vertritt die Meinung, daß das Corpus mamillare ein Geschmackszentrum ist, und vergleicht es mit den Kniehöckern. Die Untersuchungsergebnisse über das Verhältnis des Corpus mamillare zur Hirnrinde stimmen bei den verschiedenen Autoren (von Gudden, von Monakow, Münzer und Wiener) nicht überein. Soweit ich auf Grund der mir zugänglichen Literatur schließen kann, gehören die Corpora mamillaria zu den indirekten Großhirnteilen im Sinne von Monakows.

Vergleichen wir die Tabellen der Kerne, die ich nach der Beschreibung jedes einzelnen Tieres aufgestellt habe, so ist unschwer zu erkennen, daß ein Teil der Kerne bei allen, ein anderer dagegen nur bei einigen Tieren vorhanden ist. Die bei allen Tieren vorhandenen Kerne möchte ich als Grundkerne des Diencephalon der Säugetiere, die übrigen als akzessorische Kerne bezeichnen. Natürlich spreche ich nur über die von mir untersuchten Tiere. Die Grundkerne werden durch den Nucl. corp. gen. med. (Nucl. ventralis corp. gen. med. beim Kaninchen), den Nucl. corp. gen. lat. (Nucl. principalis corp. gen. lat. der höheren Tiere), beide Kerne des Ganglion habenulae, den Nucl. medianus, den Nucl. communis (pars ventralis und latero-dorsalis), die Substantia grisea des 3. Ventrikels, den Nucl. hypothalamicus, das Griseum subthalamicum und die Nucl. medialis und lateralis des Corpus mamillare gebildet. Den Thalamus jedes einzelnen Tieres bilden die sämtlichen Grundkerne mit dem einen oder anderen akzessorischen. Diesen speziellen Bau des Diencephalon jedes einzelnen Tieres habe ich in folgender Tabelle zu veranschaulichen versucht.

Ein Teil der Grundkerne ist vom Großhirn unabhängig (beide Kerne des Ganglion habenulae, der Nucl. medianus, die Pars ventralis des Nucl. communis, das Griseum ventriculare?), ein anderer halb abhängig (beide Kerne des Corp. mamillare) und der dritte ganz abhängig (der Nucl. corp. gen. med., der Nucl. corp. gen. lateralis, der Nucl. hypothalamicus). In der aufsteigenden Tierreihe verkleinern und vermindern sich die Kerne des ersten Teiles (abgesehen vom Nucl. lateralis des Ganglion habenulae), einige Kerne des zweiten und dritten Teiles erscheinen bloß bedeutend vergrößert (z. B. der

	Metathalamus				Thalamus								Hypothalamus	
Igel	—	—	Ventrales Grau des c. gen. lat.	—	N. praebigeminalis	N. paramedianus	—	—	—	—	—	N. reuniens thal.	N. supramamillaris	—
Kaninchen	N. suprageniculatus	N. dorsalis des c. gen. med.	Ventrales Grau des c. gen. lat.	—	N. praebigeminalis	—	N. cuneiformis	N. anterior	Pars medialis, N. communis	—	N. bicruralis thal.?	—	N. supramamillaris	—
Hund	—	–	Ventrales Grau des c. gen. lat.	N. magnocellularis des c. gen. lat.	—	—	—	N. anterior	Pars medialis, N. communis	—	N. magnocellularis thal.	N. reuniens thal.	—	N. intercalatus c. mamillaris
Affe	—	—	—	N. magnocellularis des c. gen. lat.	—	—	—	—	Pars medialis, N. communis	Pars dorsalis, N. communis	N. magnocellularis thal.	N. reuniens thal.	—	N. intercalatus c. mamillaris

+ Grundkerne [1]

[1] Siehe S. 57.

Nucl. hypothalamicus, der Nucl. lateralis des Corp. mamillare), andere dagegen sind nicht nur größer, sondern ein Teil ihrer Zellen differenziert sich bereits zu neuen akzessorischen Kernen (der Nucl. corp. gen. lateralis, der Nucl. medialis corp. mamillare). Die akzessorischen Kerne, die von der Hirnrinde unabhängig sind, verkleinern sich oder verschwinden ganz (das Ventrale Grau des Corp. gen. lateralis, der Nucl. supragenieulatus, der Nucl. praebigeminalis), die halb abhängigen sind nur bei einigen Tieren vorhanden (z. B. der Nucl. anterior) und die ganz abhängigen vergrößern sich enorm bzw. es treten neue Teile und Kerne auf (der Nucl. magnocellularis corp. gen. lateralis, die Pars medialis, lateralis und dorsalis des Nucl. communis, der Nucl. magnocellularis thalamus und der Nucl. bicruralis). Über die übrigen akzessorischen Kerne besitzen wir keine experimentellen Erfahrungen.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß der Thalamus (im engeren Sinne) eine komplizierte und variable Zusammensetzung aufweist. Es drängt sich die Frage auf, wie die morphologische Verschiedenheit des Thalamus bei den verschiedenen Tieren zu begreifen ist. Ein Versuch, diese Frage zu beantworten, müßte davon ausgehen, daß einige Sinne, wie der »Oralsinn«, der Geruch, der eine so enorme Rolle im Geschlechtsleben einiger Tiere spielt, vielleicht auch noch andere (das Gehör), bei den niedrigen Tieren stärker als bei den höheren entwickelt ist. Zu dieser Meinung neigen von Gudden, von Monakow, Edinger und andere. Vielleicht bildet ein Teil der Kerne etwa eines Kaninchens von der Hirnrinde wenig abhängige Zentra der bei diesem Tiere stärker entwickelten Sinne. Es ist auch möglich, daß einige im Thalamus niedriger Tiere anzutreffende und bei höheren spurlos verschwindende Kerne selbständige »Endkerne« für die Impulse aus dem Rückenmark darstellen. Bei den höheren Tieren verschwinden die Kerne beider Kategorien, einerseits deshalb, weil die Sinnesempfindungen selbst schwächer werden, hauptsächlich aber darum, weil sich die übergeordneten sensorischen und sensiblen Zentren in die Großhirnrinde translozieren. Jetzt ist somit das Thalamusgrau nicht mehr ein mehr oder weniger selbständiges Zentrum, sondern ein mächtiger Apparat, in dem die von der Peripherie kommenden Impulse zur Weiterleitung an die Hirnrinde umgeschaltet werden. Der Grund des bunten Baues des Thalamus liegt meiner Ansicht nach einerseits in seiner Fähigkeit zur verhältnismäßig raschen Akkomodation an die

Anforderung des peripherischen Nervensystems, anderseits in seinem enormen Unterworfensein unter die Hirnrinde[1].

Bei kleinen Tieren, bei denen der Thalamus selbständigere Funktionen übernimmt, zeigt sich dies anatomisch in einer großen Anzahl von der Hirnrinde unabhängiger bzw. wenig abhängiger Kerne; bei den höheren Tieren gelangt die vermittelnde Funktion des Thalamus in der Tatsache der enormen Entwicklung des Nucl. communis mit späterer Differenzierung neuer Kerne zum Ausdruck.

Vergleicht man den Prozeß, der im Thalamus vorgeht, mit dem, der sich in dem experimentell am meisten erforschten Corp. gen. laterale abspielt, so kommt man zu dem Ergebnis, daß es sich in beiden Fällen um einen und denselben Hauptprozeß handelt, nämlich um die Ersetzung des selbständigen Graues durch ein von der Hirnrinde abhängiges; ein prinzipieller Unterschied also in der Evolution des Thalamus und seines früh abgesonderten Teiles — des Corp. gen. laterale — ist nicht zu konstatieren.

Das eben Ausgeführte erhebt nicht den Anspruch darauf, als eine Theorie zu gelten. Dazu sind meine Untersuchungen, ebenso die experimentellen Ergebnisse, die ich herangezogen habe, nicht zahlreich genug. Die Aufgaben späterer vergleichend-anatomischer, experimenteller und embryologischer Untersuchungen würden darin bestehen, den Bau und die Funktion des Thalamus genauer zu ermitteln. Es versteht sich von selbst, daß eine genauere Differenzierung des Thalamusgraues in einzelne Kerne eine notwendige Voraussetzung dieser Untersuchungen ist. Einen solchen Versuch, die graue Substanz des Thalamus einiger Säugetiere zu differenzieren, habe ich in der vorliegenden Arbeit unternommen. Die dargestellten physiologischen Bemerkungen wollen nur als ein Versuch, die von mir beobachtete Verschiedenheit im Bau des Thalamus zu erklären, angesehen sein.

[1] Das erklärt vielleicht den Unterschied des Thalamusbaues bei Tieren derselben zoologischen Ordnung. Soweit ich aus Beschreibungen und Zeichnungen von Cajal (11) schließen kann, ist das Thalamusgrau des Meerschweinchens nicht ganz so wie das des mit ihm zur gleichen Ordnung gehörenden Kaninchens gebaut, sondern nimmt eine Mittelstufe zwischen ihm und dem Igel ein.

Daraus ergibt sich die Notwendigkeit eines vergleichenden anatomischen Studiums verschiedener Tiere gleicher Ordnung. So würde man mehr Übergangstypen gewinnen.

Ich kann meine Arbeit nicht abschließen, ohne meinem verehrten Lehrer, Hrn. Professor Dr. L. Jacobsohn, meinen tief empfundenen Dank für die Unterstützung bei der Arbeit durch bereitwilligste Überlassung seiner zahlreichen nach Weigert-Kulschitzky gefärbten Schnitte und für seine wertvollen Ratschläge, die mir die Aufgabe wesentlich erleichtert haben, auszusprechen.

Literatur.

1. d'Abundo, La physiopathologie de la couche optique. Archives italiennes de Biologie, Teil LIII, Fasz. III.

2. Auerbach, Diskussion zum Vortrag Nißls, S. 46.

3. von Bechterew, Die Leitungsbahnen im Gehirn und Rückenmark. 1899.

4. Derselbe, Die Funktionen der Nervencentra. 1908.

5. Berl, Einiges über die Beziehungen der Sehbahnen zu dem vorderen Zweihügel beim Kaninchen. Arbeiten aus dem Neurologischen Institute an der Wiener Universität. 1902.

6. Bianchi, Anatomische Untersuchungen über die Entwicklungsgeschichte der Kerne des Thalamus des Kaninchens. Monatsschrift für Psychiatrie und Neurologie. 1909.

7. Bischoff, Beiträge zur Anatomie des Igelgehirns. Anatomischer Anzeiger. 1900.

8. Brauer, Die Substantia nigra Soemmeringii. Arbeiten aus dem Neurologischen Institut an der Wiener Universität, Bd. XVII, 1909.

9. Burdach, Vom Bau und Leben des Gehirns, Bd. II, 1822.

10. Ramon y Cajal, Beitrag zum Studium der Medulla oblongata. 1896.

11. Derselbe, Histologie du Système Nerveux Tome II. Paris 1911.

12. Derselbe, Die Endigung des äußeren Lemniscus oder die sekundäre akustische Nervenbahn. Deutsche Medizinische Wochenschrift. 1902.

13. Christiani, Zur Physiologie des Gehirns. 1885.

14. Edinger, Bau der nervösen Zentralorgane, I. und II. Bd. 1908.

15. Derselbe, Die Beziehungen der vergleichenden Anatomie zur vergleichenden Psychologie. 1909.

16. Edinger und Wallenberg, Untersuchungen über den Fornix und das Corpus mamillare. Archiv für Psychologie. 1902.

17. Ellenberger und Baum, Handbuch der vergleichenden Anatomie der Haustiere. 1909.

18. da Fano, Studien über die Veränderungen im Thalamus opticus bei Defektpsychosen. Monatsschrift für Psychiatrie und Neurologie. 1909.

19. Flatau und Jacobsohn, Handbuch der Anatomie und vergleichenden Anatomie des Zentralnervensystems der Säugetiere. 1899.

20. Forel, Beiträge zur Kenntnis des Thalamus opticus und der ihn umgebenden Gebilde bei den Säugetieren. Aus dem LXVI. Bande der Sitz.-Ber. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. 1872.

21. Derselbe, Untersuchungen über die Haubenregion usw. Archiv für Psychiatrie, 1877. Die beiden genannten Arbeiten von Forel sind in die »Gesammelten hirnanatomischen Abhandlungen«, München 1907, aufgenommen.

22. von Frankl-Hochwart, Zur Kenntnis der Anatomie des Gehirns der Blindmaus. Arbeiten aus dem Neurologischen Institut an der Wiener Universität. 1902.

23. Ganser, Vergleichend anatomische Studien über das Gehirn des Maulwurfs. Morphologisches Jahrbuch, Bd. 7.

24. von Guddens gesammelte und hinterlassene Abhandlungen. 1889.

25. Haller, Vom Bau des Wirbeltiergehirns, Teil III. Morphologisches Jahrbuch, Bd. 28.

26. Henle, Grundriß der Anatomie des Menschen, bearbeitet von Merkel, 1908.

27. Hermann, Lehrbuch der Physiologie. 1910.

28. Jacobsohn, Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes. Aus dem Anhang zu den Abhandlungen der Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1909.

29. Derselbe, Struktur und Funktion der Nervenzellen. Neurologisches Zentralblatt. 1910. Nr. 20.

30. Derselbe, Diskussion zum Vortrag Ziehens, Neurologisches Zentralblatt. 1908. S. 652.

31. Kölliker, Handbuch der Gewebelehre, II. Band. 1896.

32. Lewandowsky, Untersuchungen über die Leitungsbahnen des Truncus cerebri usw. Jena 1904.

33. Luciani, Physiologie des Menschen. 1907. Bd. III.

34. Lotheisen, Über die Stria medullaris thalami optici usw. Anatomische Hefte. 1894. IV. Bd., Heft II.

35. Luys, Iconographie photographique des Centres nerveux. Paris 1873.

36. Derselbe, Das Gehirn. Autorisierte Ausgabe. 1877.

37. Malone, Über die Kerne des menschlichen Diencephalon. Aus dem Anhang zu den Abhandlungen der Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1910.

38. Martin, Lehrbuch der Anatomie der Haustiere. 1900.

39. Meynert, Vom Gehirn der Säugetiere. Strickers Handbuch, Bd. II. 1872.

40. von Monakow, Über einige durch Exstirpation zirkumskripter Hirnrindenregionen bedingte Entwicklungshemmungen des Kaninchenhirns. Archiv für Psychiatrie, Bd. XII. 1881.

41. Derselbe, Experimentelle und pathologisch-anatomische Untersuchungen über die Beziehungen der sogenannten Sehsphäre zu den infrakortikalen Optikuszentren. Archiv für Psychiatrie, Bd. XIV. 1883.

42. Derselbe, Neue experimentelle Beiträge zur Anatomie der Schleife. Neurologisches Zentralblatt. 1885.

43. Derselbe, Experimentelle und pathologisch-anatomische Untersuchungen über die Haubenregion, den Sehhügel und die Regio subthalamica usw. Archiv für Psychiatrie, Bd. XXVII. 1895.

44. Derselbe, Gehirnpathologie. 1905.

45. Münzer und Wiener, Das Zwischen- und Mittelhirn des Kaninchens usw. Monatschrift für Psychiatrie und Neurologie. 1902.

46. Nißl, Die Kerne des Thalamus beim Kaninchen. Tageblatt der 62. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Heidelberg. 1889. Zitiert auch in Köllikers Handbuch Bd. II, S. 540.

47. Derselbe, Über eine neue Untersuchungsmethode des Zentralorgans usw. Zentralblatt für Nervenheilkunde und Psychiatrie. 1894. Juli.

48. Probst, Über den Verlauf der zentralen Sehfasern und deren Endigung im Zwischen- und Mittelhirn usw. Archiv für Psychiatrie. 1902.

49. Derselbe, Die Untersuchungen über die Schleifeendigung usw. Archiv für Psychiatrie. 1900.

50. Sachs, Eine vergleichend-anatomische Studie des Thalamus opticus der Säugetiere. Arbeiten aus dem Neurologischen Institut an der Wiener Universität. Bd. XVII. 1909.

51. Sano, Beitrag zur vergleichenden Anatomie der Substantia nigra, des C. Luysii und der Zona incerta. Monatschrift für Psychiatrie und Neurologie. 1910.

52. Stieda, Studien über das Zentralnervensystem der Wirbeltiere. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XX. 1870.

53. Schnopfhagen, Beiträge zur Anatomie des Sehhügels usw. Sitzungsbericht der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der k. Akademie der Wissenschaften in Wien. Bd. XXV. 1877.

54. Stilling, Untersuchungen über den Bau der optischen Zentralorgane. 1882.

55. C. Vogt, La myéloarchitecture du thalamus du circopithèque. Journal für Psychologie und Neurologie. 1909.

56. Wernicke, Lehrbuch der Gehirnkrankheiten. Bd. I. 1881.

57. Ziehen, Das Zentralnervensystem der Monotremen und Marsupialier. Jenaische Denkschrift Bd. VI, 2. Teil.

58. Derselbe, Die Commissura media. Vortrag, gehalten in der Berliner Gesellschaft für Psychiatrie und Nervenkrankheiten 15. Juni 1908. Ref. im Neurologischen Zentralblatt. 1908. 13.

Nachtrag zur Literatur.

Nachdem die vorliegende Arbeit von mir durchgesehen und dem Druck übergeben war, wurde mir Friedemanns Arbeit: »Cytoarchitektonik des Zwischenhirns der Cercopitheken mit besonderer Berücksichtigung des Thalamus opticus« (Journal für Psychologie und Neurologie Bd. 18) bekannt. Diese Arbeit stellt das Ergebnis des Studiums von 3 Frontal- und 2 Horizontalserien dar, die nach dem Nißlschen Verfahren (Modifikation Toluidinblau und Kresylviolett) bearbeitet wurden. Sie erstrebt die Einteilung des Diencephalon in eine möglichst große Zahl von topographischen Regionen, die sich nach dem Reichtum der Zellen, ihrem Gruppierungscharakter, ihrer Größe, Form, Färbbarkeit, Struktur und nach der Grundsubstanz zwischen den Zellen voneinander unterscheiden. Im Gegensatz zu Malone und mir, die, wie Jacobsohn, die Struktur der Zelle für das wichtigste Merkmal zur Differenzierung des Graues halten, hebt Friedemann den Reichtum an Zellen und den Charakter ihrer Gruppierung besonders hervor und betrachtet dies als primäre Erscheinungen. Bei einem parallelen Studium von Faser- und Zellenpräparaten drängt sich aber der Gedanke auf, daß der Reichtum an Zellen und der Gruppierungscharakter derselben öfter als sekundäre Erscheinung zu betrachten sind, die durch die Masse und den Faserverlauf in dem betreffenden Abschnitte des Zentralnervensystems bedingt sind. Friedemann hat im Diencephalon 38 topographische Regionen unterschieden; für mich aber ist es sehr zweifelhaft, ob mit Recht diese rein topographischen Abschnitte Kernen gleichgestellt werden können, wenn wir unter den letzteren eine Gruppe von Zellen von gleichartiger Funktion verstehen sollen. Soweit es wenigstens mir bekannt, ist es in bezug auf den Thalamus nicht erwiesen, daß Zellen

reichere Regionen eine irgendwelche andere physiologische Bedeutung besäßen als Zellen ärmere. Friedemanns Arbeit, sofern sie die rein topographische Zergliederung des Thalamus anstrebt, ist als Rückschritt zu betrachten; versucht er ferner diese Regionen mit Kernen zu identifizieren, dann gerät er in einen Zwiespalt mit sich selbst. So meint Friedemann das Pulvinar als einen selbständigen Kern betrachten zu dürfen, obwohl er selbst zugibt, daß der Zelltypus im Pulvinar sich sehr wenig von demjenigen im lateralen Kern unterscheidet. Es ist Friedemann, wie auch mir, nicht gelungen einen Unterschied in der Zellstruktur des medialen und des vorderen Kerns (pars medialis et dorsalis Nucl. communis) festzustellen; dennoch beschreibt er sie wie selbständige Kerne. Zahlreiche gesonderte Inseln und Reihen des Nucl. reuniens werden im Text als besondere Kerne bezeichnet, und am Schlusse der Arbeit wird darauf hingewiesen, daß nach dem Zelltypus sie sich voneinander fast gar nicht unterscheiden.

Wenn ich auch mit den Ansichten und Schlüssen Friedemanns nicht einverstanden bin, so muß ich doch betonen, daß die Beschreibung einzelner Kerne besonders des Hypo- und Metathalamus sehr exakt und ausführlich ist, und daß die Arbeit besonders wertvoll durch die ihr beigegebenen naturgetreuen Abbildungen ist. Bei der Durchmusterung dieser Abbildungen werden sich wohl viele Leser verwundert fragen, warum der Autor diese oder jene Stelle, die sich von anderen nicht im geringsten unterscheidet, als ein besonderes Feld oder womöglich als einen besonderen Kern bezeichneth at. Auf Einzelheiten der Arbeit kann ich nach Abschluß der Korrektur zu meinem Bedauern nicht eingehen.

Erklärung der Zeichnungen.

Die Figuren 1—28 auf Taf. I—VII stellen Frontalschnitte des Diencephalon dar. Auf jeder Tafel sind die Schnitte der entsprechenden Gebiete von allen vier Tieren abgebildet. Im oberen Teile stehen die Bilder vom Igel und vom Kaninchen, im unteren die des Hundes und des Affen. Neben jedem Bild habe ich die Anfangsbuchstaben des betreffenden Tieres angegeben (Igel = I, Kaninchen = K, Hund = H, Affe = A). Die Umrisse der Figuren und der einzelnen Kerne sind durch einen Projektionsapparat aufgenommen[1]. Die Vergrößerung der Zeichnungen war bei allen eine achtfache. In diese Umrisse wurden sodann die Zellen eingetragen, und zwar so, daß in eine Figur die Zellen einiger fortlaufender Schnitte aufgenommen wurden. Bei kleinen Tieren, bei denen beide Thalami abgebildet sind, habe ich absichtlich an beiden Seiten nicht ganz gleiche Bilder gesetzt.

In schwarzer Farbe sind die Grundkerne, in roter die akzessorischen abgebildet. Die neuen Teile des Nucl. communis habe ich jedoch in schwarzer Farbe abgebildet, um auf diese Weise die enorme Entwicklung dieses Kernes deutlicher hervortreten zu lassen.

[1] Für die mir dabei geleistete Unterstützung spreche ich Hrn. Kollegen E. Christeller meinen besten Dank aus.

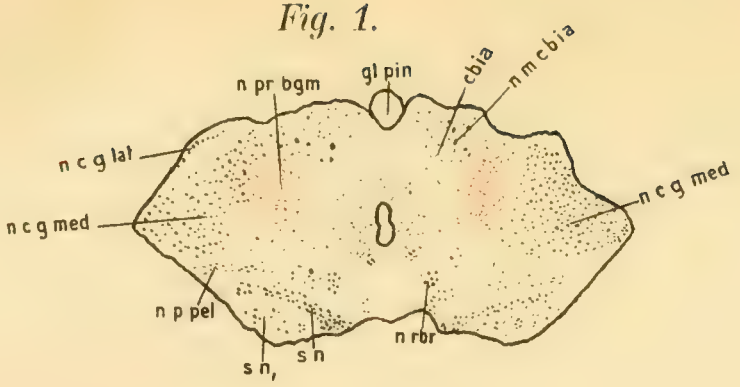
Die Bezeichnungen auf den Figuren 1—28 bedeuten folgendes:

cbia	Zellen des vorderen Zweihügels
Com ant	Commissura anterior
g ob	Ganglion opticum basale
gr sbth	Griseum subthalamicum
g v c g lat	Griseum ventrale corporis geniculati lateralis
f	Fornixsäule
n ant th	Nucleus anterior thalami
n berl th	Nucleus bicruralis thalami
n c	Nucleus caudatus
n c g lat	Nucleus corporis geniculati lateralis
n c g med	Nucleus corporis geniculati medialis
n cnfm th	Nucleus cuneiformis thalami
n cs th (med)	Nucleus communis thalami (pars medialis)
n cs th (drlt)	Nucleus communis thalami (pars dorso-lateralis)
n cs (dors)	Nucleus communis thalami (pars dorsalis)
n cs (ventr)	Nucleus communis thalami (pars ventralis)
n d cgm	Nucleus dorsalis corporis geniculati medialis
n hpth	Nucleus hypothalamicus
n i c mam	Nucleus intercalatus corporis mamillaris
n i pe	Nucleus interpeduncularis
n l c mam	Nucleus lateralis corporis mamillaris
n l gh	Nucleus lateralis des Ganglion habenulae
n m c b i a	Nucleus motoris corporis bigemini anterioris Jacobsohn
n m c mam	Nucleus medialis corporis mamillaris
n mdn	Nucleus medianus thalami
n mes trg	Nucleus radicis mesencephalici N. trigemini
n mgh	Nucleus medialis des Ganglion habenulae
n mg th	Nucleus magnocellularis thalami
n mn cgl	Nucleus magnocellularis corporis geniculati lateralis
n oc	Nucleus oculomotorius
n p pel	Nucleus peripeduncularis lateralis Jacobsohn
n pr bgm	Nucleus praebigeminalis thalami
n pr cgl	Nucleus principalis corporis geniculati lateralis
n pr mdn	Nucleus paramedianus thalami

n rbr	Nucleus ruber (Nucleus rotundus subthalamo-peduncularis Jacobsohn)
n rn th	Nucleus reuniens thalami
n spmam	Nucleus supramamillaris
n sprgn	Nucleus suprageniculatus
n sy oc	Nucleus sympathicus oculomotorius Jacobsohn
n v cgm	Nucleus ventralis corporis geniculati medialis
s g v	Substantia grisea des III. Ventrikels
s n	Substantia nigra (Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis Jacobsohn)
s n,	Kleine Zellen ventral von der Substantia nigra
t	Zellen des Telencephalon
ZG	Größere Zellen der äußeren Gitterschicht.

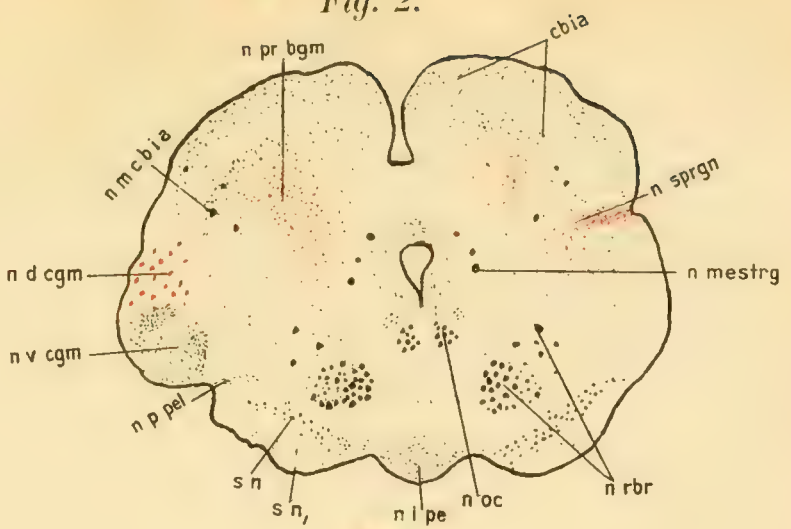
J.

Fig. 1.



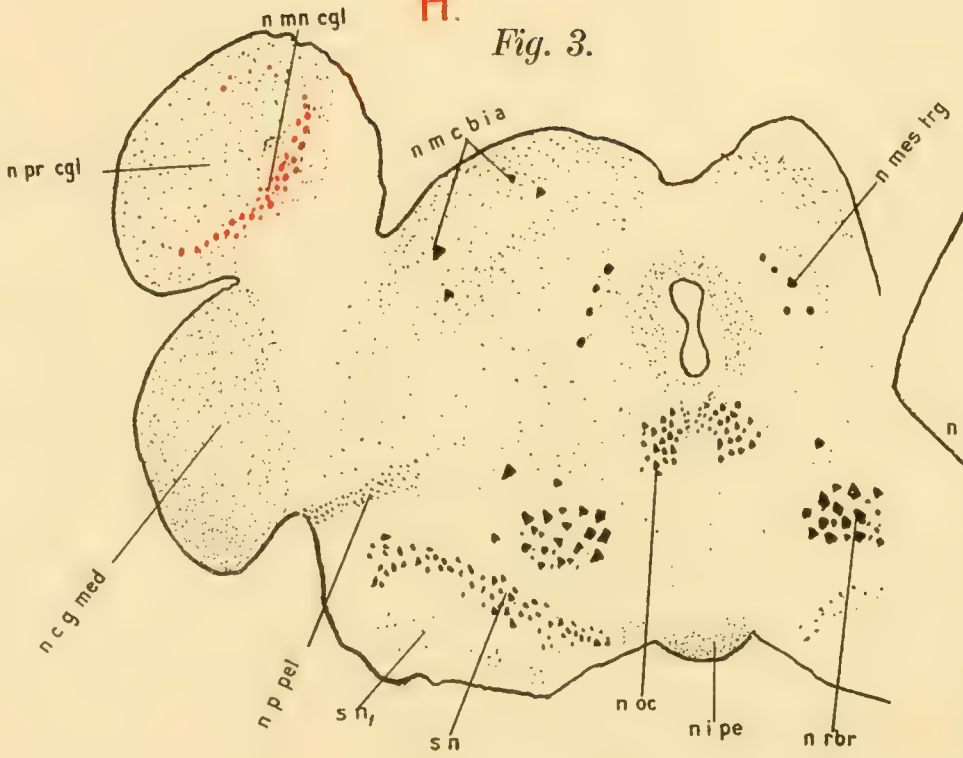
K.

Fig. 2.



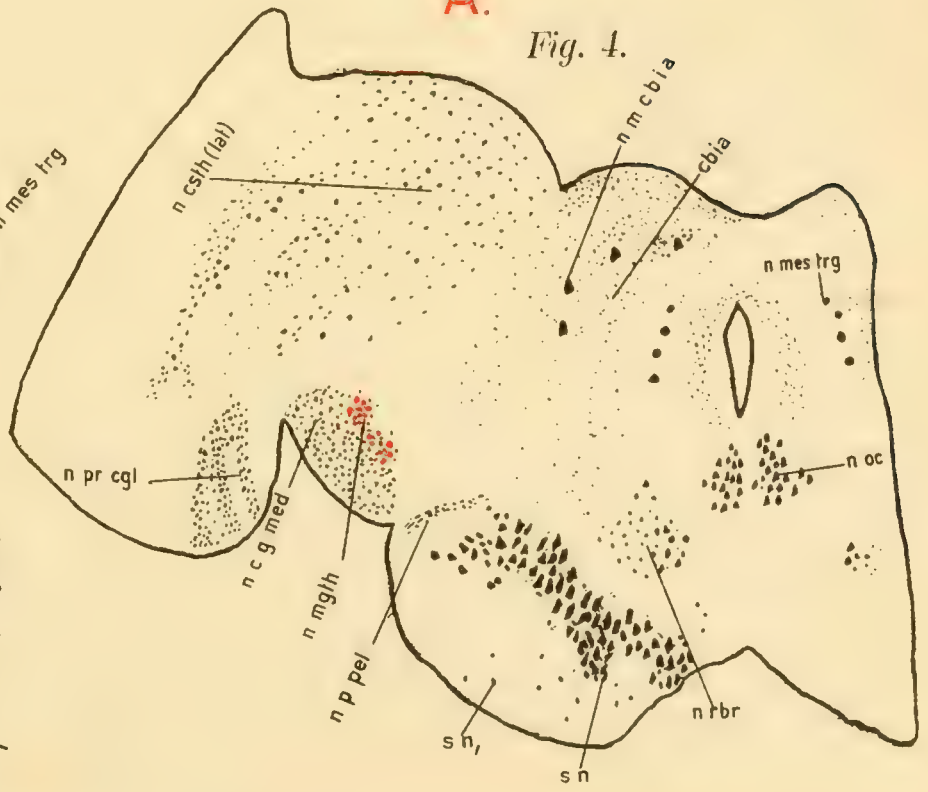
H.

Fig. 3.



A.

Fig. 4.

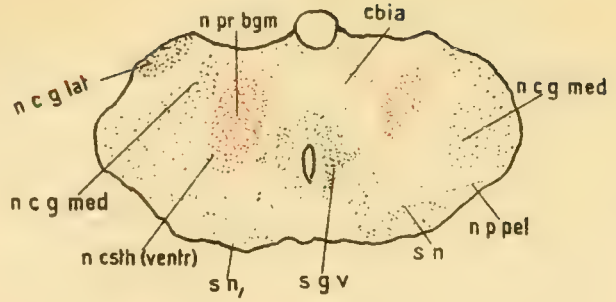


M. Neiding: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Taf. I.

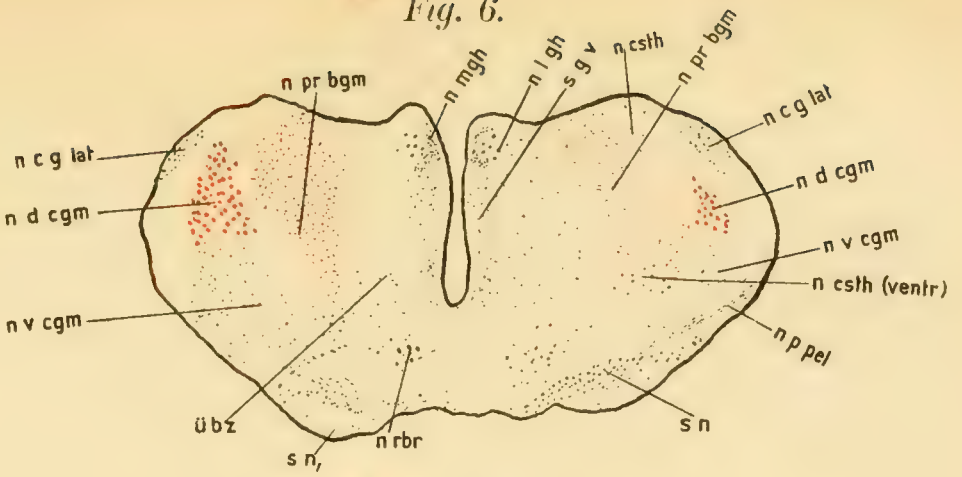
J.

Fig. 5.



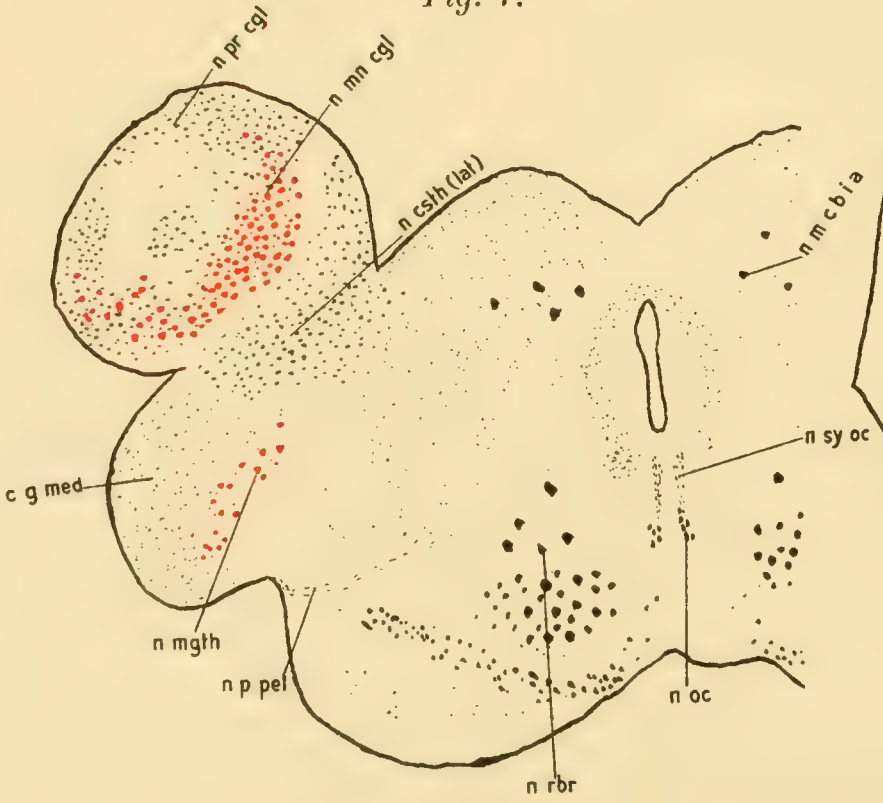
K.

Fig. 6.



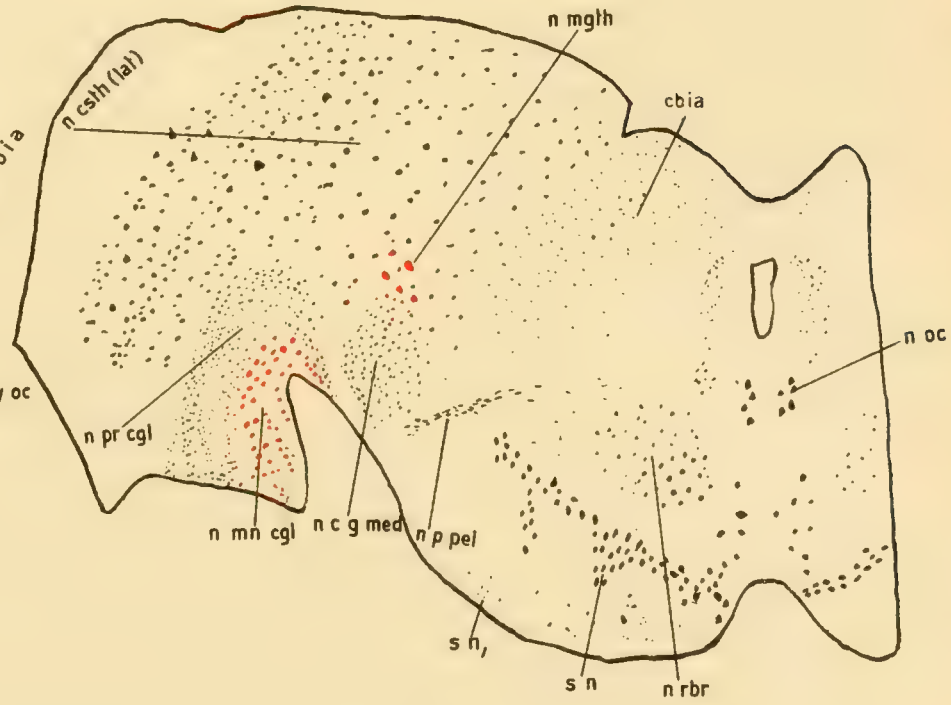
H.

Fig. 7.

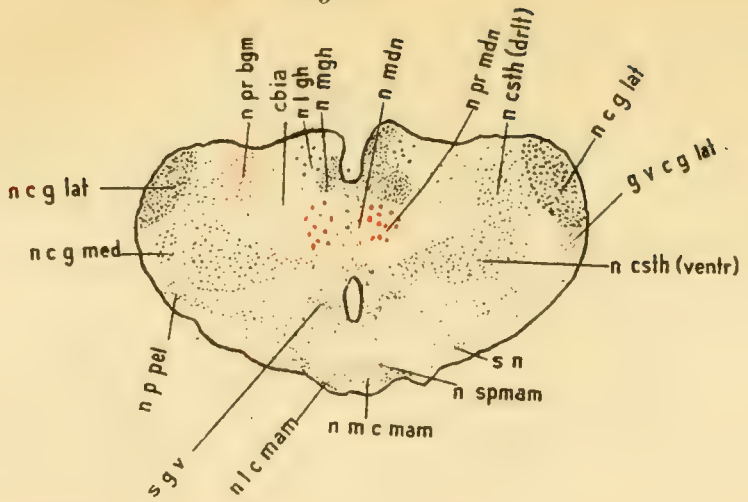


A.

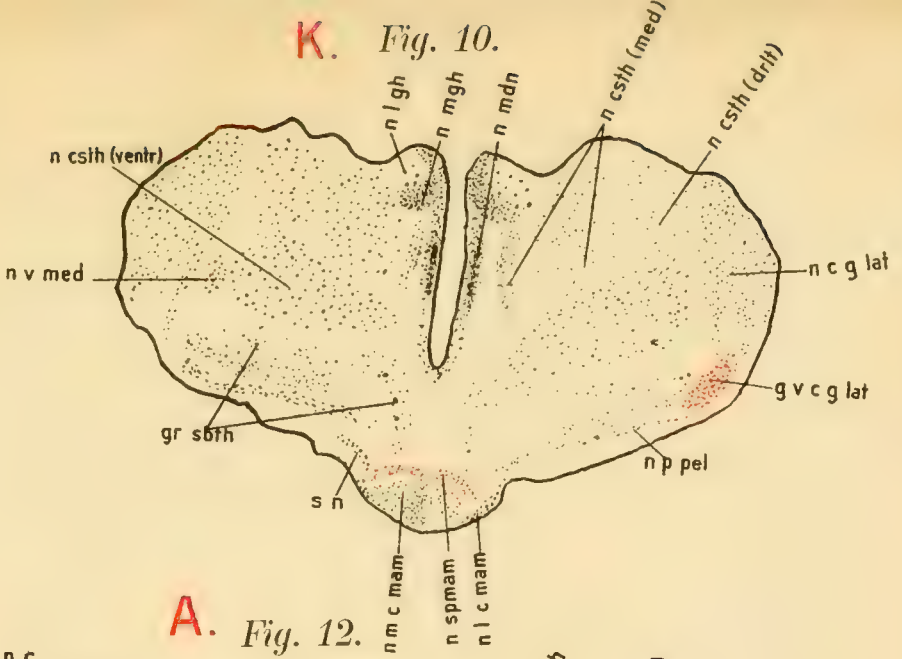
Fig. 8.



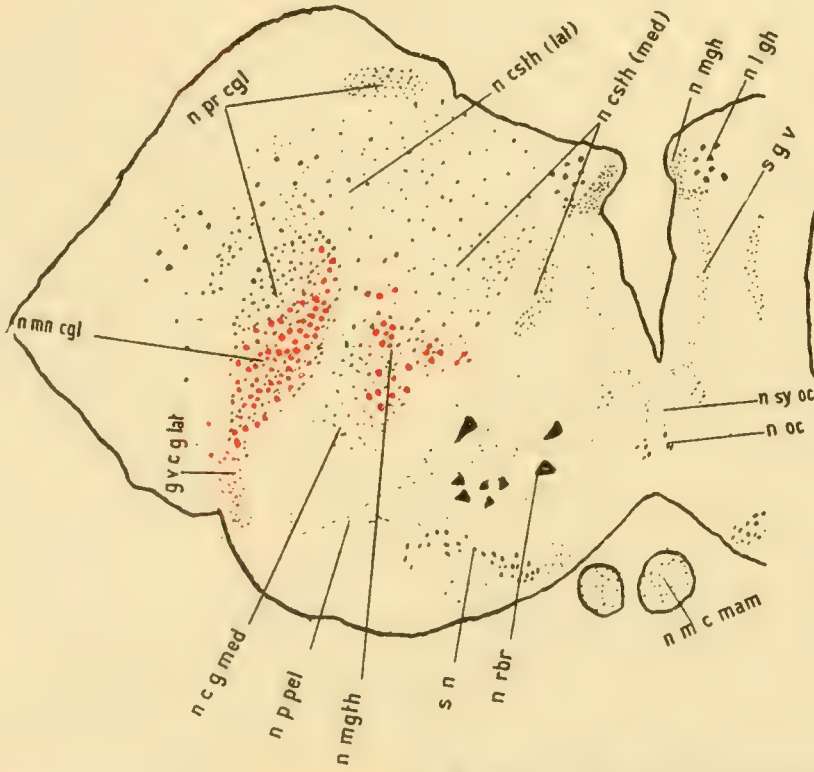
J. *Fig. 9.*



K. *Fig. 10.*



H. *Fig. 11.*

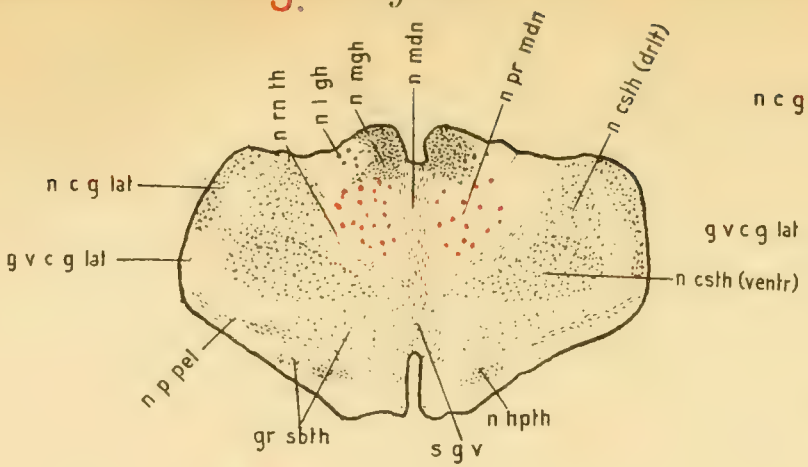


A. *Fig. 12.*

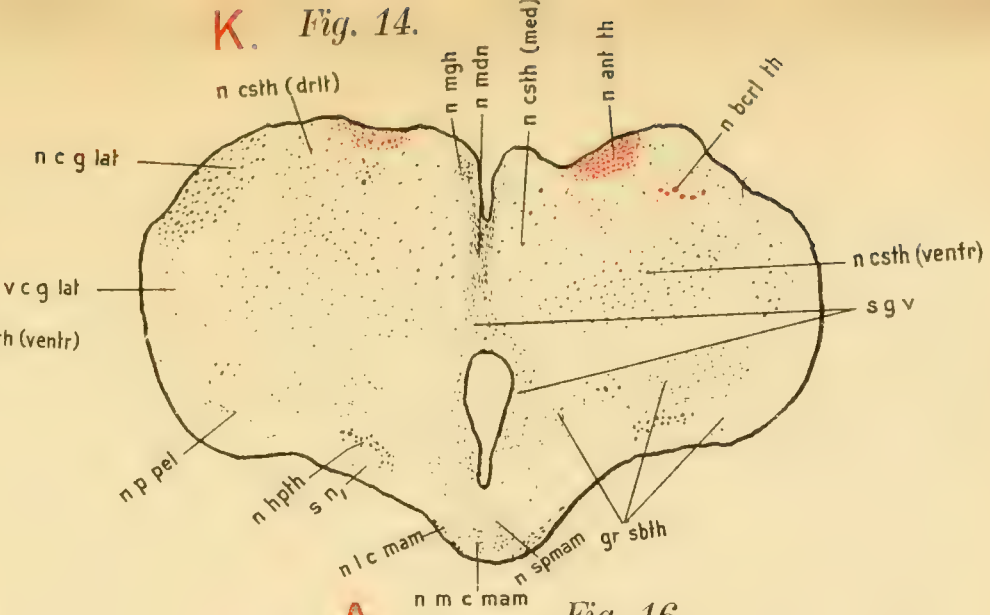
M. Neiding: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Taf. III.

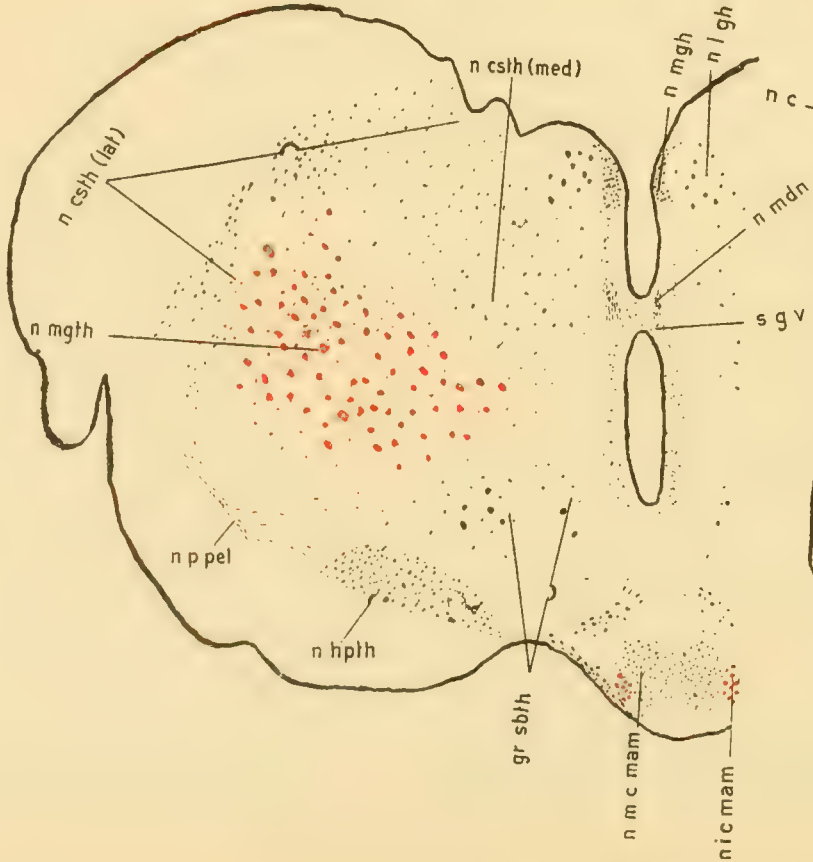
J. *Fig. 13.*



K. *Fig. 14.*



H. *Fig. 15.*

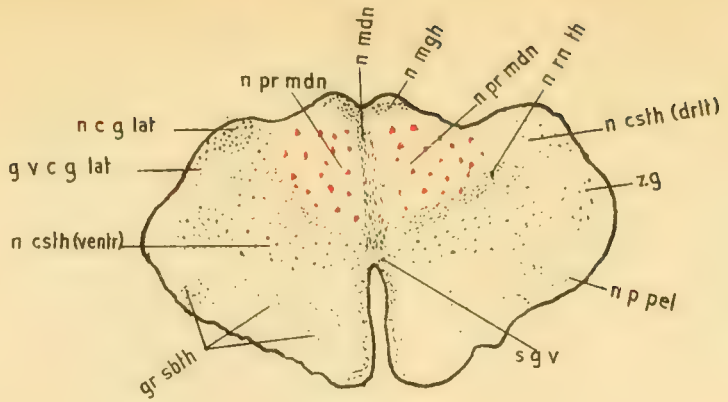


A. *Fig. 16.*

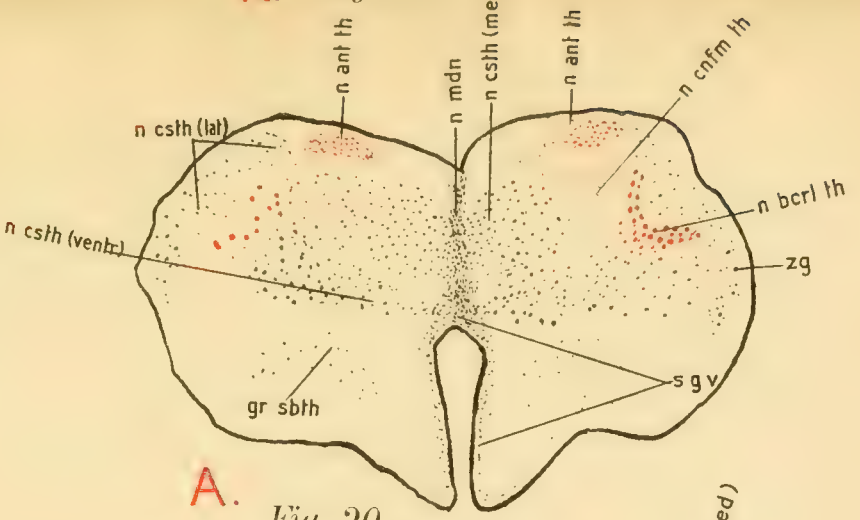
M. Neiding: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Taf. IV.

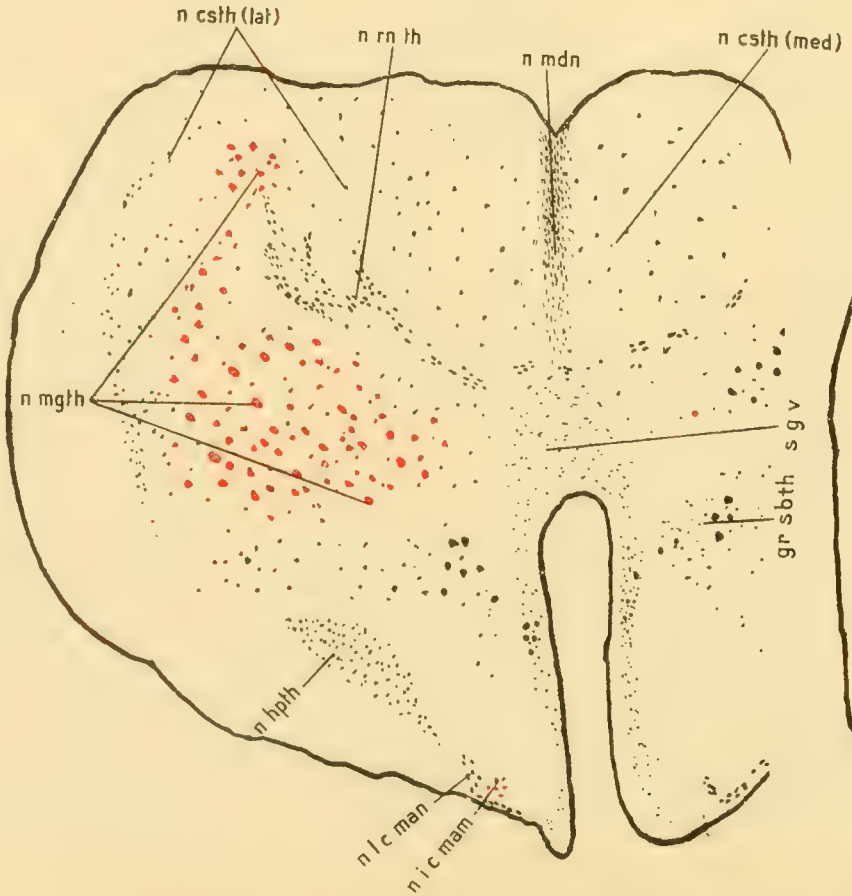
J. *Fig. 17.*



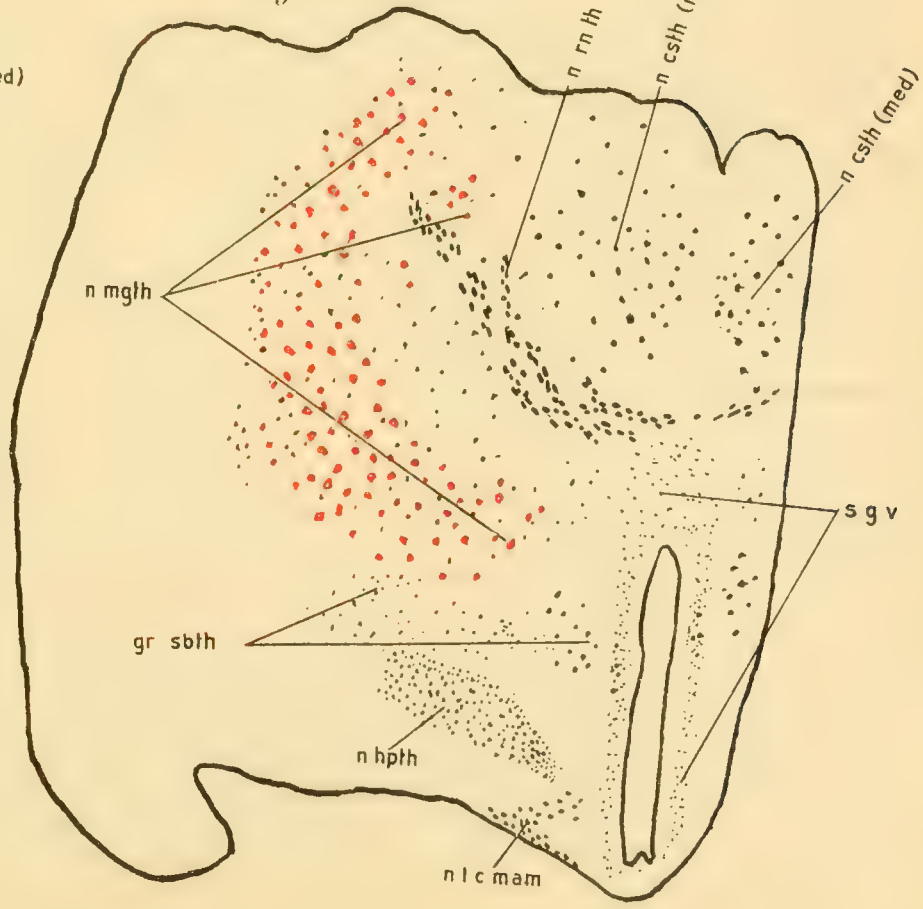
K. *Fig. 18.*



H. *Fig. 19.*



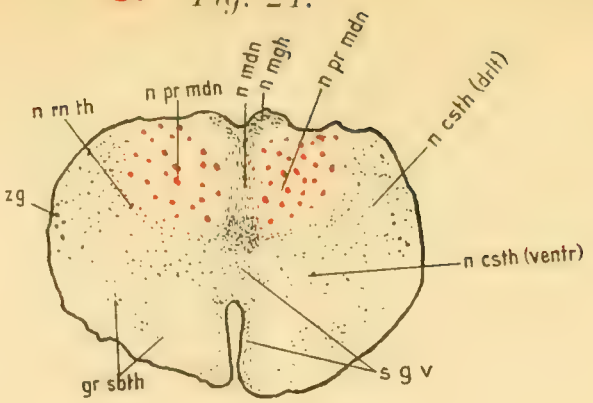
A. *Fig. 20.*



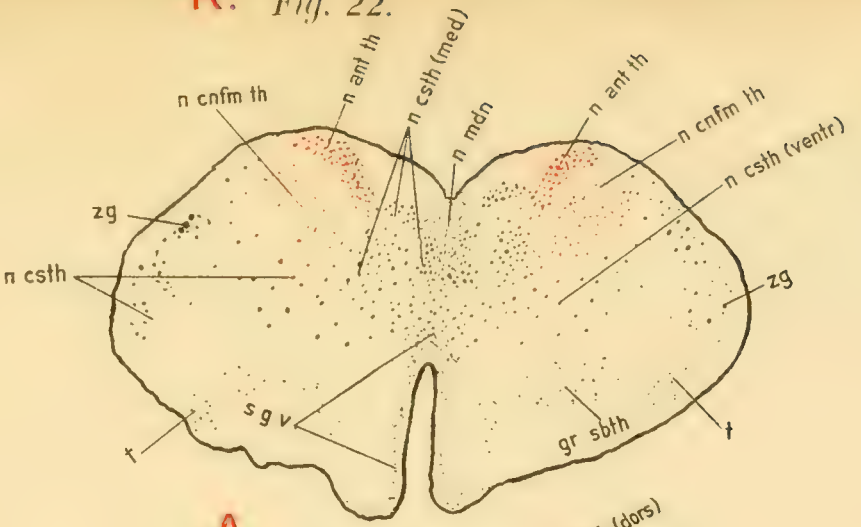
M. Neiding: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Taf. V.

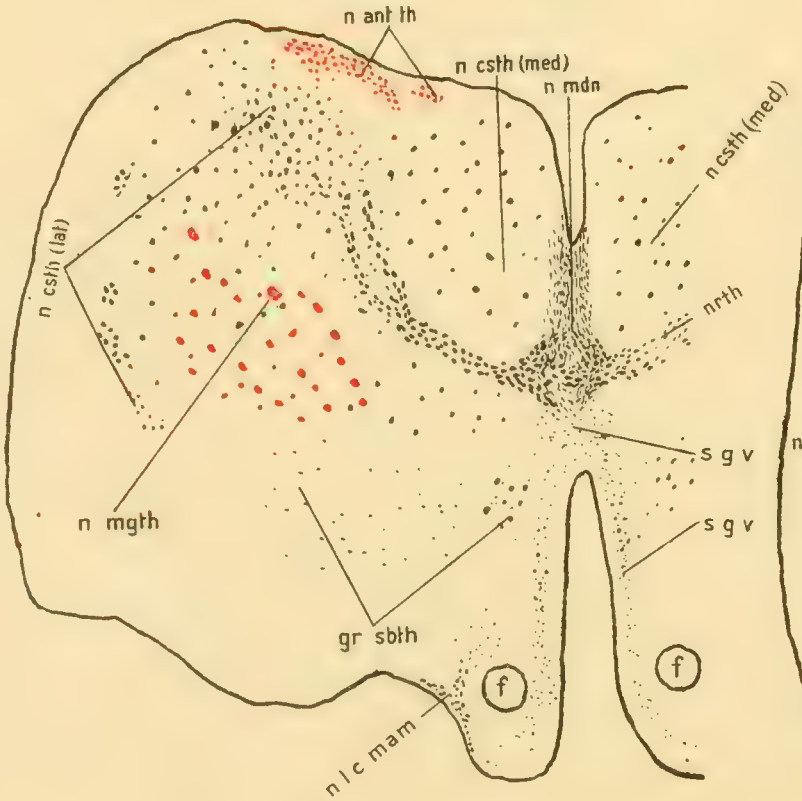
J. *Fig. 21.*



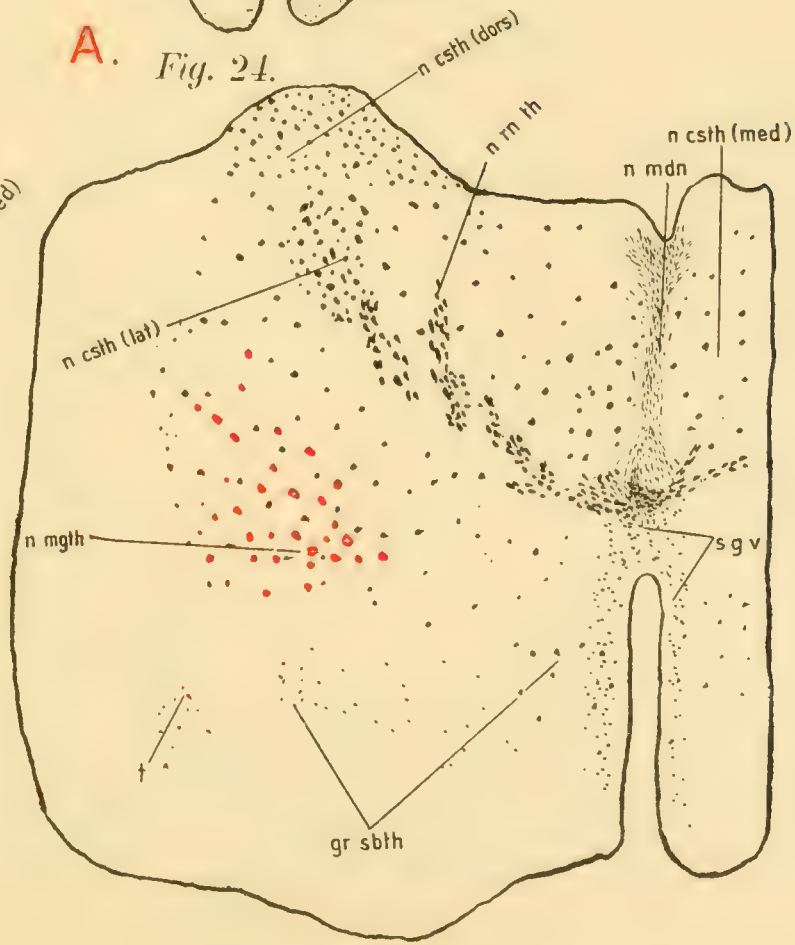
K. *Fig. 22.*



H. *Fig. 23.*



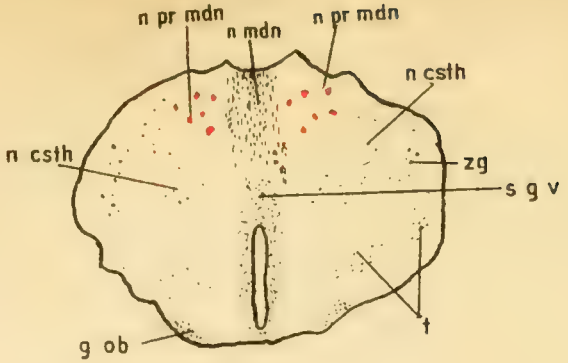
A. *Fig. 24.*



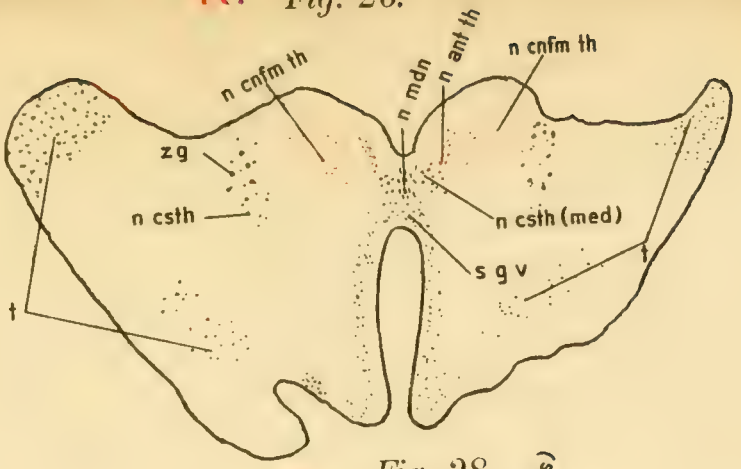
M. Neiding: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Taf. VI.

J. *Fig. 25.*



K. *Fig. 26.*



H. *Fig. 27.*

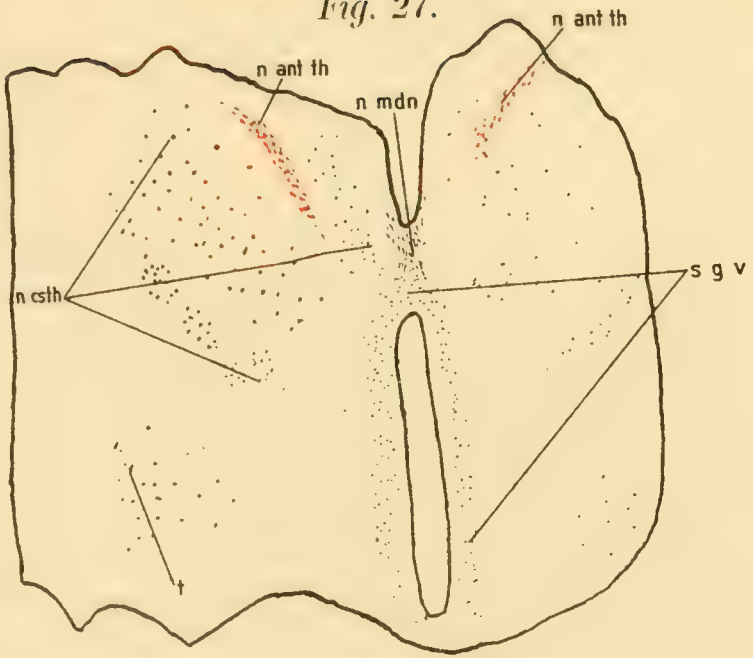
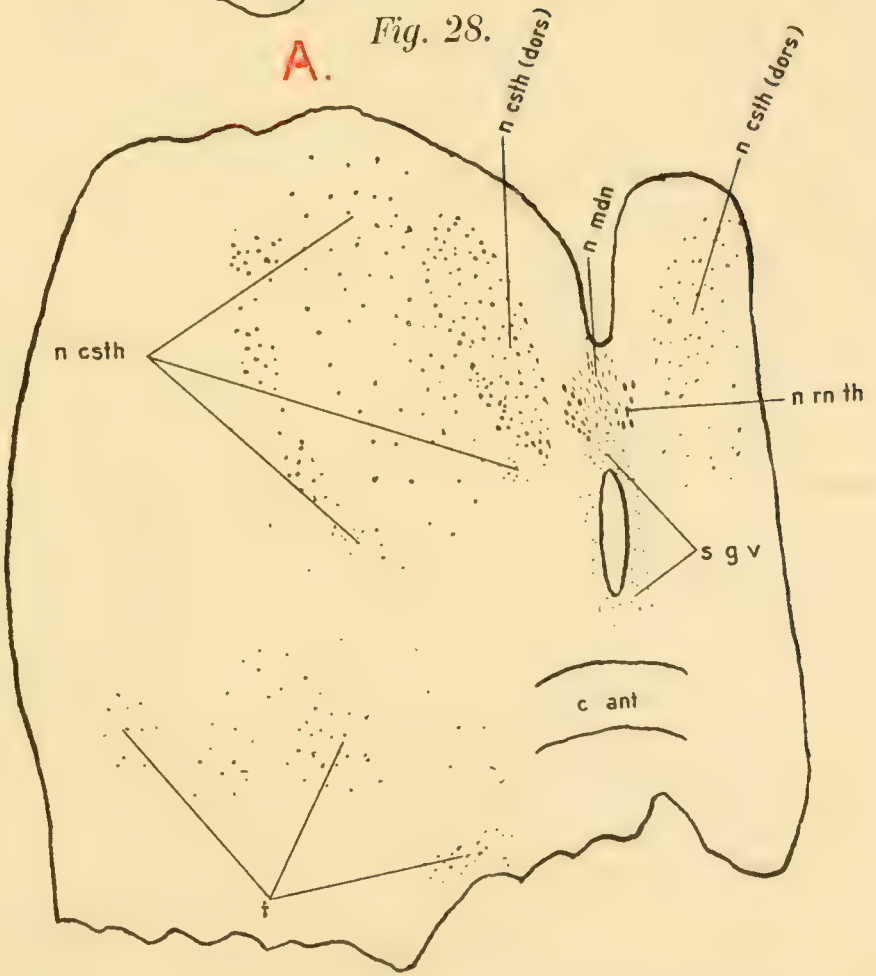


Fig. 28.

A.



M. Neiding: Über die Kerne des Diencephalon bei einigen Säugetieren.

Taf. VII.

Zur Kenntnis der Großhirnrinde der Maus.

Von

Dr. ROBERT ISENSCHMID,

vormals Assistenten am Neurologischen Institut in Frankfurt a. M.

Vorgelegt von Hrn. Waldeyer in der Sitzung der phys.-math. Klasse am 16. März 1911.
Zum Druck verordnet am 23. März 1911, ausgegeben am 17. Juni 1911.

Die Kgl. Akademie der Wissenschaften in Berlin hat dem Neurologischen Institut in Frankfurt a. M. im Mai 1909 eine größere Summe bewilligt, um dessen Studien über den Zusammenhang der einzelnen Teile der Hirnrinde zu unterstützen. Schon im Beginn dieser Arbeiten stellte sich als Mangel heraus, daß wir von keinem der gewöhnlichen Laboratoriumstiere den normalen Bau der Rinde zur Genüge kennen. Auf Veranlassung des Hrn. Professor Edinger habe ich deshalb festzustellen gesucht, was wir bei Anwendung der uns zur Verfügung stehenden technischen Hilfsmittel über die Hirnrinde der Maus heute ermitteln können.

Mit der Golgischen Methode, welche nur einzelne Elemente, diese aber mit allen ihren Ausläufern darstellt, ist schon vieles von Cajal und Stefanowska über die Rinde der Maus ermittelt worden. Der Wert jener Untersuchungen ist außerordentlich hoch, wird aber dadurch etwas beeinträchtigt, daß sie ohne genügende Rücksichtnahme auf die regionären Unterschiede im Rindenbau unternommen worden sind.

Auch die Fibrillenfärbungsmethoden nach Cajal und nach Bielschowsky können in ihrem vollen Wert erst dann zur Geltung kommen, wenn die regionären Unterschiede im Bau der Rinde ermittelt sind. Die Fibrillenmethoden selbst eignen sich zu der Feststellung dieser Unterschiede zunächst nur wenig, weil sie nicht ganz konstante Ergebnisse liefern.

Für die Markscheidenfärbung nach Weigert lagen mir, teils aus den Beständen des Instituts, teils nach Neuherstellung, mehrere Serien vor. Es dringen aber markhaltige Fasern nur so spurweise in die äußeren Schichten der Rinde ein, und es finden sich markhaltige Plexus nur eben angedeutet, so daß diese Methodik, die z. B. in der menschlichen Rinde so gute Resultate gab, sich bei der Maus von keinem Nutzen erwiesen hat. Ich habe auch versucht, mit der Marchimethode Degenerationsbilder zu bekommen, aber da

diese nur markhaltige Fasern angibt, kam wenig bei den an der Rinde operierten Tieren heraus. Selbst längere degenerierte Faserzüge in den Hemisphären habe ich nach oberflächlicher Rindenzerstörung vermißt. Sehr viel Zeit, Mühe und Arbeit habe ich darauf verwendet, diejenigen Zellen der Hirnrinde am Degenerationsbild festzustellen, welche nach Durchschneidung oder Anätzung anderer Rindenstellen entarten. Ebenso sind an Mäusen, Ratten und Kaninchen auch Versuche mit Balkendurchschneidung unternommen worden, die feststellen sollten, welche Zellen nach dieser Operation das bekannte Bild der Tigrolyse aufwiesen.

Für diese wie für alle anderen Untersuchungen war aber doch Voraussetzung, daß man alle einzelnen Stellen der Rinde selbst nach Bau, Lage und Anordnung einmal erst genau bestimmte, und ich habe die meiste Zeit auf die Lösung gerade dieser Aufgabe verwendet.

Unstreitig haben bisher die Färbungen nach Nissl, welche alle Zellen, wenn auch nur in ihrem Rumpfe, zur Darstellung bringen, in der Aufdeckung der örtlichen Unterschiede im Bau am meisten geleistet, wie unter anderem die verdienstvollen Untersuchungen von Brodmann (2—8) dartun. Ich werde deshalb in erster Linie die Ergebnisse der Färbungen mit basischen Anilinfarben, die sogenannte »Cytoarchitektonik«, beschreiben und die Resultate, welche andere Untersuchungsmethoden liefern, nur gelegentlich herbeiziehen, soweit sie mir geeignet scheinen, das Zellbild verständlicher zu machen oder zu ergänzen.

Ich weiß, daß meine Kompetenz zu einer solchen Untersuchung bestritten werden kann. Brodmann hat wiederholt betont, daß nur der über die Gliederung der Hirnrinde mitsprechen darf, der über große Erfahrung, die alle Ordnungen der Säugetiere betrifft, verfügt, eine Erfahrung also, die nur durch mehrere Jahre lang dauernde, fast ausschließliche Beschäftigung mit diesem Thema erworben werden kann. Eine solche Erfahrung besitze ich nicht, und ich habe das während meiner Arbeit als Mangel empfunden, obschon ich meine Untersuchungen nicht allein auf die Maus beschränkt, sondern auch andere Nager, speziell Ratte und Kaninchen, und außerdem die Rinde des Menschen zum Vergleich herangezogen habe.

Leider fehlt uns zur Zeit eine ganz ausführliche Beschreibung der Rinde eines Nagetieres. Wohl hat B. Haller (18) eine Darstellung der Hirnrinde der Maus gegeben. Er geht aber in der Unterscheidung der Felder viel weniger weit, als man es ungezwungen kann und als es als Grundlage für physiologische Versuche wünschenswert ist. Noch weniger eingehend ist die Untersuchung von Hermanides und Köppen (20). Brodmann hat uns von den Nagern bisher außer Oberflächendiagrammen, die eine Identifikation der Strukturen nicht ohne weiteres erlauben, nur eine Beschreibung einzelner Felder gegeben. Ich sehe mich also vor Inangriffnahme experimenteller Untersuchungen über die Rinde der Maus

wohl oder übel gezwungen, die regionären Unterschiede selbst und neu festzustellen, soweit sie auch der nicht auf Cytoarchitektonik spezialisierte Histologe an guten Präparaten wahrzunehmen vermag.

Ich werde meine Beobachtungen mit zahlreichen Photogrammen belegen und hoffe, nicht allzu viele Irrtümer zu begehen, wenn ich den Fehler mancher anderer Autoren, welche sich mit Cytoarchitektonik befaßt haben, zu vermeiden suche und über die physiologische Bedeutung der Felder nicht mehr als Vermutungen ausspreche, denn ganz kompetent ist hier nur das physiologische Experiment, dem wir vorarbeiten. Sollte ich trotzdem Irrtümer begehen, würde ich sie nicht bereuen, wenn sie einen Erfahreneren dazu veranlassen sollten, eine ausführliche Beschreibung der Rindenfelder — wie sie uns Brodmann bisher nur bis zu den Halbaffen herunter gegeben hat — von einem niedrigen Säugetier[1], besonders von einem uns allen zugänglichen Laboratoriumstiere, zu geben. Bis dahin müssen wir uns selber helfen.

Es steht uns von erwachsenen Tieren folgendes Material zur Verfügung: 12[2] vollständige Serien in frontaler Richtung durch das Großhirn der weißen Maus, eine dreizehnte Frontalserie durch das Gehirn der grauen Hausmaus, je zwei vollständige Serien in sagittaler und horizontaler Richtung durch das Großhirn der normalen weißen Maus. Diese 17 Gehirne waren fixiert und gehärtet in Alkohol, eingebettet in Paraffin, auf 10 μ Dicke geschnitten und mit Kresylviolett gefärbt. Dieser Farbstoff gab uns von den ausprobierten basischen Anilinfarben die konstantesten Resultate und die haltbarsten Präparate. Ich benutzte außerdem 3 nach Bielschowskys Fibrillenmethode mit gutem Erfolg imprägnierte vollständige Serien durch das Großhirn der erwachsenen Maus, je eine in sagittaler, horizontaler und frontaler Richtung, eine weitere gute Frontalserie nach Cajal (Fibrillen). Ferner je eine Serie (30 μ) in den drei Hauptrichtungen nach Weigerts Markscheidenmethode gefärbt und zahlreiche, genau lokalisierte, nach Golgi imprägnierte Einzelschnitte. Als weitere Vergleichsobjekte dienten uns verschiedene vollständige Serien durch das Großhirn der Ratte und des Kaninchens, teils mit Kresylviolett oder Toluidinblau, teils nach Weigerts Markscheidenmethode gefärbt. Weiteres Material lieferten uns in Entwicklung begriffene Mäusegehirne. Wir führen die Einzelheiten weiter unten an.

G. A. Watson (42) macht geltend, daß vollständige Serien durch das Gehirn eines kleinen Tieres so viele Schrägschnitte enthalten, daß man daran die Dicke der Rinde nicht genau bestimmen kann. Er hat deshalb selbst die kleinsten Gehirne (z. B. Spitzmaus) in

---

[1] Seit der Niederschrift dieser Zeilen ist eine die »Myeloarchitektonik« des Igels darstellende Arbeit von Flores erschienen (Journal f. Neurologie u. Psychologie Bd. 17). Die Markscheidenmethode erlaubte bei diesem Tiere die Unterscheidung zahlreicher, gut charakterisierter Felder.

[2] Bei 10 von diesen Gehirnen war zum Zwecke des Studiums von Degenerationserscheinungen die Rinde nach einem älteren Vorschlage von Edinger 10 Tage vor der Tötung an umschriebener Stelle mit Formalin geätzt worden. Da diese Operation, abgesehen von der Ätzstelle, die Schichtung nicht beeinflußt hat, durften wir diese Präparate neben den von nicht operierten Mäusen stammenden zur Feststellung der normalen Verhältnisse benutzen. — Formalin bringt das Gewebe sofort zur Koagulation, »fixiert« es augenblicklich. Die so veränderte Gewebspartie wird unter äußerst geringen Reaktionserscheinungen in wenigen Tagen restlos resorbiert. Das Verfahren eignet sich sehr gut für viele Exstirpationsversuche.

Blöcke zerlegt, die eine genau senkrechte Schnittrichtung erlaubten. Durch eine solche Zerstückelung wird die Orientierung aber so sehr erschwert, daß wir es vorgezogen haben, nur an vollständigen Serien, dafür aber mehreren, in verschiedener Schnittrichtung geführten, zu arbeiten. Bei jeder Schnittrichtung wird ein anderer Teil der Rinde genau senkrecht getroffen. Die Maße, die wir von der Breite der Rinde geben, betreffen immer solche senkrecht getroffenen Stellen.

1. Makroskopische Anatomie.

Wie alle Säugergehirne, läßt sich auch das Gehirn der Maus in ein Paläencephalon und Neencephalon, (Edinger, 12), einteilen. Die Rinde des ersteren nenne ich mit Kappers (22) Paläocortex. Sie entspricht dem, was man gewöhnlich als Rinde des Riechlappens bezeichnet. In der Rinde des Neencephalon, dem Neocortex, unterscheidet Edinger bekanntlich noch die Rinde des Archipallium (Ammonshorn) von der des Neopallium. Ich werde mich in meiner Beschreibung auf die Darstellung der Rinde des Neopallium allein beschränken. Sie ist bei niederen Säugern viel weniger genau bekannt als die einfacher gebauten, phylogenetisch älteren Teile der Rinde und entspricht dem, was wir bei höheren Säugern und speziell beim Menschen allein als typische Hirnrinde aufzufassen gewohnt sind. Riechlappen und Ammonshorn werden wir nur insoweit berücksichtigen, als es die nachbarlichen Beziehungen zu der Rinde des Neopalliums mit sich bringen werden.

Die Konvexität der Hemisphären der Maus erscheint in frischem Zustande im wesentlichen glatt und furchenlos. Ein fixiertes und gehärtetes Mäusegehirn dagegen zeigt in der Regel mehrere ganz seichte Furchen. Die meisten von ihnen treten nur nach der Entwässerung deutlich hervor und sind durch Gefäße bedingte Eindrücke, welche wir wegen ihrer Inkonstanz nicht beschreiben. Zwei Gruben jedoch sind schon in frischem Zustande regelmäßig vorhanden:

1. Die Fovea limbica. Sie verläuft in einem flachen, nach aufwärts konkaven Bogen auf der Höhe der lateralen Konvexität des Pallium. Sie beginnt nahe dem okzipitalen Ende, verläuft leicht absteigend nach vorn, um ungefähr in der Mitte der Länge der Hemisphäre flach auszulaufen. Sie scheidet den Neocortex von dem Paläocortex.

2. Eine Fovea olfactoria, die den Frontalpol von unten her seicht einkerbt. Diese Furche ist bedingt durch den anliegenden Tractus und Bulbus olfactorius. Sie trennt Feld *r* von Feld *n*.

Außer diesen beiden konstanten und manifesten Gruben sind drei sogenannte innere Furchen, welche im fixierten und gehärteten Gehirn nicht selten stellenweise auch äußerlich manifest werden, deshalb erwähnenswert, weil sie konstant sind und in ihrer Lage genau äußeren Furchen anderer Nager entsprechen, welche stärker gefurchte Gehirne besitzen. Diese inneren Furchen sind Einkerbungen, welche nur die Zellschichten der Rinde betreffen, während die Molekularschicht, um so viel verbreitert, als die Zellschicht verschmälert ist, darüber wegzieht und so die Furche für den äußeren Anblick ausgleicht. Die eine dieser inneren Furchen setzt die Fovea olfactorica nach vorn fort. Eine zweite verläuft an der medianen Hemisphärenfläche über dem Balken zwischen der Fasciola cinerea und unseren Feldern *q* und *m* nach vorn, bildet weiter etwas absteigend die Grenze zwischen den Feldern *m* und *p* und läuft schließlich in die Spalte aus, welche den Frontalpol vom Tractus olfactorius trennt, die Fissura rhinalis medialis. Eine dritte verläuft auf der dorsalen Fläche sagittal, parallel der Mantelkante, etwa 1 mm lateral von derselben in fast der ganzen Länge der Hemisphäre. Sie bildet die laterale Grenze der Felder *l* und *q*. Beim Kaninchen und bei der Ratte ist diese Furche in einigen Teilen ihres Verlaufs regelmäßig als äußere Furche zu sehen. Bei Dolichotis patagonica ist sie nach Flatau und Jacobsohn (14) in der ganzen Länge der Hemisphäre deutlich ausgeprägt. Solche »inneren Furchen« sind also, wie auch B. Haller (18) betont hat, ohne Zweifel als Vorläufer wirklicher Furchen anzusehen. Von der Existenz zweier weiterer Furchen, welche Hermanides und Köppen (20) auch bei der Hausmaus gesehen haben, konnte ich mich nicht überzeugen. Dagegen fand ich in einigen Fällen die von Haller (17) beschriebene »Fissura limbica«, eine seichte Furche, welche dicht unterhalb der Mantelkante in der hinteren Hälfte der Hemisphäre die mediane Wand in sagittaler Richtung einkerbt. Vgl. auch Fig. 18, Taf. IV.

2. Einteilung der Rinde. Entwicklungsgeschichte.

Die Unterscheidung und Zählung der Schichten in der Hirnrinde läßt der Willkür Spielraum. Sie ist deshalb durch verschiedene Autoren in so verschiedener Weise erfolgt, daß wir uns zunächst über diese Fragen der Nomenklatur einigen müssen. Die Frage nach der Zahl der Schichten

scheint mir zur Zeit, solange wir über die Bedeutung, besonders den funktionellen Zusammenhang der Strata noch so gut wie gar nichts wissen, nicht von tieferer Bedeutung zu sein. Es handelt sich vor allem um das praktische Erfordernis, sich zwecks Verständigung auf eine bestimmte Art der Zählung zu einigen, die möglichst für die ganze Klasse der Säugetiere durchführbar ist. Sollen wir mit den englischen Autoren (Mott (26), Watson (42), Bolton (1), Tredgold (38) u. a.) fünf Schichten unterscheiden oder mit Brodmann (2—8), O. Vogt (41), Mauß (25) Marinesco und Goldstein (24) u. a. deren sechs? Sechs Schichten sind im Neocortex der Maus nirgends sehr deutlich und ganz ohne Willkür zu unterscheiden. Nun ist Brodmann der Ansicht, daß da, wo die Sechsschichtung fehlt, es sich nur um sekundäre Umgestaltung einer sechsschichtigen Ausgangsform handelt, und wir müssen, wenn er recht hat, erwarten, daß auch die Rinde der Maus, mindestens in ihrer Entwicklung, ein mehr oder weniger deutlich sechsschichtiges Durchgangsstadium durchläuft.

Es sei mir deshalb gestattet, hier kurz auf die Entwicklungsgeschichte dieses Organs einzugehen.

Ich stütze mich dabei auf 2 Serien durch fötale Mäusegehirne aus der 2. Hälfte der Schwangerschaft; die eine stammt von einem Fötus von 10.5 mm, die andere von einer beinahe ausgetragenen Frucht von 20 mm Länge. Für das Studium der Schichtenbildung wichtiger ist aber das etwas ältere Material, denn die Schichten differenzieren sich im Cortex dieses in sehr unreifem Zustande geborenen Tieres im wesentlichen erst zur Zeit der Geburt und in den ersten Lebenswochen. Ich habe deshalb Serien durch das Großhirn der neugeborenen Maus, ferner von neun jungen Mäusen untersucht. Ihr Alter betrug 25—30 Stunden, 3 Tage und wenige Stunden, 6 Tage, 7 Tage und wenige Stunden, 9 Tage und wenige Stunden, etwa 11 Tage, 12 Tage, 17 Tage und etwa 4 Wochen. Alle diese Serien waren in frontaler Richtung geschnitten in einer Dicke von 5, 7 oder 10 μ und mit Kresylviolett gefärbt.

Über die frühen fötalen Stadien, in denen sich die Rinde von der übrigen Hemisphärenwand noch nicht abgegrenzt hat und eine Schichtung innerhalb des Cortex noch nicht besteht, werden wir kurz hinweggehen. Wir können das um so eher, als wir darüber die schönen Untersuchungen von His (21), Ziehen (44), Paton (27) u. a.[1] besitzen.

[1] Frühe Entwicklungsstufen der Hemisphärenwand betrifft auch eine vor kurzem erschienene Arbeit von B. Haller (19, der älteste untersuchte Mäusefötus war 10 mm lang). Die Arbeit gibt uns deshalb wohl Aufschluß über die Genese der Schichten im Gesamtpallium, nicht aber in der Rinde, die sich erst viel später differenziert. Die wichtigen späteren Stadien werden hier nur gestreift.

Bei unserm jüngsten Fötus von 10.5 mm (vgl. Fig. 1, Taf. I) sehen wir innen, dem Ventrikel benachbart, eine breite, an dunkelgefärbten Zellen reiche Schicht *M*, welche sich durch zahlreiche Kernteilungsfiguren als die Keimschicht oder Matrix zu erkennen gibt. Sie ist gegen den Ventrikel durch eine fast überall deutliche Membrana limitans interna abgegrenzt, an der sich, gewöhnlich mit einem kleinen, dreieckigen Fuße, die Fortsätze mancher in der Matrix gelegener Zellen, der Spongioblasten von His (21), inserieren. Die Zellen der Keimschicht stehen mit ihren Achsen vorwiegend radiär. Nach außen folgt eine schmale Schicht mit vorwiegend tangentialer Stellung der etwas weniger intensiv gefärbten Zellen. Diese Schicht entspricht möglicherweise der viel zellärmeren Schicht, welche His (21) beim menschlichen Embryo als »Zwischenschicht« beschrieben hat. In der nach außen folgenden Schicht *R* mit den weniger dicht stehenden, radiär gestellten Elementen dürfen wir wohl die Rindenschicht sehen, auf die nach außen der zellarme Randschleier von His folgt. Diese gleiche Anordnung der Elemente finden wir überall, im ganzen Neopallium einschließlich der medialen Hemisphärenwand, doch ist die Differenzierung der Schichten in den ventral und lateral gelegenen, an die Anlage der Streifenhügel angrenzenden Teilen ausgesprochener, das ganze Pallium hier um das Doppelte dicker (etwa 240 μ) als in den dorsomedialen Partien.

Die weitere Entwicklung besteht nun im wesentlichen darin, daß sich zwischen der Matrix und der Anlage der Rinde eine breite, zellarme Zwischenschicht ausbildet, während sich die Rinde verbreitert, und zwar, wie wir mit His (21), Paton (27) und andern wohl mit Recht annehmen dürfen, zum großen Teil durch Zuwanderung von Elementen aus der Matrix, die sich ihrerseits mehr und mehr verschmälert.

Die Grenzen zwischen Matrix und Zwischenschicht und zwischen dieser und der Rindenschicht sind selbst in unserem nächsten Stadium, einem fast ausgetragenen Fötus von 20 mm Länge, noch keine scharfen. Das Gesamtpallium ist hier schon reichlich doppelt so dick wie beim jüngeren Fötus, mißt beispielsweise an der Stelle, an der sich später die Formation a der erwachsenen Rinde ausbildet (vgl. das Schema Fig. 9 auf S. 21), etwa 470 μ. Davon entfällt nicht ganz die Hälfte auf die Rinde, $^2/_5$ auf die helle, zellarme Zwischenschicht und nur noch $^1/_6$ bis $^1/_7$ auf die Matrix. Zu äußerst sehen wir, wie in allen Entwicklungsstadien, eine zellarme Schicht, den Randschleier oder das Stratum zonale, gegen die sich der zellreiche

Teil der Rinde scharf abgrenzt. Dieser ist zu äußerst, unmittelbar unter dem Stratum zonale, am dichtesten, das heißt am zellreichsten; seine Kerne sind hier besonders stark färbbar. Nach innen wird die Lagerung der Zellen weniger dicht, und sie lockert sich zu innerst noch weiter, so daß der Übergang in die noch zellärmere, helle Zwischenschicht sich ohne scharfe Grenze vollzieht. Die Zwischenschicht enthält ähnliche Elemente wie die Rinde. Wir müssen es uns versagen, auf die Beschreibung der Zellen selbst einzugehen. Sie stimmen in ihrer Struktur bis ins einzelne mit den Beschreibungen und Abbildungen überein, die His von den Elementen der Hemisphärenwand des 3—4 Monate alten menschlichen Fötus gegeben hat. Besonders besteht auch der Unterschied in Form und Größe zwischen den Neuroblasten der Zwischenschicht und denen der Rindenschicht, wie sie His (21) durch Fig. 74, S. 108 veranschaulicht hat. Hier interessiert nur, daß in der Rinde folgende Schichten unterscheidbar sind:

1. Das zellarme Stratum zonale.

2. Darunter eine besonders zellreiche Schicht mit dicht stehenden Elementen, die in die dritte Schicht mit etwas weniger dicht stehenden Zellen allmählich übergeht. Weitere Schichten sind nicht zu unterscheiden. Etwas den Retziusschen (35) Wärzchen oder dem Status verrucosus corticis simplex von Ranke (34) Entsprechendes habe ich auf der Konvexität der Hemisphären weder in diesem noch in anderen Entwicklungsstadien beobachtet. Bei der Besprechung von Formatio *t*, die wohl kaum dem Neopallium zugerechnet werden darf, werden wir diese Frage noch berühren.

Bei der neugeborenen Maus ist das Pallium nur wenig dicker als in dem eben beschriebenen Stadium; es mißt an der auf Fig. 2 Taf. 1 abgebildeten Stelle wenig über $^1/_2$ mm, die Rindenschicht aber hat sich erheblich, von wenig über 200 auf 300 bis 350 μ verbreitert. Diese Verbreiterung muß auf Kosten der beiden anderen Schichten erfolgt sein, denn die Zwischenschicht hat an Breite nicht nur relativ, sondern auch absolut etwas abgenommen und ist gleichzeitig erheblich ärmer an Zellen geworden, während die Matrix auf ein einschichtiges Epithel und eine nach außen von diesem liegende, schmale Schicht von unregelmäßig angeordneten, dunkelgefärbten Elementen reduziert ist. Die Abgrenzung der Rinde gegen die Zwischenschicht, aus der nun das Marklager entsteht, ist scharf; vgl. Fig. 2 auf Taf. 1, welche eine Stelle darstellt, aus der sich später die Formation *a* der erwachsenen Maus entwickelt. Wir werden der Beschreibung

der Rinde auch in den folgenden Stadien immer in erster Linie die Befunde an dieser selben Stelle zugrunde legen.

Wir glauben diese gleiche Stelle immer zu finden, wenn wir aus den Frontalserien den Schnitt herausgreifen, der die Hemisphäre genau in der Mitte ihrer Längsausdehnung trifft und hier — den Durchschnitt durch eine Hemisphäre als Halbkreis mit lateraler Konvexität gedacht — die dorsale Rinde etwa 30° von der Mittellinie entfernt betrachten. Diese Stelle ist schon von frühen Stadien an durch besonders große Zellen in der zweituntersten Rindenschicht vor ihrer Umgebung ausgezeichnet, wie das Feld *a* der erwachsenen Rinde. — Diese Art der Bestimmung ergab uns viel zuverlässiger die gleiche Stelle als der Versuch, uns nach topographischen Beziehungen zu benachbarten Bestandteilen des Großhirns, z. B. dem Balken oder dem Ammonshorn, zu richten, Gebilden, welche sich in frühen Stadien beständig verschieben bzw. einseitig wachsen.

Da die Formation *a* zu den bestentwickelten Teilen der Rinde gehört und sich ihre Architektur auch im erwachsenen Zustande nur sehr wenig vom allgemeinen Grundplan des Neocortex entfernt, eignet sie sich besonders gut zur Darlegung der Grundzüge der Entwicklung.

Auf unserer Figur 2 sehen wir, daß die äußerste Schicht der Rinde sich wie früher durch ihre Armut an Zellen scharf absetzt. Darunter finden wir eine breite, dunkle Schicht, welche von dicht stehenden Elementen mit vorwiegend dunkel gefärbten, kleinen, runden Kernen gebildet wird. Wir nennen sie äußere Hauptzellschicht. Ohne scharfe Grenze geht diese Schicht nach unten über in eine etwas hellere, welche sehr große und relativ protoplasmareiche Elemente mit großen bläschenförmigen Kernen enthält. Diese Zellen sind, wie auch die weitere Entwicklung uns zeigen wird, die großen Zellen der Schicht V nach der Brodmannschen Zählung, der wir uns anschließen werden, der Lamina ganglionaris. Nach innen folgt nun eine sehr breite Schicht mit locker stehenden, dunkeln, kleinen Elementen. Diese Schicht enthält besonders an ihrem Übergang in die großzellige auch vereinzelte größere, hellere Zellen. Die beiden inneren Schichten der Rinde, die wir als innere Hauptzellschicht zusammenfassen könnten und aus denen, wie wir noch zeigen werden, Schicht V und VI hervorgehen, nehmen beinahe $^2/_3$ der ganzen Rindenbreite ein, während die äußere Hauptzellschicht nur wenig mehr als $^1/_4$ der Gesamtbreite ausmacht. Von einer Sechsschichtung nach Brodmann ist in diesem Stadium ebensowenig an der hier abgebildeten Stelle als an irgend einer anderen Stelle der Rinde etwas zu sehen. Die äußere Hauptzellschicht, die die Anlage von Brodmanns Schicht II bis IV darstellt, ist noch durchaus einheitlich. Die innerste Schicht der Rinde zeigt an einigen Stellen (auf unserer Figur nicht zu sehen) die

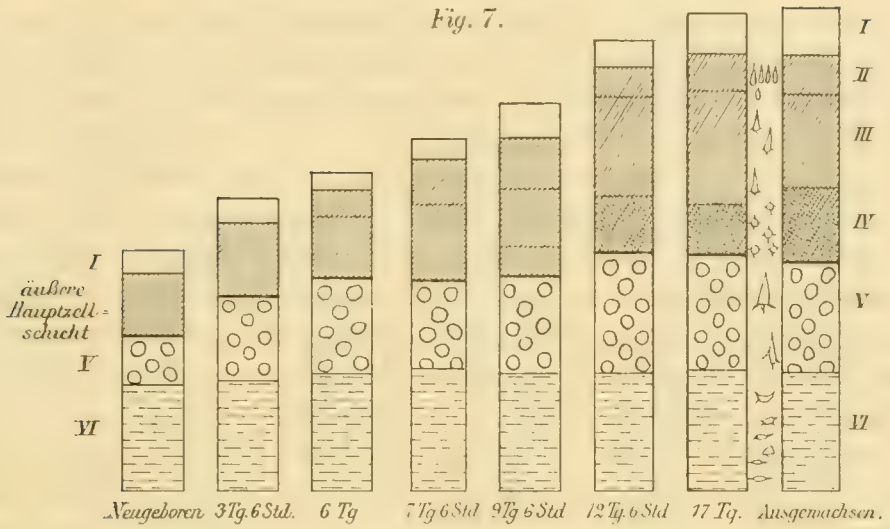
Tendenz einer Teilung in Unterschichten, indem sich zu innerst, an der Grenze gegen die weiße Substanz, ein schmaler zellenreicher Streifen bildet, der durch eine etwas zellärmere Lage von den wieder etwas zellreicheren äußeren Teilen dieser Schicht getrennt ist. An solchen Stellen kann man also im ganzen 6 Schichten zählen. Diese 6 Schichten entsprechen aber keineswegs den 6 Schichten nach Brodmanns Zählung, denn die drei untersten von ihnen sind nur Unterschichten der späteren Schicht VI. Auf die Beschreibung der Fortsätze der Zellen gehen wir nicht ein, weil die von uns angewandte Färbungsmethode darüber nicht immer genügenden Aufschluß gibt.

Ich möchte hier nur im Gegensatz zu Stefanowska (37) betonen, daß in der zweituntersten Schicht die Zellen unmittelbar nach der Geburt nicht nur radiär gerichtete Fortsätze (Schaftfortsatz und Achsenzylinder) erkennen lassen, sondern auch die Basaldendriten der hier liegenden »großen Pyramiden« schon zu dieser Zeit angelegt sind. Im übrigen gibt die Arbeit von Stefanowska, welche die Hirnrinde der Maus unmittelbar nach der Geburt und in den ersten Lebenswochen betrifft, dank der Golgischen Silbermethode über die Entwicklung der Fortsätze der Zellen viel besseren Aufschluß, als wir es können. Jene Untersuchung, die nicht, wie die unsrige auf Schichtenbildung, sondern auf die einzelnen Zellen gerichtet war, führte in einem wichtigen Punkte zu einem mit unseren Befunden übereinstimmenden Resultate, indem sie zeigte, daß auch die Zellindividuen in den untersten Schichten am frühesten, in den ersten Tagen nach der Geburt, ihre volle Entwicklung erreichen, während die Elemente der oberen Schichten erst später reif werden, so daß hier die letzten Zellen erst am 12. bis 15. Lebenstage wie die Zellen der erwachsenen Rinde aussehen.

In der weiteren Entwicklung verbreitert sich die Rinde ziemlich rasch. Die Beteiligung der einzelnen Schichten an dieser Verbreiterung ist eine sehr verschiedene. Unser Schema Fig. 7 veranschaulicht diese Verhältnisse.

Es ist gewonnen worden durch mikrometrische Messungen der einzelnen Schichten an möglichst genau entsprechender Stelle der Rinde in den verschiedenen Entwicklungsstadien. Die Vergrößerung ist eine hundertfache. Selbstverständlich sind die Grenzen zwischen den einzelnen Schichten nicht so scharf, wie sie unser Schema darstellt. Auch schwankt die Breite der Rinde und der einzelnen Schichten innerhalb ein und derselben Formation. Ich

Fig. 7.



Wachstum der Rinde (Formatio *a*) in den ersten Lebenswochen.

habe deshalb für jedes Schema mehrere Messungen ausgeführt, die übrigens nur sehr wenig von einander abweichende Zahlen ergaben, und habe die Durchschnittswerte eingetragen. Es sind mehr Stadien gemessen worden, als in unser Schema eingetragen sind. Die nicht eingezeichneten Zwischenstadien fügen sich genau in den Rahmen unseres Schemas ein und bestätigen die Zuverlässigkeit unserer Maße. Wir sehen also im großen und ganzen, daß die innersten Schichten schon sehr früh, in den ersten Tagen nach der Geburt ihre volle Breite erreichen, während die äußeren Schichten erst sehr viel später die Maße erlangen, welche ihnen in der Rinde des erwachsenen Tieres zukommen. Unsere Befunde stimmen hierin vollkommen überein mit den Angaben, welche Rondoni (36) über das Wachstum der Schichten in der menschlichen Hirnrinde gemacht hat. Englische Autoren (Watson (42), Bolton (1) u. a.) haben schon seit längerer Zeit die frühere Entwicklung der unteren Rindenschichten betont.

Die Verbreiterung der Schichten erfolgt im allgemeinen weniger durch Zunahme der Zahl der Elemente als durch Vergrößerung der Zellen und ganz besonders durch Zunahme ihrer Abstände, also durch Wachstum der Zwischensubstanz.

Am augenfälligsten ist in den ersten Stunden des extrauterinen Lebens die Veränderung in der untersten Schicht. Während sie beim neugeborenen

Tiere vorwiegend kleine, dunkle Kerne enthält, findet sich in ihr schon nach 25 bis 30 Stunden eine beträchtliche Zahl von größeren, bläschenförmigen Kernen mit deutlicher Membran. Die 1 bis 3 größeren Kernkörperchen und zahlreiche feine Körnchen heben sich deutlich von dem hellen Grunde ab. In einzelnen Kernen ist ein feines Chromatinnetz zu erkennen. Besonders große Elemente von ovaler, zum Teil spindeliger Form finden sich zu unterst an der Grenze der Marksubstanz. Ihre Längsachse steht tangential. Das wenige Protoplasma, das unsere Färbung darstellt, findet sich hier an den Enden der ovalen Kerne. Nach außen liegen etwas kleinere Elemente, deren Hauptachse (soweit sie nicht rundlich erscheinen) öfter radiär als tangential gerichtet ist. Die großen Elemente der zweituntersten Schicht sind auch etwas größer, aber nur wenig zahlreicher geworden. Die Vergrößerung betrifft besonders den Kern, dessen Membran und Kernkörperchen sich deutlicher von dem helleren Grunde abheben. Die äußeren Schichten haben sich gegenüber dem Zustande beim neugeborenen Tiere kaum merklich verändert.

Im folgenden Stadium von 3 Tagen und wenigen Stunden ist die Ganglienzellenschicht viel breiter geworden, ihre Elemente zahlreicher und größer (s. Fig. 3 auf Taf. I).

Auch in der innersten Schicht haben sich die Elemente noch weiter vergrößert. Die äußere Hauptzellschicht hat sich gegenüber dem neugeborenen Tier nur wenig verändert. Ihre Zellen sind etwas größer geworden, doch stehen sie noch ebenso dicht wie in den früheren Stadien. Wie dicht ihre Lagerung ist, wird einem am besten klar durch Vergleichung von Fig. 3 auf Taf. I, welche einen nur 5 μ dicken Schnitt darstellt, mit Fig. 12, Taf. III, welche die gleiche Stelle bei einem erwachsenen Tier in einem 10 μ dicken Schnitte zeigt. Trotz der doppelten Dicke des Schnittes erscheinen hier die Zellen in der äußeren Hauptzellschicht viel weniger dicht gelagert als bei der jungen Maus. Ein 10 μ dicker Schnitt läßt bei einem sehr jungen Tiere in der äußeren Hauptzellschicht die einzelnen Elemente kaum erkennen; so dicht ist ihre Lagerung. — Schon im Alter von drei Tagen sind am äußersten Saum der Hauptzellschicht die Elemente stellenweise noch ganz besonders dicht gelagert.

Bei der Maus von 6 Tagen ist die äußere Hauptzellschicht merklich breiter geworden, ihre Elemente stehen im ganzen etwas weniger dicht, besonders in den inneren Lagen dieser Schicht, die sich von den äußeren

auch durch geringere Färbbarkeit ihrer etwas größeren Zellen unterscheiden. Zu äußerst, unmittelbar unter der Molekularschicht, stehen die Zellen dichter und nehmen sie besonders dunkle Färbung an. In dieser peripheren, dichten Lage, die wir auch schon im früheren Stadium angedeutet fanden, dürfen wir vielleicht die Anlage der Brodmannschen Schicht II sehen, die bei erwachsenen Tieren kaum so deutlich ist wie hier. Noch deutlicher finden wir diese Verdichtung in den lateral anschließenden Teilen der Rinde, aus denen wir Formation *b* entstehen sehen. Die inneren Schichten der Rinde (V und VI) haben durch Zunahme der Abstände zwischen den Zellen weiter etwas an Breite zugenommen.

Bei der Maus von 7 Tagen und 6 Stunden finden wir die äußere Hauptzellschicht wieder erheblich verbreitert. Die Verdichtung unter der Molekularschicht ist noch deutlicher geworden. Die anderen Schichten haben auch ein wenig an Breite zugenommen, und zwar wieder durch Zunahme der Zwischensubstanz. Überhaupt erscheint die ganze Rinde in jedem weiteren Stadium lockerer. Einen wesentlichen Bestandteil der zunehmenden Zwischensubstanz bilden ohne Zweifel die Fasern; und wenn wir auch bei der hier angewandten Färbung diese Fasern nicht direkt zu sehen vermögen, so weist doch die Stellung der Zellen, besonders in der untersten Schicht, auf ihre Existenz hin. Die Zellen stehen hier sowohl in tangentialen wie in radiären Reihen geordnet, als lägen sie in den Maschen eines regelmäßigen Netzes von sich rechtwinklig schneidenden Fasern.

Dies Verhalten ist bei der Maus von 9 Tagen und 6 Stunden (vgl. Fig. 4, Taf. I) besonders deutlich, aber auch beim erwachsenen Tier ausgesprochen. Wir werden noch darauf zurückkommen und zeigen, daß diese Stellung der Zellen dort wirklich durch den Faserverlauf bedingt ist. Die äußere Hauptschicht ist bis zum 9. Tage wieder deutlich breiter geworden. Wir finden jetzt zum erstenmal die Andeutung einer inneren Körnerschicht, einer Schicht IV, indem zahlreiche kleine Elemente sich am inneren Rande der äußeren Hauptzellschicht unmittelbar über der Ganglienzellschicht anhäufen. Wir finden also in diesem Alter 6 Schichten. Noch deutlicher sind diese 6 Schichten in den lateral anschließenden Teilen der Rinde, aus denen sich Formation *b* entwickelt.

Bei der Maus von 12 Tagen ist die Teilung der äußeren Hauptzellschicht in 3 Schichten noch deutlicher ausgesprochen (vgl. Fig. 5 auf Taf. I).

Wir haben hier unzweifelhaft, was wir suchten, das von Brodmann postulierte sechsschichtige Durchgangsstadium in der Rinde auch dieses Tieres. Auch mit 17 Tagen finden wir die 6 Schichten noch deutlich ausgesprochen. Später lockert sich die dichte Zellenlage, die unmittelbar unter der Molekularschicht liegt, wieder auf, so daß diese Schicht II im erwachsenen Mäusegehirn weniger deutlich ist als in den beschriebenen Stadien. Im übrigen unterscheidet sich die Rinde der Maus von 17 Tagen nur wenig von der des erwachsenen Tieres. Die äußere Hauptzellschicht verbreitert sich allerdings noch um ein wenig; besonders wird die 4. Schicht noch etwas deutlicher und breiter.

Wir sehen also, daß im Entwicklungsgang des Neopallium der Maus tatsächlich an einigen Stellen 6 Schichten auftreten. Dies gilt aber nicht für alle Teile des dorsalen Hirnmantels, sondern nur für die auch im erwachsenen Zustande am höchsten differenzierten Teile desselben, besonders für die Areae *a* und *b*, während in den Feldern *c*, *d*, *k* und *l* die äußere Hauptzellschicht in keinem Entwicklungsstadium so weit differenziert ist, nie deutlicher in Schichten geteilt, als wir sie beim erwachsenen Tiere finden werden[1].

Da nun Feld *k* und ein Teil des Feldes *l*, wie wir später zeigen werden, dem entsprechen, was Brodmann beim Kaninchen als Area gigantopyramidalis auffaßt, können wir die Gültigkeit der Ansicht dieses Forschers, nach der die agranuläre Area gigantopyramidalis durch Umwandlung einer in der Entwicklung deutlich sechsschichtigen, auch eine innere Körnerschicht aufweisenden Formation zustande kommt, für die Maus nicht bestätigen.

Noch weniger als in den eben angeführten Feldern ist in anderen Teilen der Rinde von einem deutlich sechsschichtigen Durchgangsstadium irgendwann etwas zu sehen. Ich fasse deshalb die einfacher gebauten Teile des Neocortex der Maus nicht als Produkt einer Rückbildung auf, sondern halte sie einfach für weniger weit differenziert. Es erscheint mir aber trotzdem praktisch richtig, auch für die Beschreibung der weniger hoch differenzierten Teile der Rinde des Neopallium von der Sechsschichtung auszugehen und sie soweit wie möglich immer mit der sechsschichtigen Rinde zu ver-

[1] Die Lage der Felder auf der Oberfläche der Hemisphäre der erwachsenen Maus ist aus den Figuren 9, 10 und 11 auf S. 21 zu ersehen.

gleichen. Auf diese Weise erreichen wir leichter den Anschluß an höhere Formen, dessen wir für die Erforschung der Funktion besonders bedürfen. Es scheint mir dies um so gerechtfertigter, als ich beim erwachsenen Kaninchen und der erwachsenen Ratte in einem größeren Teile des Neopallium deutlich 6 Schichten sehe, wie sie Brodmann beim Kaninchen und beim Ziesel gefunden hat.

Daß die Rinde der höheren Säuger, besonders des Menschen, 6 Schichten aufweist, oder ein sechsschichtiges Durchgangsstadium durchläuft, ist von vielen Seiten nachgewiesen (O. Vogt (41), H. Vogt (40), Rondoni (36), Marinesco und Goldstein (24) und andere). Ja, selbst die Abbildungen von Autoren, die nur 5 Schichten zählen, scheinen mir deutlich 6 Schichten zu zeigen, so z. B. mehrere Abbildungen in Motts (26) Abhandlungen, in Wilsons Arbeit (23) Fig. 2a u. a. Auch für niedrigere Ordnungen ist der Nachweis von 6 Schichten mehrfach erbracht; hat doch Brodmann (9) bei einem Marsupialier (*Makropus dorsalis*) im fötalen und erwachsenen Zustande die Sechsschichtigkeit nachgewiesen und durch überzeugende Abbildungen belegt. Auch *Didelphys* besitzt nach dem gleichen Autor Sechsschichtung, allerdings in einem kleinen Ausbreitungsbezirk. Ja, sogar bei Monotremen hat Brodmann, wenn auch in modifizierter Form, Sechsschichtung konstatiert. Kappers (22) bestätigt das Vorkommen von 6 Schichten in gewissen Entwicklungsstadien von *Dasypus novem-cinctus*. Bei den Insektivoren zählt Watson (42) nur 5 Schichten; doch haben mich gerade einige Abbildungen, welche dieser Autor von der Rinde des Maulwurfes und der Spitzmaus bringt, z. B. seine Abbildungen 2, 9 und 10, davon überzeugt, daß sich auch bei dieser Ordnung stellenweise ungezwungen 6 Schichten unterscheiden lassen.

Nach B. Haller (18) stehen die Nager in der phylogenetischen Reihe auf der Grenze zwischen den Tieren mit Sechsschichtung und denen, welche einen einfacheren Grundtypus aufweisen. Bei der Maus unterscheidet dieser Forscher je nach der Stelle drei bis sechs Schichten. Wo er aber 6 Schichten unterscheidet (an einigen Stellen seines dorso-occipitalen Gebiets), entspricht seine Zählung nicht derjenigen von Brodmann, denn die Sechszahl kommt bei ihm dadurch zustande, daß er in seiner 5. Schicht (Brodmanns Schicht VI) zwei Unterschichten unterscheidet. In der Abbildung Nr. 23 der Hallerschen Arbeit (18), die unsere Formation *b* wiedergibt, sind aber mit schematischer Deutlichkeit die 6 Schichten nach Brodmannscher Zählung zu erkennen; die zweite wird aber nicht mitgezählt.

3. Rinde und Rindenfelder des erwachsenen Tieres.

Bei oberflächlicher Betrachtung der linken Seite von Fig. 8 (Taf. II) sehen wir zunächst 4 Schichten, 2 zellarme und 2 zellreiche, die miteinander abwechseln. Die äußerste, zellarme, ist das Stratum zonale, moleculare oder plexiforme der Autoren, Schicht I. Sie fehlt in keiner Formation, in keinem Entwicklungsstadium, ist im Paläo- und Archipallium in gleicher Weise vorhanden und ist phylogenetisch sehr alt. Die darunterliegende, breite, zellreiche Schicht ist die Schicht der kleinen und mittel-

großen (nach einigen auch der großen) Pyramiden einschließlich der Körnerschichten der Autoren. Wir unterscheiden in ihr mit Brodmann Schicht II, III und IV, denn sowohl an ihrem äußeren wie an ihrem inneren Rande zeigt sie in einigen Feldern Verdichtungen, die wir als besondere Schichten auffassen, entsprechend der äußeren (II.) und inneren (IV.) Körnerschicht Brodmanns. Schicht II ist in unserer Figur kaum angedeutet, während die dichte, kleinzellige Schicht IV deutlich ausgesprochen ist. Der darunterliegende, breite, zellarme Streifen entspricht der Schicht der großen Pyramiden einiger Autoren, während andere, so auch Brodmann, sie als Ganglienschicht bezeichnen. Wir nennen sie ebenfalls Lamina ganglionaris, Schicht V. Sie ist an der Größe und lockeren Stellung ihrer Elemente überall leicht zu erkennen. Auch die innerste zellreiche Schicht, die Spindelzellenschicht oder Lamina multiformis mancher Autoren, Schicht VI, zeichnet sich durch große Konstanz aus. Zu unterst, unmittelbar über der weißen Substanz, liegen ihre spindeligen Elemente häufig in tangentialen Reihen angeordnet, während in den äußeren Teilen dieser Schicht nicht selten eine Anordnung der Zellen in radiär gerichteten Reihen zu sehen ist. Diese Anordnung der Elemente ist durch die Verlaufsrichtung der Fasern bedingt, wie auch aus unserer Figur ersichtlich ist.

Das wichtigste Unterscheidungsmerkmal der verschiedenen Felder der Rinde liegt in der sehr verschiedenen Ausbildung und Breite der einzelnen Schichten. Besonders ist das Verhältnis der Breite der äußeren Hauptzellschicht, also der Schichten II bis IV, zu der Breite der ontogenetisch älteren, inneren Schichten V und VI, ein so wechselndes, daß wir es zur Unterscheidung der verschiedenen Strukturen mit benutzen. In unserer Figur 8 beträgt dieses Verhältnis ungefähr 42 : 58. Die äußere Hauptzellschicht ist nirgends wesentlich breiter als hier, übertrifft jedenfalls nie die beiden inneren Schichten an Breite, dagegen kann sie sehr viel schmäler sein als in der hier abgebildeten Formation, so daß sie von den inneren Schichten an Breite um das vier- und mehrfache übertroffen werden kann.

Wenn wir für die Unterscheidung der Strukturen im allgemeinen dieses Verhältnis mit berücksichtigen, wird vielleicht eingewandt werden, daß es lediglich die äußere Konfiguration der Hemisphäre ist, welche das Verhältnis bestimmt, indem bei stark konvex gewölbter Oberfläche die äußeren Schichten einen viel stärkeren Flächenzuwachs erfahren als die inneren, sie deshalb ceteris paribus dort schmäler sein können; und in der Tat sind die stark gewölbten Stellen, z. B. die Mantelkante und der Frontalpol, durch Schmalheit der äußeren Hauptzellschicht ausgezeichnet. Doch ist das Verhältnis der äußeren zu den

inneren Schichten nicht proportional der Wölbung. Die äußeren Schichten können trotz schwacher Wölbung sehr schmal sein. Wir dürfen also in dem Verhältnis der Schichten mehr sehen als nur eine Folge der Oberflächengestalt.

Wir haben in die rechte Hälfte unserer Figur 8 Zellen und Fasern eingezeichnet, wie sie sich mit den Silbermethoden in diesem Rindenfelde (*b*) darstellen lassen. Die schwarzen Zellen sind Golgipräparaten entnommen, die übrigen Fasern nach Silberpräparaten nach Cajal und Bielschowsky gezeichnet. Wenn auch die geschwärzten Zellen, um Elemente aus jeder Schicht darstellen zu können, aus mehreren Golgischnitten zusammengetragen sind, so stammen sie doch selbstverständlich alle aus einem und demselben strukturellen Felde. Wir wollen durch diese Zeichnung dem Leser vergegenwärtigen, was er sich bei Betrachtung der Zelltorsi, wie sie unsere mit Anilinfarben gewonnenen Bilder zeigen, als Ergänzung zu denken hat. Eine genaue Beschreibung dieses Faserbildes gehört nicht in den Rahmen dieser Arbeit. Sie ist in ausgezeichneter Weise wiederholt von S. Ramon y Cajal gegeben worden. Ich mache nur darauf aufmerksam, daß in den Schichten IV und VI das Netz der Fibrillen besonders dicht erscheint. Dies Verhalten ist sowohl bei Behandlung nach Cajal als nach Bielschowsky in allen Feldern des Neopallium (soweit die genannten Schichten im Zellbild ausgeprägt sind) konstant. Auch für die Beschreibung der Zellen, wie sie sich in der Rinde der Maus mit der Golgischen Silberreduktionsmethode darstellen lassen, verweise ich im übrigen auf die schönen Untersuchungen von Cajal (32, 33).

An markhaltigen Fasern ist die Rinde der Maus sehr arm. Die aus der weißen Substanz radiär in die Rinde einstrahlenden Fasern sind allerdings zum Teil markhaltig, doch verlieren sie ihr Mark schon bei ihrem Durchtritt durch die VI. und V. Schicht, so daß wir in der Regel die äußeren Schichten der Rinde völlig marklos finden. In der VI. Schicht, besonders in ihren untersten, an die weiße Substanz angrenzenden Teilen, finden wir an manchen Stellen parallel der Oberfläche ziehende markhaltige Fasern. Sie laufen zum Teil in frontaler, zum Teil in sagittaler, seltener in schräger Richtung.

Der Bau der einzelnen Rindenfelder.

Die Felder des Neopallium der Maus lassen sich nach ihrem Bau ungezwungen in drei große Gruppen einteilen. Wir grenzen diese großen Bezirke auf unseren Zeichnungen 9—11 durch doppelte Linien voneinander ab, während die einzelnen Felder mit einfachen Linien eingezeichnet sind. Das erste Gebiet umfaßt den größten Teil der Konvexität mit Ausnahme des vordersten und mediansten Teiles derselben. Wir nennen es das dorsolaterale Gebiet. Das zweite Gebiet umfaßt den Frontalpol und den größten Teil der medialen Hemisphärenfläche und zieht sich über dem Balken und längs der Mantelkante nach hinten. Wir bezeichnen es als frontomediales Gebiet. Von diesen beiden Gebieten weicht das dritte und kleinste, das suboccipitale, im Bau stark ab. Es liegt an der Unterfläche des Hinterhauptlappens kaudal und lateral vom hinteren Balkenende, entsprechend Brodmanns Regio retrosplenialis.

Wir messen dieser unserer Einteilung keine weitergehende Bedeutung bei[1]. Sie soll uns nur die Beschreibung der einzelnen Felder erleichtern, indem sie uns ermöglicht, die Grundzüge mehrerer einander ähnlicher Strukturen gemeinsam zu betrachten.

Haller (18) hat für die Einteilung der Oberfläche des Mäusegehirns, ebenso Brodmann (9) für die Topographie der Hemisphären anderer Nager den Begriff der Insel benutzt, welche beide Autoren durch das Claustrum charakterisiert sein lassen, das sie als abgesprengtes Stück der untersten Rindenschicht betrachten. Das Gebilde, welches Haller (18) in Fig. 26 auf Taf. XXXIII als Claustrum der Maus abgebildet hat, reicht viel weniger weit nach vorn als das viel ausgedehntere und besser abgegrenzte Claustrum des Kaninchens und könnte nur dem hinteren Teile dieses Gebildes entsprechen. Mir erscheint es noch zweifelhaft, ob jene zum Teil großzellige Portion grauer Substanz hier nicht eher dem Linsenkern zuzurechnen ist. (Wir haben die Lage dieses Gebildes in der Projektion auf unserem Schema Fig. 10 durch eine punktierte Linie angedeutet.) Wie dem auch sei, als Merkmal für die Einteilung ist es für uns ganz ungeeignet, denn es liegt größtenteils unter dem Paläopallium, und soweit es unter der Rinde des Neopallium liegt, entspricht es keinem bestimmten Feld derselben. Es vereinigt heterogene und trennt zusammengehörige Formationen.

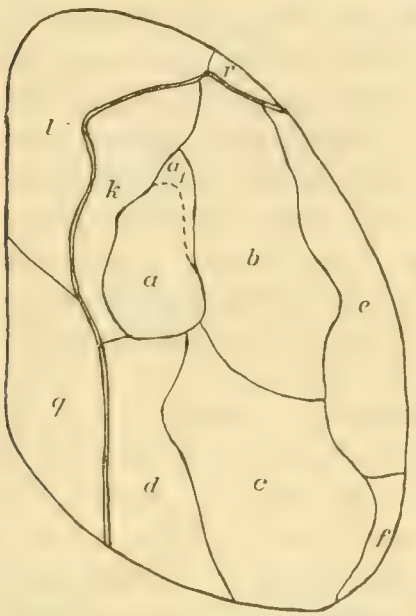
Die einzelnen Felder bezeichnen wir mit Buchstaben. Die Figuren 9, 10 und 11 zeigen ihre Lage auf der Gehirnoberfläche. Die einzelnen Strukturen sind nur ausnahmsweise scharf gegeneinander abgegrenzt. Im allgemeinen bestehen allmähliche Übergänge zwischen zwei benachbarten Feldern, und oft ist es willkürlich, wo man in diesem Übergangsgebiete die Grenze hinsetzen will. Wenn wir trotzdem auf unseren Oberflächenschemata die Grenzen als scharfe Linien zeichnen, lassen wir uns eine kleine Ungenauigkeit zuschulden kommen, wie man sie fast jedem Schema zugute halten muß.

A. Das dorso-laterale Gebiet.

Wir haben eine Formation dieses Gebiets der Besprechung des allgemeinen Bauplanes der Rinde zugrunde gelegt, können also dafür auf das dort Gesagte verweisen. Wir sehen, daß in diesem Gebiet ein sechsschichtiger Grundplan sich erkennen läßt. Dadurch ist die Rinde hier den meisten Teilen des Neopallium der höheren Säuger viel ähnlicher als die-

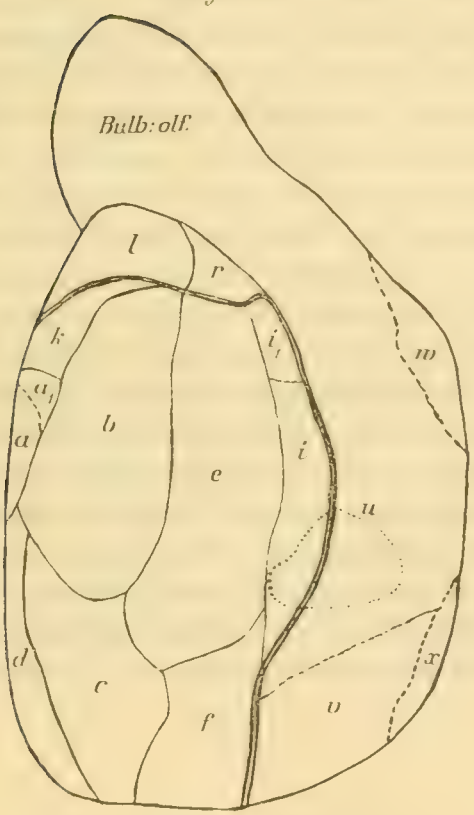
[1] Besonders soll dadurch nicht Stellung zu oder gar gegen die Hallersche Einteilung der Hirnrinde (vgl. auch Arch. f. mikroskop. Anat. Bd. 76 Heft 2) genommen werden. Hierzu würden nur viel ausgedehntere vergleichend-anatomische Untersuchungen berechtigen, als ich sie anstellen konnte. Ich kann nur sagen, daß ich jene Einteilung für meine Zwecke praktisch nicht geeignet fand.

Fig. 9.



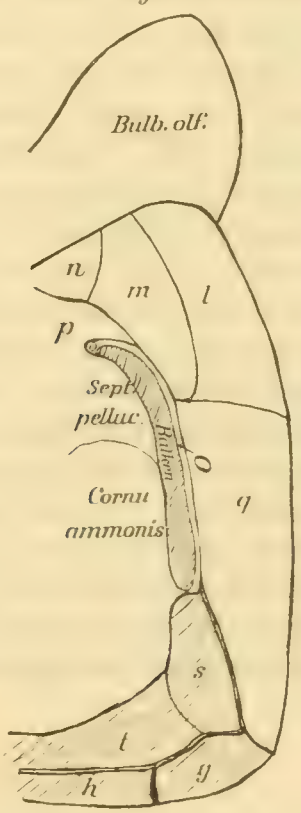
Rechte Hemisphäre, Dorsalansicht.

Fig. 10.



Rechte Hemisphäre, Lateralansicht.

Fig. 11.



Rechte Hemisphäre, Medianansicht. Die Felder *t*, *s*, *h* und *g* liegen nicht in derselben (Median-) Ebene wie die übrigen Gebilde.

jenige der anderen Gebiete, in denen die äußere Hauptzellschicht meistens so schmal ist, daß es zu einer deutlichen Differenzierung der aus ihr hervorgehenden Schichten nicht kommt. Die gute Entwicklung der äußeren Hauptzellschicht bildet das Hauptcharakteristikum unseres dorso-lateralen Gebiets. Die Breite der Rinde ist in diesem Gebiete eine mittlere, indem weder sehr breite noch sehr schmale Rindenfelder dazu gehören. Die Breite nimmt im allgemeinen von hinten nach vorn und von median nach lateral zu. Sie schwankt zwischen 0.56 mm (median und hinten) und 0.9 mm (lateral und vorn). Davon entfällt durchschnittlich $^1/_{10}$ bis $^1/_{12}$ auf die I. Schicht, $^2/_5$ auf die äußere Hauptzellschicht und die Hälfte auf die beiden innersten Schichten.

Die Struktur des Feldes *a* stellt Fig. 12, Taf. III, dar. Sie ist besonders ausgezeichnet durch große Elemente in Schicht V (die größeren unter ihnen messen bis 18 und 20 μ sowohl in radiärer wie in querer Richtung) und durch ziemlich großen Zellreichtum in allen Schichten. Man kann in dieser Formation stellenweise sämtliche sechs Schichten erkennen, denn die Zellen stehen unmittelbar unter der I. Schicht besonders dicht und deuten so die Existenz einer Schicht II an. Schicht IV mit ihren zahlreichen kleinen Elementen ist deutlich ausgeprägt. Der an diese Schicht angrenzende Streifen von Schicht V ist gewöhnlich frei von sehr großen Elementen. Diese finden sich besonders über die mittleren und tieferen Teile der Lamina Ganglionaris verteilt. Diese Verteilung ist keine ganz gleichmäßige, indem die Zellen öfter zu mehreren eine kleine Gruppe bilden. Doch tritt diese Tendenz zur Gruppenbildung nur an wenigen Stellen deutlich hervor. Die innerste VI. Schicht hebt sich durch ihre dichterstehenden kleineren Elemente deutlich ab. Die Zellen stehen mit ihren Längsachsen meist quer. In den innersten Lagen der Schicht ist eine Anordnung der Elemente in tangentialen Reihen an den meisten Stellen deutlich. Diese Anordnung ist bedingt durch den Verlauf der Fasern, ähnlich wie es Fig. 8, Taf. II, darstellt. Jene Figur stellt allerdings eine andere Formation dar, weist aber in diesem Punkte die gleichen Verhältnisse auf wie Feld *a*. Ein Teil dieser Fasern ist markhaltig. In den äußeren Teilen der Schicht VI herrscht dagegen an den meisten Stellen eine radiäre Anordnung der Elemente vor, entsprechend dem Vorwiegen der radiär verlaufenden, nur zum kleineren Teil markhaltigen Fasern. Man könnte nach dieser Anordnung der Elemente also in der VI. Schicht, zwei Unterschichten unterscheiden. Dies gilt nur

für den vorderen Teil des Feldes, im hinteren Teil verwischt sich dieser Unterschied. Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den beiden inneren Schichten beträgt hier etwa 48 : 52.

Frontal und lateral von Feld *a* ist eine Gegend, deren Struktur sich von *a* nur ganz unbedeutend unterscheidet, indem Schicht IV hier etwas weniger akzentuiert und die Zellen in Schicht V nicht ganz so groß sind wie in *a* (die größeren messen etwa 14 : 15 μ), wenn auch größer als z. B. in *b*. Wir bezeichnen diesen Teil des Feldes als a_1 und grenzen ihn durch eine unterbrochene Linie vom Hauptfeld *a* ab.

Feld *b* ist dargestellt in Fig. 6, Taf. I und Fig. 8, Taf. II. Erstere stammt aus dem vorderen, letztere aus dem hinteren Teil des Feldes. Wir erkennen diese Struktur an der sehr breiten und wohlausgebildeten Schicht IV und, im Gegensatz zu Feld *a*, an der geringeren Größe der Elemente in Schicht V. Schicht II ist beim erwachsenen Tier nur ganz schwach angedeutet, während wir sie vom 9. bis 17. Lebenstage hier sehr deutlich ausgesprochen fanden. In Schicht VI lassen sich, besonders im vorderen Teil des Feldes, ähnlich wie in Feld *a*, 2 Unterschichten unterscheiden, die untere durch tangentiale, die obere durch radiäre Anordnungen der Zellen ausgezeichnet. Wir haben schon bei Besprechung des allgemeinen Bauplanes gesehen, daß diese Anordnung durch den Faserverlauf bedingt ist. Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den inneren Schichten beträgt hier etwa 45 : 55, ist also fast gleich wie für Feld *a*.

Lateral und hinten geht Feld *b* allmählich über in Felder von nahe verwandter Struktur. Nach hinten wird die breite und wohlausgebildete Schicht IV rasch schmaler und etwas ärmer an kleinen dunkeln Elementen, die ganze Rinde verschmälert sich — vgl. Fig. 13 auf Taf. III. Wir befinden uns in Feld *c*. Trotzdem die Rinde im ganzen schmäler ist, ist Schicht I ebenso breit wie in den vorher beschriebenen Feldern. Eine Schicht II ist nicht abzugrenzen, wohl aber sehen wir am inneren Rande der äußeren Hauptzellschicht auch hier zahlreiche kleine Elemente, welche eine Schicht IV andeuten. Gegen diese grenzt sich die helle Schicht V scharf ab. Sie enthält nur mäßig große Elemente, welche in großen Abständen stehen. Schicht VI besteht aus dichtliegenden, parallel der Oberfläche gerichteten spindelförmigen Elementen. In diesem Felde sowie in dem folgenden Felde *d* sind die Zellen aller Schichten im Durchschnitt auffallend klein. Nicht nur überwiegen in der äußeren Hauptzellschicht

die kleinsten Elemente, nicht nur sind die Zellen in Schicht V etwas kleiner als in den umgebenden Rindenfeldern, sondern sogar die Spindeln von Schicht VI, der Schicht, die am seltensten Modifikationen erleidet, sind durchschnittlich hier etwas kleiner als in den meisten anderen Rindenfeldern. Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den beiden inneren Schichten beträgt etwa 45 : 55.

Medial geht Feld *c* in Feld *d* über (Fig. 14, Taf. III), welche das gleiche Vorwiegen kleiner Elemente zeigt und eine so ähnliche Struktur aufweist, daß die Grenze etwas willkürlich ist. Der Unterschied zwischen den beiden Feldern besteht darin, daß in Feld *d* Schicht IV noch weniger ausgesprochen ist, Schicht V zellreicher und deshalb undeutlicher abgesetzt, so daß die äußere Hauptzellschicht nicht scharf gegen Schicht V abgegrenzt ist. Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den inneren Schichten ist ungefähr dasselbe wie in Feld *c*. Am medialen Rande verschmälert sich die äußere Hauptzellschicht rasch und vermittelt so den Übergang zu Struktur *q*.

Wo die Felder *c* und *d* über die hintere Mantelkante wegbiegen, um in die Formationen der Unterfläche des Hinterhauptslappens überzugehen, erleidet ihr Bau eine Modifikation. Wir haben dieses Stückchen Rinde auf unserem Schema, Fig. 11, als Feld *g* eingetragen. Die Abgrenzung der Zellschichten gegeneinander ist hier ganz undeutlich geworden, nur Schicht V ist als heller Streifen knapp wahrnehmbar. In den inneren Schichten herrscht infolge der Einstrahlung von Fasern radiäre Anordnung der Zellen vor. Die Rinde ist etwas schmäler als in den dorsalen Feldern, aber immerhin noch fast doppelt so breit wie in den Feldern des suboccipitalen Gebiets. Der Übergang in jene Felder erfolgt mit einer scharfen Grenze, die sich infolge der plötzlichen Verschmälerung der Rinde auch äußerlich markiert.

Ventral von *g* liegt ein Feld, dessen Bau nicht mehr mit dem Grundplan des dorso-lateralen Gebiets übereinstimmt und das durch seine Lage und Struktur den Übergang zum Paläopallium vermittelt. Wir nennen es Feld *h*. Die Rinde erscheint hier vierschichtig. Unter dem Stratum zonale liegt eine ziemlich mächtige zweite Schicht, welche aus 6 bis 10 Reihen von dichtliegenden, mittelgroßen und mittelstark gefärbten, länglichen Elementen besteht, welche mit ihrer Längsachse parallel der Oberfläche stehen. Darunter eine helle, scharf abgegrenzte Schicht mit nur spärlichen größeren Elementen und schließlich eine unterste Schicht mit kleineren,

spindelförmigen Elementen in tangentialen Reihen. Der vierschichtige Bau dieses Feldes deutet auf eine Verwandtschaft mit dem Paläopallium hin.

Ventral von *b*, da wo die Hemisphäre sich zum Übergang ihrer dorso-lateralen in die ventro-laterale Fläche stärker wölbt, finden wir Feld *e*. Von Feld *b*, dem es in der Struktur nahesteht, ist es besonders durch die viel schwächere Ausbildung der Schicht IV zu unterscheiden, von Struktur *c* durch die größere Breite der Rinde und besonders auch die beträchtlichere, durchschnittliche Größe der Elemente in sämtlichen Schichten, besonders den beiden innersten. Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den beiden inneren Schichten beträgt etwa 42 : 58, ist für die äußeren Schichten also etwas ungünstiger als in Formation *b*, *c* und *d*. Das Feld ist im ganzen in seinen vorderen Teilen zellreicher als in den hinteren. Doch ist der gesamte Bau im übrigen im ganzen Felde so gleichartig, daß ich es nicht für angebracht hielt, einen vorderen zellreicheren von einem hinteren zellärmeren Bezirk als besonderes Feld abzugrenzen.

Hinten geht Struktur *e* ohne scharfe Grenze über in Feld *f* (Fig. 15, Taf. III), welches charakterisiert ist durch unscharfe Abgrenzung der Zellschichten. Eine Schicht II ist allerdings angedeutet indem unmittelbar unter Schicht I die Elemente etwas dichter stehen, als weiter innen. In der Höhe von Schicht IV findet sich keine deutliche Verdichtung; Schicht V ist zellreicher als in anderen Strukturen, so daß sie sich gegen die äußeren Schichten nicht abgrenzt. Immerhin ist sie dank der größeren Elemente, die sie enthält, zu erkennen. Schicht VI ist von Schicht V nur undeutlich abgegrenzt. Sie besteht aus ungewöhnlich großen, gut gefärbten, meist rundlichen, zum Teil etwas länglichen Zellen, nicht aus den schmalen Spindeln, welche wir sonst in dieser Schicht antreffen.

Ventral schneidet diese Struktur mit der schon beschriebenen Fovea limbica (Fig. 15, links) scharf ab. Jenseits der Furche finden wir Strukturen des Paläopallium, die wir nicht beschreiben. Die Furche trennt also, wie schon früher erwähnt, das Neopallium vom Paläopallium. Hinten, wo die Furche tief einschneidet, geht dieser Übergang scharf und unvermittelt vor sich; weiter vorn aber, an der ventralen Seite von Feld *e*, wo die Furche seichter ist, ist auch im Zellenbau der Übergang mehr verwischt. Er vollzieht sich allmählich im schmalen Feld *i*. das auch in seiner Struktur in der Mitte zwischen Neo- und Paläopallium steht.

Fig. 16, Taf. III zeigt uns die Struktur des Feldes *i*. Die Rinde ist schmal. Unter der ziemlich breiten Schicht I findet sich eine Lage von dichtstehenden, stark getärbten Zellen von zum Teil dreieckiger Form. Darunter folgt eine breite zellenarme Schicht, in deren unteren Teilen etwas größere, dichter stehende Elemente auftreten, so daß die Grenze nach der untersten Schicht, welche hier, wie gewöhnlich, von tangential gerichteten Spindeln gebildet wird, keine scharfe ist. Ventral geht das Feld über in die deutlich vierschichtigen Formationen des Paläopallium.

Im vordersten Teile des Feldes, das wir als i_1 auf unserem Schema Fig. 10 abgegrenzt haben, ist die Struktur etwas modifiziert, indem die beiden untersten Schichten der hier im ganzen breiteren Rinde auch relativ breiter sind und eine radiäre Anordnung ihrer Elemente aufweisen, welche, wie auch hier leicht nachweisbar ist, durch Einstrahlung von Fasern bedingt ist.

Feld *a* geht an seiner medialen Seite allmählich in Feld *k* über (Fig. 19, Taf. V). Dieses Feld bildet den Übergang zwischen den Formationen des dorso-lateralen und des fronto-medialen Gebiets und steht nicht nur topographisch, sondern auch in seiner Struktur auf der Grenze zwischen beiden. Die Zellen stehen in allen Schichten um ein geringes weniger dicht als in Feld *a*. Die äußerste Hauptzellschicht ist bedeutend schmäler als in den Feldern des dorso-lateralen Gebiets. Ihr Verhältnis zu den inneren Schichten beträgt ungefähr 34 : 66. Schicht I ist erheblich breiter als in Feld *a* und *b*. Schicht II, III und IV sind nicht deutlich voneinander zu unterscheiden. Wohl steht unmittelbar unter Schicht I eine an manchen Stellen besonders dichte Reihe von Zellen, die als Schicht II angesprochen werden kann; auch finden sich am inneren Rande der Hauptzellschicht die gleichen kleinen Elemente, wie sie in Feld *a* die Schicht IV bilden, doch sind sie in zu kleiner Zahl vorhanden, als daß sie den Eindruck einer eigenen Schicht hervorrufen könnten. Schicht V und VI sind erheblich breiter als in den bisher beschriebenen Feldern. Die großen Elemente von Schicht V sind allerdings nicht ganz so groß (etwa $13 \times 15\ \mu$) und zahlreich, wie in der Formation *a*, doch sind sie immerhin größer als in den meisten anderen Areae. Sie sind über die ganze Breite der breiten Schicht V verteilt. Die äußersten liegen infolge der großen Breite der unteren Schichten viel weiter nach außen als die entsprechenden Elemente, die wir in andern Formationen kennen gelernt haben. Die Orientierung der spindeligen Ele-

mente der Schicht VI ist im hinteren Teile des Feldes die gleiche wie im Feld *a*; nur sind die horizontalen Reihen nicht ganz so deutlich wie dort. Im vorderen Teil der Area *k* herrscht eine Anordnung in radiären Reihen in der ganzen Schicht vor. Wie die Faserpräparate zeigen, ist diese Anordnung auch hier durch den Durchtritt zahlreicher, nur zum geringsten Teil markhaltiger Fasern bedingt.

Das frontomediale Gebiet.

Die Formationen dieses Gebietes sind charakterisiert durch die Schmalheit der äußeren Hauptzellschicht, die Breite der beiden innersten Zellschichten und die durch überall zahlreich einstrahlende Fasern bedingte gesetzmäßige Anordnung und Orientierung der Elemente der untersten Strata. Die Begrenzung der einzelnen Schichten ist viel weniger deutlich als im dorso-lateralen Gebiet; besonders sind die Schichten, welche sich aus der hier schmalen äußeren Hauptzellschicht differenzieren, oft kaum zu erkennen und nur dadurch zu identifizieren, daß man die einzelne Schicht aus dem dorso-lateralen Gebiet in das fronto-mediale herüber verfolgt.

In diesem Gebiete erreicht die Rinde ihre größte Gesamtbreite von etwas über 1 mm (am Frontalpol). Nach hinten wird die Rinde viel schmäler und sinkt in dem hinteren Teil der Formation *q* auf $^1/_3$ mm herab; noch stärker verschmälert sie sich an der medialen Hemisphärenfläche, wo sie nach unten in das Paläopallium übergeht.

Die Molekularschicht ist im ganzen breiter als im dorso-lateralen Gebiet nnd macht durchschnittlich etwa $^1/_7$ der ganzen Breite aus, während auf die äußere Hauptzellschicht an den meisten Stellen kaum $^1/_4$, auf die beiden inneren Schichten weit über die Hälfte der ganzen Breite entfällt.

Auf Fig. 17, Taf. IV sehen wir den Übergang des Feldes *k* (links) in Feld *l*, welches seinerseits (rechts unten) in Feld *m* übergeht. In Feld *l* scheint uns zunächst auf diesem Frontalschnitt die Abgrenzung der einzelnen Schichten fast unmöglich zu sein, abgesehen allerdings von Schicht I und II, von denen die letztere besonders nahe dem Übergang in Feld *m* viel deutlicher ist als in den bisher beschriebenen Formationen. Die anderen Schichten sind aber — auf dem Frontalschnitt — zunächst nicht ohne weiteres zu identifizieren, sondern nur zu erkennen, wenn man die einzelnen Strata von Formation *a* und *k* in Formation *l* verfolgt. Dabei wird man gewahr, daß die gleichen Elemente, welche in Formation *a* Schicht IV

ausmachen, sich in geringerer Zahl auch hier finden, aber erheblich weiter nach außen, so daß die äußere Hauptzellschicht, deren innere Grenze ja diese Elemente bilden, hier sehr schmal ist. Ihr Verhältnis zu den inneren Schichten beträgt, an der Mantelkante gemessen, etwa 23 : 77. Die Elemente von Schicht V sind dementsprechend noch weiter nach außen gerückt als in Formation *k*. Sie messen im vorderen Teile des Feldes nicht mehr als 12 × 14 μ, während sie im hinteren Teile noch etwas kleiner sind, also den entsprechenden Zellen der Formation *k* etwas an Größe nachstehen. Daß diese Elemente wirklich den großen Elementen in Feld *a* usw. entsprechen, beweist nicht nur der kontinuierliche Zusammenhang der betreffenden Schichten, sondern dafür sprechen auch besonders die Golgipräparate, welche hier ziemlich große pyramidenförmige Ganglienzellen zeigen, die einen Achsenzylinder in die weiße Substanz aussenden, genau wie wir sie in Fig. 8, Taf. II für die V. Schicht von Feld *b* dargestellt haben und wie sie sich in der Lamina ganglionaris aller Formationen des dorso-lateralen Gebietes nachweisen lassen. In Schicht V zeigt sich deutlich eine Anordnung der Zellen in radiär gerichteten Reihen. Diese Anordnung beherrscht (bei der Betrachtung im Frontalschnitt) die ganze, hier sehr breite Schicht VI, die wir hier nicht auf den ersten Blick erkennen. Sagittalschnitte tun uns aber unzweifelhaft dar, daß wir hier wirklich eine breite und wohl ausgebildete Schicht VI vor uns haben, charakterisiert durch die genau gleichen spindelförmigen Elementen, wie wir sie in den bisher beschriebenen Feldern getroffen haben. Diese Spindeln sind hier streng sagittal gerichtet, so daß sie auf dem Frontalschnitt quer getroffen sind und als kleine rundliche Elemente erscheinen, während sie sich im Sagittalschnitt als schöne große Spindeln zeigen, die eine besonders breite, deutlich ausgesprochene Spindelzellenschicht bilden. Diese eigentümliche Anordnung der Elemente ist wiederum durch den Faserverlauf bedingt, denn es strahlen in der Gegend der Mantelkante einerseits — in der Nähe des Frontalpols, auch seitlich davon — zahlreiche, zum größeren Teil marklose Fasern in frontaler Ebene fächerförmig aus der weißen Substanz in die Rinde ein. Anderseits verlaufen zwischen den Strahlen dieses Fächers in streng sagittaler Richtung zahlreiche, nur zum geringsten Teil markhaltige Fasern in der Schicht VI. In diese sagittalen Faserzüge eingelagert liegen die spindelförmigen Zellen in entsprechender Orientierung.

Diese gleiche Anordnung der Fasern besteht auch in der innersten Schicht der Formation *q*, und wir werden bei der Beschreibung jenes Feldes auf das hier Gesagte verweisen.

Am Frontalpol ist die Anordnung der sagittalen Fasern eine mannigfachere. Manche laufen um das vordere Balkenende nach unten, viele wenden sich nach lateral, so daß sie schließlich beinahe in frontaler Ebene verlaufen, andere strahlen am vorderen Balkenende nach verschiedenen Richtungen radiär in die Rinde ein. Deshalb sind dort die Spindeln der Schicht VI nicht streng in einer Richtung orientiert, wie im hinteren Teile des Feldes, so daß sich hier bei verschiedenen Schnittrichtungen Spindeln zeigen.

B. Haller (18) nimmt an, daß die unterste Zellschicht der eben beschriebenen Area *l* (des Stirngebietes und des Fornikalgebietes seiner Nomenklatur) der »Sternzellenschicht«, also der drittuntersten Schicht seines dorso-occipitalen Gebiets, entspricht, mit anderen Worten, daß die unterste Schicht der eben beschriebenen Formation der Schicht IV unserer Area *a*, *b* usw. entspreche. Ich sehe nicht ein, wie diese Schichten miteinander in Zusammenhang gebracht werden können. Die unterste Schicht des »Fornikalgebiets und Stirngebiets« entspricht der untersten Schicht auch des übrigen Neopalliums. Diese nächstliegende Annahme wird nicht nur durch den in der ganzen Rinde des Neopallium kontinuierlichen Zusammenhang dieser untersten Schicht, sondern auch durch die überall gleiche Form der meisten in ihr liegenden Elemente bewiesen.

Im Fibrillenpräparat nach Cajal zeigt diese Formation auch außer den schon beschriebenen Fasersystemen in den untersten Schichten besondere Verhältnisse, indem sich in der Höhe, die der äußeren Grenze der Schicht IV entspricht, ein deutliches Fibrillennetz imprägniert und die Schicht I entlang der Mantelkante und nahe derselben an der Wand des Sulcus sagittalis besonders reich an tangentialen Fasern erscheint. Es ist möglich, daß dieses Verhalten hier weniger durch besondere Beschaffenheit des Gewebes bedingt ist als dadurch, daß für das Eindringen der Reagenzien infolge des Aneinanderliegens der beiden Hemisphären hier andere mechanische Verhältnisse bestehen, die auf zunächst unerklärliche Weise die Imprägnation begünstigen könnten. Wir haben auch an Golgipräparaten häufig längs des Sulcus sagittalis und der Mantelkante besonders reiche Imprägnation bekommen, was wohl eher aus der äußeren Konfiguration dieser Teile als durch besondere Beschaffenheit des Gewebes zu erklären ist.

Der Übergang des Feldes *l* in Feld *m* (Fig. 17 u. 20, Taf. III u. IV) ist ein so allmählicher, daß die Abgrenzung nicht leicht ist. In *m* ist die Rinde im ganzen schmäler. Die Schicht I ist aber breiter als in der Formation *l*. Die Zellenschichten zeichnen sich durch gleichmäßige, ziemlich beträchtliche Größe der Elemente und durch ziemlich dichte Stellung derselben aus, und ferner dadurch, daß sämtliche Zellen sich leicht und gleichmäßig färben.

Während in anderen Feldern die einen Elemente heller, die anderen dunkler, andere vielleicht ganz unvollständig gefärbt erscheinen, so daß nur der Kern zu erkennen ist, erscheint in Formation *m* von jedem einzelnen Element sowohl Kern wie Protoplasma schön gleichmäßig in einem mittleren Ton gefärbt. Dies Verhalten kehrt in allen unseren zahlreichen Serien wieder, kann also nicht auf einer technischen Zufälligkeit beruhen. Diese gleichmäßige, leichte Färbbarkeit werden wir auch in den angrenzenden Formationen wiederfinden. Sie ist ferner charakteristisch für alle Felder des Paläopallium. Es ist möglich,

daß die leichte Färbbarkeit von Formation *m*, *n*, *o*, *p* usw. auf die Verwandtschaft mit jenen phylogenetisch älteren Teilen der Rinde hindeuten, denen sie schon topographisch und dem Bau nach näherstehen.

Schicht II und VI sind allein deutlich ausgesprochen. II besteht aus 2 bis 3 Reihen von ziemlich großen ovalen, mit der Längsachse radiär stehenden Zellen, die breite Schicht VI aus zahlreichen (10—12) Reihen von großen, kurz spindelförmigen oder ovalen Elementen, die mit ihren Längsachsen tangential stehen. Dazwischen lassen sich Schichten nicht deutlich unterscheiden, denn die Zellen sind über die übrige Breite der Rinde ziemlich gleichmäßig verteilt. An der Grenze zwischen dem mittleren und äußeren Drittel der ganzen Breite sind die Zellen besonders groß, und vielleicht dürfen wir darin ein Analogon der Schicht V erkennen, denn diese Zellage läßt sich durch Feld *k* und *l* kontinuierlich in Schicht V des Feldes *a* verfolgen.

Hinten unten, vgl. Fig. 11 auf S. 21, grenzt an Feld *m* das Feld *p*, das kaum mehr neopallialen Charakter hat. Die Grenze zwischen *m* und *p* ist durch eine »innere Furche« markiert, welche wir schon auf S. 7 erwähnt haben. In Formation *p* ist die Rinde sehr schmal. Sie besteht aus einer sehr breiten Schicht I und aus einer darunterliegenden sehr breiten, aus 6 bis 7 Reihen dunkelgefärbter, ziemlich großer Zellen bestehenden Schicht, die in der Lage also Schicht II des Neopallium entspricht. Darunter folgt eine lockere Schicht von etwas kleineren Elementen und zu unterst eine zellreiche Schicht von gleicher Beschaffenheit wie Schicht VI in Formation *m*. Wir haben also nur 4 Schichten, von denen die beiden äußersten besonders stark sind. Diese Struktur ist charakteristisch für die Formationen des Paläopallium, denen wir Feld *p* wohl schon zurechnen müssen.

An seiner ventralen Seite geht das Feld kontinuierlich in Formation *w* über, die unzweifelhaft dem Paläopallium angehört. Nach hinten, über dem Balken, setzt sich die Schicht II der Formation *p* kontinuierlich in die Fasciola cinerea (*o*) fort. Diese ist ein paariges, aus großen, gutgefärbten, zum Teil pyramidenförmigen Zellen bestehendes schmales Band, das sich über dem Balken, zwischen ihm und Formation *l*, weiterhin zwischen Balken und Formation *q* beiderseits hinzieht. Nach hinten geht sie, wie besonders Sagittalschnitte, die die Fasciola in ihrer ganzen Länge getroffen haben, schön dartun, um das Splenium corporis callosi in die Pyramidenschicht des Ammonshornes kontinuierlich über und vermittelt so einen ununterbrochenen Zusammenhang zwischen der Zellenschicht des Ammonshornes und der Schicht II unserer Formation *p*.

Nach unten grenzt das Feld *m* an das Feld *n* (vgl. Fig. 11 auf S. 21). Wie das vorher beschriebene, vermittelt auch dieses Feld den Übergang zum Paläopallium. Sein Bau ist dementsprechend ein relativ einfacher.

Schicht I ist breit. Schicht II ist besonders mächtig und besteht aus 6 bis 10 Lagen stark gefärbter, mäßig dicht liegender, mittelgroßer Elemente. Darunter finden wir eine zellärmere Zone und zu unterst wieder eine zellreiche Schicht. Wir können also auch hier, ähnlich wie im Paläopallium, nur 4 Schichten unterscheiden. Die Anordnung der Elemente in den beiden untersten Schichten ist eine radiäre, entsprechend der hier sehr reichlichen Ausstrahlung von größtenteils marklosen Fasern.

In gleicher Höhe mit Feld *n* liegt lateral Feld *r* (Fig. 10, S. 21 und Fig. 21, Taf. V) von *n* durch die früher erwähnte Fovea olfactoria getrennt. Formation *r* vermittelt den Übergang des angrenzenden Feldes *l* in das Palläopallium. Es ist von einfachem Bau, schmäler[1] und zellärmer als Feld *l*, wenn auch nicht so einfach in seiner Struktur wie Feld *n*. Auf eine schmale Schicht I folgt eine deutlich ausgesprochene II. Schicht, welche aus 2 bis 4 Reihen dichtliegender, stark gefärbter Elemente besteht. Darunter folgen mehrere Reihen lockerer stehender, kleinerer Elemente. Diese beiden Schichten entsprechen zusammen, wie man durch Verfolgen des Zusammenhangs mit den Schichten der höher differenzierten Areae ermitteln kann, der Schicht II bis IV, also der äußeren Hauptzellschicht. Darunter folgt eine ziemlich breite Schicht mit locker stehenden großen Elementen, entsprechend Schicht V, und schließlich eine breite Schicht, größtenteils spindelförmiger Elemente, entsprechend Schicht VI. Die Anordnung der Zellen in diesen beiden innersten Schichten ist eine radiäre, wiederum entsprechend der Einstrahlung zahlreicher markloser und spärlicher markhaltiger Fasern aus der weißen Substanz.

Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den beiden inneren Schichten beträgt etwa 22 : 78. Diese Formation hat also große Ähnlichkeit mit der angrenzenden Formation *l* und könnte auch als ein zellärmerer Teil derselben aufgefaßt werden.

Die hinteren Teile der Mantelkante nimmt Feld *q* ein (Fig. 18, Taf. IV). Der Übergang zu Feld *l* erfolgt so unmerklich, daß eine Grenze schwer zu ziehen ist. Weiter entfernt von dieser Grenze unterscheiden sich aber die beiden Felder beträchtlich. Die Struktur von *q* unterscheidet sich von der des Feldes *l* durch die geringere Breite der Rinde, durch besonderen Charakter der Schicht II und der übrigen Bestandteile der äußeren Haupt-

[1] Fig. 21 stellt einen Schrägschnitt dar, so daß die Rinde zu breit erscheint.

zellschicht und schließlich durch die beträchtlichere Größe der Zellen in Schicht V. Schicht II hebt sich viel deutlicher ab als in Formation *l*. Sie besteht aus 2 bis 4 Reihen von rundlichen, stark sich färbenden, sehr kleinen Elementen (5 bis höchstens 6 μ), deren Hauptfortsätze, soweit solche zu sehen sind, keine regelmäßige Orientierung erkennen lassen, während sich die entsprechende Schicht in Feld *l* viel weniger deutlich abhebt und aus sehr viel größeren (durchschnittlich etwa 8 : 13 μ), viel schwächer sich färbenden, länglichen, oft pyramidenförmigen Elementen besteht, deren Längsachse immer radiär gerichtet ist. Unter den dichten Reihen der II. Schicht liegen in Feld *q* viel lockerer angeordnet etwa 3 bis 4 Reihen ebenso kleiner, rundlicher Elemente, auf die noch einige mittelgroße, helle, zum Teil pyramidenförmige Zellen folgen. Es ist mir nicht möglich, zu sagen, welchen Schichten der anderen Formationen die einzelnen der drei eben beschriebenen Schichten entsprechen. Sicher ist nur, daß sie zusammen der äußeren Hauptzellschicht, der Schicht II bis IV, gleichzusetzen sind, denn nach innen folgt eine deutliche Lamina ganglionaris mit hier sehr großen, locker stehenden Zellen. Nächst den großen Zellen der Formation *a* sind es die größten Elemente im Neopallium der Maus. Manche von ihnen messen 15 × 18 μ. Diese Schicht setzt sich ununterbrochen in die V. Lage der übrigen Rinde fort. Sie enthält, wie auch die folgende Schicht, weniger zahlreiche Elemente als die entsprechende Schicht in Feld *l*. Schicht VI ist wiederum sehr breit. Ihre spindelförmigen Elemente sind genau wie in Formation *l* streng sagittal gerichtet und in radiären Reihen angeordnet, so daß die Lage nur in Sagittalschnitten als solche imponiert, während, wie unsere Fig. 18 zeigt, auf Frontalschnitten ihre Elemente kleiner erscheinen, die Abstände zwischen ihnen infolgedessen erheblich größer, so daß der Eindruck einer Schicht kaum zustande kommt.

Für die Beschreibung der Fasern in diesen Schichten können wir auf das bei der Beschreibung von Feld *l* Gesagte verweisen. In den oberen Schichten zeigt diese Formation im Fibrillenbild 2 dichte Fasernetze. Das eine liegt in Schicht I und besteht hauptsächlich aus tangential verlaufenden Fasern, das andere liegt im unteren Teile von Schicht II und unmittelbar darunter und besteht aus sehr dicht liegenden, in allen Richtungen sich kreuzenden Fasern, welche die hier gelegenen Zellen umspinnen. Das Markscheidenpräparat zeigt in diesem Felde unmittelbar über dem Balken und am Übergang in Formation *s* in der ersten Schicht zahlreiche tangential verlaufende Fasern. Das Verhältnis der äußeren Hauptzellschicht zu den inneren Schichten beträgt etwa 28 : 72.

Das suboccipitale Gebiet.

(Brodmanns Regio retrosplenialis.)

Die Ausdehnung dieses Gebiets kommt in der Medianansicht infolge der konvexen Wölbung dieser Region nur unvollständig zum Ausdruck, indem der obere Teil mehr nach unten als medialwärts orientiert ist, so daß er in unserem Schema Fig. 11 auf S. 21 stark verkürzt erscheint. Die konkave Wölbung dieses Bezirkes ist von Hermanides und Köppen als eine Andeutung eines Sulcus calcarinus aufgefaßt worden. Mir scheint sich die gewölbte Form durch das Anliegen des Mittelhirns genügend zu erklären, und jene Annahme unnötig zu sein. Das Gebiet umfaßt die Felder mit der schmalsten Rinde (0.2 bis 0.3 mm).

Der Zellenbau weicht erheblich von dem der übrigen Rindengebiete ab. Brodmann hat auch die Struktur dieser seiner Regio retrosplenialis (zum Beispiel beim Kaninchen) auf den sechsschichtigen Typus zurückgeführt. Mir will das bei der Maus nicht ganz gelingen. Zwar sind die stark ausgeprägten Schichten I und II ohne weiteres mit den entsprechenden Schichten der übrigen Rinde zu identifizieren, gehen sie doch nicht nur ununterbrochen in die entsprechenden Schichten von Formation *q* über, sondern besitzt doch Schicht II auch größte Ähnlichkeit mit der zweiten Lage von Feld *q*. Auch die beiden untersten Schichten sind leicht mit Schicht V und VI der übrigen Rinde, in die sie kontinuierlich übergehen, zu identifizieren. Was aber dazwischen liegt, was Schicht III und IV entsprechen müßte, kann ich nicht im sechsschichtigen Schema unterbringen.

Der Kortex dieser Region ist also charakterisiert durch Schmalheit des Gesamtquerschnitts, relative Breite der ersten Schicht, Schmalheit und geringe Differenzierung der äußeren Hauptzellschicht mit starker Ausprägung ihres äußeren Saumes (Schicht II) und schließlich durch die durchschnittliche Kleinheit der Zellen, besonders der äußeren Schichten.

Fig. 22, Taf. V zeigt uns die Formation *s*, wie sie sich auf einem Sagittalschnitte darstellt. Auf ein ziemlich breites Stratum zonale, das, wie in den benachbarten Teilen der Formation *q*, zahlreiche markhaltige, tangential verlaufende Fasern enthält, folgt eine Lage sehr dicht stehender, kleiner, dunkelgefärbter, rundlicher Elemente, eine Schicht also, die genau der Schicht II von Formation *q* gleicht, in die sie sich auch ununterbrochen fortsetzt. Darunter wieder, wie in Formation *q*, einige Reihen lockerer

liegender, kleiner, etwas heller gefärbter Elemente, weiter eine helle Schicht mit locker liegenden, größeren Zellen, die allerdings lange nicht die Dimensionen der großen Elemente in Schicht V der Formation *q* erreichen und schließlich eine Schicht mit kleinen, dunkeln, zum Teil spindelförmigen Zellen, welche der untersten Schicht des übrigen Neopallium entsprechen mag.

Eine Ähnlichkeit mit Feld *q* besteht auch darin, daß die Molekularschicht im Fibrillenpräparat hier besonders reich an tangentialen Fasern erscheint, und daß der untere Teil der Schicht II und die anschließende Schicht ein Fasernetz enthält, das allerdings lange nicht die gleiche Dichtigkeit aufweist wie in den entsprechenden Lagen von Formation *q*. Den Befunden im Fibrillenbilde könnte man jede Bedeutung absprechen, indem man sie als bloßes Spiel der Laune dieser etwas unzuverlässigen Färbungsmethoden hinstellt. Es ist aber doch auffallend, daß sich sowohl beim Bielschowskyschen als beim Cajalschen Verfahren immer an den gleichen Stellen besonders dichte Netze imprägnieren. Wer den Befund nicht auf eine Besonderheit der Struktur des Gewebes an dieser Stelle zurückführen will, muß doch mindestens eine konstante chemische oder physikalische Eigentümlichkeit dieser Gewebspartien annehmen, um eine Erklärung dafür zu finden, eine Eigentümlichkeit, welche mit der Funktion dieser Teile zusammenhängen könnte.

In seinen vorderen Partien geht dieses Feld lateral und unten in das Ammonshorn über und bildet so den Übergang zwischen Neo- und Archikortex.

Hinten, lateral und unten schließt sich ohne scharfe Grenze an Feld *s* Feld *t* an (Fig. 23, Taf. V). Schicht I ist hier ungefähr gleich breit wie in Feld *s*. Schicht II ist dadurch ausgezeichnet, daß sie nicht eine zusammenhängende Lage bildet, sondern sich ihre Elemente in dichten Gruppen zusammenhäufen, die sich in die Molekularschicht vorwölben. Der äußere, vorspringende Teil dieser Gruppen ist also durch einspringende Fortsätze der zonalen Schicht von den Nachbarn getrennt, während der innere Teil durch Partien von geringem Zellgehalt mit den benachbarten Gruppen im Zusammenhang steht. Diese Zellgruppen bestehen aus ovalen Elementen von mittlerer Größe und Färbbarkeit, und man könnte diese Gebilde mit den Retziusschen Wärzchen bzw. dem Status verrucosus corticis simplex von Ranke (34) vergleichen. Besonders in den ersten Lebenstagen, wo wir die Wärzchen besonders stark vortretend und besonders zellreich finden, ohne daß sie, wie beim erwachsenen Tiere, an ihrer Basis an zellärmere

Teile angrenzten, besteht eine gewisse Ähnlichkeit mit den Wärzchen in der Rinde des menschlichen Fötus von vier bis fünf Monaten.

Nach innen folgt auf diese Zellhäufchen zunächst eine weitere zellreiche Lage, in der die Zellen aber etwas lockerer liegen, auf diese ein zellarmer Streifen und zu unterst schließlich wieder eine zellreichere Lage. In diesen drei unteren Schichten liegen durcheinander Elemente von verschiedener Größe und Form. Die meisten sind mittelgroß, rundlich oder oval, einige aber größer und ausgesprochen pyramidenförmig. Die leichte Färbbarkeit des streng radiär orientierten Schaftfortsatzes dieser Zellen erinnert an die Verhältnisse bei den großen Pyramiden des benachbarten Ammonshornes.

Wir haben also auch in Feld *t* eine Formation von weniger weit differenziertem Bau vor uns, die sowohl topographisch als durch ihre Struktur den Übergang zu den archipallialen Formationen vermittelt, denen es wahrscheinlich schon zugerechnet werden muß. Das Feld ist ventralwärts sehr weit ausgedehnt und ist in den ventralen Teilen vollständig von Feldern umgeben, die unzweifelhaft dem Archipallium angehören.

4. Die Lokalisation von Funktionen.

Über die Funktion einzelner Bezirke des Neopalliums der Maus wissen wir zur Zeit noch gar nichts Bestimmtes, obschon die Literatur schon eine stattliche Reihe von Vermutungen und Behauptungen über die physiologische Bedeutung dieses und jenes Feldes bei Mus und bei anderen Nagern enthält.

Das motorische Zentrum.

Ramon y Cajal (30) hält ein großes Feld, welches ungefähr $^2/_3$ der Konvexität der Mäusehirnrinde einnehmen soll, für die sensibel-motorische Zone. Als Hauptcharakteristikum dieser Bewegungsrinde betrachtet er das Vorhandensein eines sensiblen Endplexus, eines Plexus, welcher, nach seinen Abbildungen zu schließen (Fig. 30, S. 91), demjenigen entspricht, welchen wir in unseren Feldern *a*, a_1 und *b* in der Höhe unserer IV. Schicht und unmittelbar darüber regelmäßig mit der Cajalschen und der Bielschowskyschen Silbermethode imprägniert gefunden haben. Was Cajal als motorische Zone betrachtet, entspricht also ungefähr unseren Feldern *a*, a_1 und *b* und reicht über diese Felder hinaus bis zur Mantelkante.

Eine noch weitere Ausdehnung nimmt die motorische Region der Maus nach Döllken (11) ein. Sie umfaßt, wenn ich die Schemata dieses Autors mit meinen Diagrammen vergleiche, den größten Teil unserer Felder *l*, *k*, *a*, a_1 und *b* und erstreckt sich noch über den vorderen Teil von *q*, *d* und *c*. Den motorischen Charakter dieses Bezirkes erschließt Döllken daraus, daß die Fasern, welche aus dem Hirnstamm hier einstrahlen, sich am frühesten nach der Cajalschen Silberreduktionsmethode imprägnieren, und daß hier auch am frühesten Markscheiden auftreten. Gestützt also auf das Flechsigsche Gesetz, dessen Gültigkeit hier auch auf das Auftreten der marklosen Fibrillen ausgedehnt wird, grenzt Döllken die motorische Zone in der angegebenen Weise ab. Auch einem Fasernetz, das er allerdings nur in einem Teil seiner motorischen Rinde findet und welches allem Anschein nach dem erwähnten »sensiblen Endplexus« von Cajal entspricht, mißt er die Bedeutung eines Kriteriums für den motorischen Charakter jenes großen Rindenfeldes bei. Mir scheinen die Voraussetzungen, von denen Döllken ausgeht, viel zu unsicher zu sein, als daß sie berechtigen könnten, mit so großer Bestimmtheit weitgehende Schlüsse darauf zu bauen, wie es dieser Autor tut. Döllken sagt auch, daß seine Befunde sich mit denen der Physiologie decken. Wir haben in der Literatur keine Mitteilungen über physiologische Versuche an der motorischen Sphäre der Maus finden können, die uns diese Aussage hätten erklären können.

Eine viel geringere Ausdehnung schreibt Brodmann der motorischen Rinde bzw. der Area gigantopyramidalis der Nager zu. Dieser Forscher hat die Rinde des Kaninchens und des Ziesels auf ihren Zellenbau untersucht. Nach seinem Oberflächendiagramm, Fig. 107—109 (9), zu schließen, entspricht die Area gigantopyramidalis dieser beiden Tiere in der Lage ungefähr meinem Feld *k* und dem hinteren und dorsalen Teile meines Feldes *l* bei der Maus. In Fig. 30 der gleichen Abhandlung bildet er einen Schnitt durch diese Region beim Kaninchen ab. Der Bau dieser Stelle entspricht, wie ich mich an entsprechenden Schnitten durch die Rinde des Kaninchens überzeugt habe, genau meiner Formation *k* bei der Maus, und ich zweifle nicht daran, daß Brodmann diese der motorischen Region zurechnen würde. Er würde allerdings wahrscheinlich die mediane Grenze weiter medianwärts verschieben, d. h. ein Stück meines Feldes *l* mit dazurechnen. Die Abgrenzung der motorischen Zone bei den Nagern

ist auch einem erfahrenen Untersucher wie Brodmann nicht leicht gefallen. Er hat ihre Grenzen in seiner V. Mitteilung im Jahre 1906 (6) beim Ziesel etwas anders gesteckt als 4 Jahre später in seiner zusammenfassenden Darstellung. Man vergleiche Fig. 1 auf S. 352 der V. Mitteilung mit Fig. 108 auf S. 191 der Monographie. Das Zurücktreten der Körnerschicht, die ziemliche Größe der Elemente in Schicht V, die Zellarmut des ganzen Querschnitts, die beträchtliche Breite der Rinde, vielleicht auch die auf dem Frontalschnitt unscharfe Abgrenzung zwischen Rinde und weißer Substanz und zwischen den Schichten V und VI mögen die Gründe gewesen sein, die diesen Forscher bestimmten, diese Gegend als der Area gigantopyramidalis entsprechend aufzufassen.

Weniger genau grenzen Hermanides und Köppen (20) die motorische Zone der Nagetiere ab. Sie nehmen an, daß sie sich in den mittleren und vorderen Partien der Konvexität findet und bis zum Stirnpol reicht, weil sie hier ebenso große Zellen finden wie weiter hinten. Wenn es nur auf die Größe der Zellen in Schicht V ankäme, würde mein Feld *a* am ehesten als motorisches Feld in Frage kommen, weil es ja die größten Zellen enthält. Allerdings entsprechen diese großen Zellen ebensowenig wie irgendeine Zelle in der Rinde der Maus den Anforderungen, welche Kolmer in einer Arbeit aus dem Nißlschen Laboratorium (23) an eine motorische Zelle stellt. Die gut entwickelte Schicht IV in unserem Felde *a* wäre nach Brodmanns Darlegungen ein Grund gegen die Auffassung als Area gigantopyramidalis, obschon Brodmann bei den Karnivoren einen körnerhaltigen Übergangstypus an den Grenzgebieten der Area gigantopyramidalis angenommen hat.

Watson (42) hat die motorische Zone bei einer anderen Ordnung, den Insektivoren, lokalisiert. Das Feld, welches dieser Autor bei der Spitzmaus für das motorische hält, hat sowohl in seiner Lage als in der Struktur seines Querschnittes (man vergleiche Fig. 1 von Watsons Arbeit mit meiner Fig. 12) eine so große Ähnlichkeit mit meinem Felde *a*, daß ich vermute, Watson würde diesem Feld bei der Hausmaus motorische Funktionen zusprechen.

Schließlich ist noch die Ansicht von Haller (18) zu beachten, der annimmt, daß eine motorische Zone im Sinne der höheren Mamalier bei der Maus noch nicht entwickelt ist, sondern daß sie sich in der Phylogenese erst später aus Hallers dorso-occipitalen Gebiet entwickelt.

Meines Erachtens ist gegenwärtig die Histologie allein nicht imstande, die Frage nach der Lage des motorischen Zentrums des Maus zu lösen. Das Experiment muß weiter helfen. Die Exstirpation[1] weder der motorischen Zone, wie sie Brodmann aus Analogie mit seiner Auffassung beim Kaninchen, bei der Maus lokalisieren müßte, noch des Feldes *a*, noch der ganzen ausgedehnten Region, welche Döllken für die motorische Funktion in Anspruch nimmt, hat mir irgendwelche wahrnehmbare Ausfallserscheinungen in der Motilität der Maus ergeben. Ob Reizversuche oder andere Experimente zum Ziele führen, muß die Zukunft lehren.

Die optische Region.

Auch die Stelle des zentralen Sehens ist bei der Maus und anderen Nagern schon mit aller Bestimmtheit lokalisiert worden. Cajal hat 1892 für das Kaninchen, das Meerschweinchen und die Ratte die Rinde der Unterfläche des Hinterhauptslappens, welche meiner Formation *s* bei der Maus entspricht, als der Area striata des Menschen entsprechend beschrieben. Nicht nur die Lage, sondern auch die Anwesenheit eines nervösen, dem Baillager oder Gennarischen Streifen entsprechenden Nervenplexus veranlaßten ihn zu dieser Lokalisation. Später (29) ist dieser ausgezeichnete Forscher allerdings über die Lage dieses Zentrums bei den Lissencephalen wieder unsicher geworden.

Die gleiche Stelle (unsere Formation *s*) haben Hermanides und Köppen (20) bei den Nagern als Sehrinde bezeichnet. Für diese Autoren ist das Auftreten einer Körnerschicht — sie bezeichnen damit die unmittelbar unter Schicht II befindliche Lage von locker stehenden, kleinen Elementen — neben der Topographie das ausschlaggebende Moment. Daß sie die durch das Anliegen des Mittelhirns bedingte konvexe Krümmung dieser Stelle als ein wahrscheinliches Analogon der Fissura calcarina bezeichnen, habe ich schon erwähnt. An die gleiche Stelle verlegt auch Mott (26) die Sehrinde des Kaninchens.

Auch Watson (42) vermutet (allerdings bei Insektivoren) in einer unserer Area *s* an Lage und Struktur entsprechenden Formation, die Stelle des zentralen Sehens.

[1] Die Wegnahme von Rindenstücken geschah nach Edingers Vorschlag mit Formalin. Vgl. hierzu die Anmerkung auf S. 5.

Aus den schönen vergleichenden Untersuchungen von Brodmann geht unter anderem hervor, daß die Lage an der Unterfläche des Hinterhauptslappens kein Kriterium für die Lage des optischen Zentrums ist. Beim Kaninchen und Ziesel liegt nach diesem Forscher die Area striata auf der Konvexität am occipitalen Teile der Hemisphären, ungefähr in der Gegend, wo bei der Maus die Felder *c* und *d* liegen. Die Abgrenzung auch dieses Feldes muß selbst bei höheren Nagern schwierig sein, denn die Umrisse der Area striata des Ziesels werden von Brodmann 1909 (9) wesentlich anders angegeben als 1906 (6). Damals ließ er sie auf die Medianfläche übergreifen, während sie in der neueren Darstellung die Mantelkante nicht erreicht.

Ist nach Brodmanns Kriterien mein Feld *c* oder *d* der Area striata homolog? Die Hauptmerkmale der Area striata sind der Gennarische Streifen und die Verbreiterung oder gar Verdoppelung der Schicht IV. Ein Streifen markhaltiger Fasern, der in der Lage dem Gennarischen entsprechen könnte, besteht nicht in meinen Feldern *c* und *d* noch sonstwo in der Rinde der Maus. Wir finden aber in Feld *c* einen marklosen Plexus in der Höhe der IV. und im unteren Teil der III. Zellschicht. Dieser Plexus ist jedoch weiter vorn, besonders in Feld *b*, noch viel stärker ausgesprochen als hier.

Schicht IV ist in unserer Formation *c* leidlich[1] entwickelt, besser als in den anderen Formationen des Hinterhaupts, aber wieder viel weniger stark als in Feld *b*. Auf diese Hauptkriterien können wir also die Annahme einer optischen Funktion für Feld *c* nicht gründen. Es gibt aber nach Brodmann (6) noch andere Merkmale. Das sind: eine ungewöhnlich breite und zellreiche Schicht VI, die scharf von Schicht V abgegrenzt ist; Schmalheit der Rinde im allgemeinen; die durchschnittlich größere Zelldichtigkeit und die Kleinheit der Zellen in diesem Typus.

Schicht VI ist sowohl in Formation *c* wie *d* gut entwickelt, aber nicht besonders breit, weniger breit als in den benachbarten Formationen *a* und *b*.

[1] Bei der einzigen grauen Hausmaus, die ich untersuchen konnte, war die Schicht IV etwas breiter, zellreicher und schärfer begrenzt als bei den meisten weißen Mäusen. Wahrscheinlich ist das eine Zufälligkeit. Wenn sich aber ein solcher Unterschied konstant finden sollte, könnte die schlechtere Ausbildung dieser Schicht mit der Schwachsichtigkeit der albinotischen Mäuse in Zusammenhang gebracht und ein starkes anatomisches Argument für die optische Funktion dieses Feldes gefunden werden.

Gegen Schicht V ist sie scharf abgegrenzt, aber das ist sie auch in anderen Formationen.

In Formation *c* sowohl wie in *d* besteht durchschnittlich besonders große Zelldichtigkeit und Kleinheit der Zellen. Vielleicht würde Brodmann deshalb auch bei der Maus die optische Rinde in jene Gegend verlegen. Mir fehlt dazu die nötige Erfahrung und das Vertrauen in die Beweiskraft jener Kriterien.

Sollte bei der Hausmaus eine Sehrinde überhaupt nicht differenziert sein? Es ist auffallend, wie wenig die Mäuse — und zwar nicht nur die infolge ihres Albinismus schwachsichtigen Laboratoriumsmäuse, sondern auch die grauen Hausmäuse — optische Eindrücke verwerten. Sie unterschneiden sich dadurch sehr deutlich schon von der Ratte[1]. Jedenfalls scheint uns zur Zeit die Histologie die Frage nach der Lokalisation der optischen Funktion in der Rinde der Maus nicht allein lösen zu können.

Diesen Darlegungen möchte ich zufügen, daß Cajal sehr wohl daran tat, die Lokalisation in der Regio suboccipitalis wieder aufzugeben. Er hat aber — allerdings ohne es zu wissen — die Sehrinde der Maus doch als erster beschrieben. Aus Untersuchungen, die ich in letzter Zeit vorgenommen, geht hervor, daß die so eigenartig aufgebaute, ungemein fibrillenreiche Rindenstelle, die er am kaudalen Ende des Lobus pyriformis entdeckte, und von der er angiebt, daß es ihm trotz aller Bemühungen nicht gelungen sei, Beziehungen zu den Riechzentren festzustellen, direkt bei anderen Säugern in die Formation zu verfolgen ist, die an der Basis des

[1] Im Gegensatz zur Ratte fixiert die Hausmaus nicht, und sie läßt sich nur schwer durch rein optische Reize schrecken. Sie findet ihren Weg hauptsächlich mit Hilfe des Tastsinnes (speziell des Oralsinnes) und des Geruches, während optische Eindrücke bei der Wahl ihres Weges nur eine ganz untergeordnete Rolle spielen; auch dieses im Gegensatz zur Ratte. Ich muß es mir versagen, die vielfachen, zum Teil recht komplizierten Versuche, die ich zur Feststellung dieser Verhältnisse anstellte, hier zu beschreiben. Seit dem Abschluß meiner Untersuchungen hat K. T. Waugh (Journal of Neurology and Psychology, Vol. 20, Nr. 6, 1910) zum Teil ähnliche Versuche ausführlich beschrieben. Durch derartige Versuche in Verbindung mit Exstirpationen von Rindenstücken dürfte sich die Lage des optischen Zentrums bei der Maus (allerdings nur mit sehr erheblichem Zeitaufwand und bei nicht albinotischen Tieren) feststellen lassen.

Occipitallappens und dessen Medialseite gelegen, anatomisch typische Sehrinde ist. Diese Stelle am kaudalen Pole des Pyriformis ist bei Hyrax capensis bereits sehr vergrößert und von einem schönen Gennarischen Streifen durchzogen, sie liegt aber noch ganz in diesem Übergangsfelde von Paläencephalon zu Neencephalon. Dadurch, daß die Hyraxpräparate zur Zeit, als Dr. Isenschmid hier arbeitete, noch nicht richtig erkannt waren, ist es unterblieben, die, wie es schien, dem Paläencephalon, das nicht durchforscht wurde, angehörige Rindenstelle näher zu untersuchen. Edinger.

Die Lokalisation weiterer Funktionen.

Da hier nur das Neencephalon behandelt wurde, sehe ich von einer Diskussion der Lokalisation der Riechfunktion und des mit dem Trigemimus zusammenhängenden »Oralsinnes« von Edinger, die in dem phylogenetisch älteren basalen Teilen, also dem Paläencephalon zu suchen ist, ab. Über die Lokalisation weiterer Funktionen ist nur wenig zu sagen. Cajal sprach einmal (30, S. 100) die Vermutung aus, die Hörrinde möchte sich bei der Maus auf der Konvexität lateral von der motorischen Rinde finden, also vielleicht in der Gegend unseres Feldes *e* oder *i*. Wir haben keine Anhaltspunkte für eine solche Vermutung.

Watson (42) bildet als Fig. 2 seiner Arbeit über die Insektivoren eine Struktur bei der Spitzmaus ab, welche auffallend mit unserer Area *b* übereinstimmt. Das betreffende Feld hat auch im wesentlichen dieselbe Lage wie unser Feld *b*, ist nur noch hinten etwas weiter ausgedehnt. Watson betrachtet dieses Feld wegen seiner gut ausgebildeten Körnerschicht, in der er ein Kriterium für sensible Funktion sieht, als »General Sensory Area«, und wir denken uns, daß jener Autor unserem Feld *b* auch bei den Rodentiern sensible Funktion zusprechen müßte. Schließlich erwähne ich, daß Döllken (11) vom Geschmackszentrum der Maus wie von etwas Bekanntem spricht, ohne zu sagen, wo es sich befindet, noch auf welche Kriterien sich seine Annahme gründet.

Alles in allem scheint mir, daß wir für die Hirnrinde von der Histologie allein nicht zu viele Aufschlüsse über physiologische Fragen verlangen dürfen. Ihre Hauptaufgabe ist, dem Physiologen präzise Fragen vorzulegen. Auch kann sie mehr oder weniger sichere Vermutungen aufstellen, deren Bestätigung aber in letzter Instanz immer der Physiologie

obliegt. Den Anspruch, Fragen nach der Lokalisation von Funktionen in der Hirnrinde vollständig zu lösen, darf die Histologie nur erheben, wenn die Physiologie bei einem verwandten Tiere den Sitz einer Funktion endgültig festgestellt hat. Genau übereinstimmender Bau spricht dann mit Sicherheit für gleiche Funktion.

Schlüsse aber, die sich bloß auf mehr oder weniger große Ähnlichkeit von Strukturen bei in der phylogenetischen Reihe weit voneinander entfernten Tieren stützen, bedürfen selbstverständlich dringend der Bestätigung durch das Experiment.

Angeführte Schriften.

1. Bolton, J. S. The Histological Basis of Amentia and Dementia. Archives of Neurology Bd. 2, 1903.

Brodmann, K. Beiträge zur histologischen Lokalisation der Großhirnrinde.

2. I. Mitteilung. Die Regio Rolandica. Journal für Psychologie und Neurol. Bd. 2, 1903.

3. II. Mitteilung. Der Calcarinatypus, ebenda Bd. 2, 1903.

4. III. Mitteilung. Die Rindenfelder der niederen Affen, ebenda Bd. 4, 1905.

5. IV. Mitteilung. Der Riesenpyramidentypus und sein Verhalten zu den Furchen bei den Karnivoren, ebenda Bd. 6, 1905.

6. V. Mitteilung. Über den allgemeinen Bauplan des Cortex Pallii usw., ebenda Bd. 6, 1906.

7. VI. Mitteilung. Die Cortexgliederung des Menschen, ebenda Bd. 10, 1907.

8. VII. Mitteilung. Die cytoarchitektonische Cortexgliederung der Halbaffen, ebenda Bd. 12, 1908.

9. Derselbe. Vergleichende Lokalisationslehre der Großhirnrinde. Leipzig 1909.

10. Derselbe. Zur histologischen Lokalisation der Hirnrinde (die Insel). Neurolog. Zentralbl. 1903.

11. Döllken. Beiträge zur Entwicklung des Säugergehirns. Lage und Ausdehnung des Bewegungszentrums der Maus. Neurolog. Zentralbl. 1907.

12. Edinger, L. Vorlesungen über den Bau der nervösen Zentralorgane. Bd. I und II. 7. Aufl. Leipzig 1904 und 1908.

13. Ernst, P. Mißbildungen des Nervensystems. Morphologie der Mißbildungen des Menschen und der Tiere. Herausgeg. von E. Schwalbe, Jena 1909.

14. Flatau und Jacobsohn. Handbuch der Anatomie und vergleichenden Anatomie des Zentralnervensystems der Säugetiere. Bd. I. Berlin 1899.

15. Goldstein, K. Beiträge zur Entwicklungsgeschichte des etwa $3\frac{1}{2}$ monatlichen menschlichen Gehirns. Archiv für Anatomie und Physiologie, 1903.

16. Grönberg, G. Die Ontogenese eines niederen Säugergehirns nach Untersuchungen an Erinaceus europeus. Zoolog. Jahrbücher Bd. 15, 1901.

17. Haller, B. Vom Bau des Wirbeltiergehirns. III. Teil: Mus. Morpholog. Jahrbuch Bd. 28, 1900.

18. Derselbe. Die phyletische Entfaltung der Großhirnrinde. Archiv für mikroskopische Anatomie Bd. 71, 1908.

19. Derselbe. Zur Ontogenie der Großhirnrinde der Säugetiere. Anatomischer Anzeiger Bd. 37, 1910.

20. Hermanides, S. R., und Köppen, M. Über die Furchen und den Bau der Großhirnrinde bei den Lissencephalen usw. Archiv für Psychiatrie Bd. 37, 1903.

21. His, W. Die Entwicklung des menschlichen Gehirns während der ersten Monate. Leipzig 1904.

22. Kappers, A. C. U. Folia Neurobiologica. 1910, V, S. 154.

23. Kolmer, W. Beitrag zur Kenntnis der motorischen Hirnrindenregion. Archiv für mikroskop. Anatomie und Entwicklungsgeschichte. Bd. 57, 1900.

24. Marinesco, G., und Goldstein, M. Sur l'architecture de l'écorce temporale et son rapport avec l'audition. L'Encéphale, Mai 1910.

25. Mauß, Th. Die faserarchitektonische Gliederung der Großhirnrinde bei niederen Affen. Journal für Psychologie und Neurologie Bd. 13, 1908.

26. Mott, F. W. The progressive evolution of the Structure und Functions of the Visual Cortex in Mammalia. Archives of Neurology Bd. 3, 1907.

27. Paton, St. The Histogenesis of the cellular Elements of the cerebral Cortex. Johns Hopkins Hospital Reports, Vol. IX.

28. Raimón y Cajal. Sur la structure de l'écorce cérébrale de quelques mammifères. La Cellule, Bd. 7.

Derselbe. Studien über die Hirnrinde des Menschen:

29. 1. Heft. Die Sehrinde. Leipzig 1900.

30. 2. Heft. Die Bewegungsrinde. Leipzig 1900.

31. 3. Heft. Die Hörrinde. Leipzig 1902.

32. 5. Heft. Vergleichende Strukturbeschreibung und Histogenesis der Hirnrinde. Leipzig 1906.

33. Derselbe. Beiträge zur feineren Anatomie des großen Hirns. Über den Bau der Rinde des unteren Hinterhauptslappens der kleinen Säugetiere. Leipzig 1903.

34. Ranke, O. Beiträge zur Kenntnis der normalen und pathologischen Hirnrindenbildung. Zieglers Beiträge Bd. 47, 1909.

35. Retzius. Das Menschenhirn. Stockholm 1906.

36. Rondoni, P. Beiträge zum Studium der Entwicklungskrankheiten des Gehirns. Archiv für Psychiatrie Bd. 45, 1909.

37. Stefanowska, M. Evolution des Cellules nerveuses corticales chex la souris après la naissance. Annales de la Société Royale des Sciences méd. et naturelles de Bruxelles Bd. 7, 1898.

38. Tredgold, A. F. Amentia (Idiocy and Imbecillity) Archives of Neurology Bd. 2, 1903.

39. Vogt, H., und Rondoni, P. Zum Aufbau der Hirnrinde. Deutsche med. Wochenschrift 1908, S. 1886.

40. Vogt, H. Über die Anatomie, das Wesen und die Entstehung mikrocephaler Mißbildungen usw. Arbeiten aus dem hirnanatomischen Institut in Zürich. Herausgeg. von Monakow. Wiesbaden 1905.

41. Vogt, O. Zur anatomischen Gliederung des Cortex cerebri. Journal für Psychologie und Neurologie Bd. 2, 1903.

42. Watson, G. A. The Mammalian Cerebral Cortex with special reference to its Comparative Histology. I. Order Insectivora. Archives of Neurology Bd. III. London 1907.

43. Wilson. A critical Description of the Brain of a Degenerate (convict and murder). Proceedings of the Royal Society of Medicine, July 1909.

44. Ziehen, Th. Handbuch der Entwicklungslehre der Wirbeltiere. Herausgeg. von O. Hertwig. 2. Band, III. Teil. Jena 1906.

Verzeichnis der Abbildungen.

Tafeln.

Alle Rindenbilder, mit Ausnahme von Fig. 1, welche eine Prismenzeichnung darstellt, sind mittels des Edingerschen Zeichen- und Projektionsapparates gewonnene Photographien. Wenn kein Alter angegeben ist, betreffen die Bilder die Rinde der erwachsenen Maus. Die Schnittdicke betrug bei ausgewachsenen Gehirnen immer 10 μ. Wo nicht anders angegeben, ist die Vergrößerung 1 zu etwa 90.

Tafel I.

Fig. 1. Pallium eines Mäusefötus von 10,5 mm, 1:500. R = Rinde, Z = Zwischenschicht, M = Matrix, li = Membrana limitans interna. (Zu S. 9.)

Fig. 2. Pallium der neugeborenen Maus, 1:125, 5 μ. (Zu S. 10.) Formatio *a*.

Fig. 3. Großhirnrinde, 3 Tage 6 Stunden, 1:125, 5 μ. (Zu S. 14.) Formatio *a*.

Fig. 4. Rinde, 9 Tage 6 Stunden, 1:125, 5 μ. (Zu S. 15.) Formatio *a*.

Fig. 5. Rinde, 12 Tage 6 Stunden, 1:125, 7 μ. Formatio *a*.

Fig. 6. Formatio *b*. (Zu S. 23.)

Tafel II.

Fig. 8. Formatio *b*, etwa 1:200. In das Photogramm eines mit Cresylviolett gefärbten Präparates sind links Zellen und Fasern nach Präparaten nach Golgi, Cajal und Bielschowsky eingezeichnet. (Zu S. 17—19 u. 23.)

Tafel III.

Fig. 12. Formatio *a*. (Zu S. 22.)

Fig. 13. Formatio *c*. (Zu S. 23.)

Fig. 14. Formatio *d*. (Zu S. 24.)

Fig. 15. Formatio *f*. (Zu S. 25.)

Fig. 16. Formatio *i*. (Zu S. 26.)

Fig. 20. Formatio *m*. (Zu S. 29.)

Tafel IV.

Fig. 17. Formatio *l* (in der Mitte der Figur), links Formatio *k*, rechts entlang der Fissura sagittalis Formatio *m*. Frontalschnitt. (Zu S. 27.)

Fig. 18. Formatio *q*. Frontalschnitt. (Zu S. 31.)

Tafel V.

Fig. 19. Formatio *k*. (Zu S. 26.)

Fig. 21. Formatio *r*. (Zu S. 31.) Der Schnitt hat die Rinde nicht genau senkrecht getroffen, so daß sie etwas zu breit erscheint.

Fig. 22. Formatio *s*. (Zu S. 33.)

Fig. 23. Formatio *t*. (Zu S. 34.)

Textfiguren.

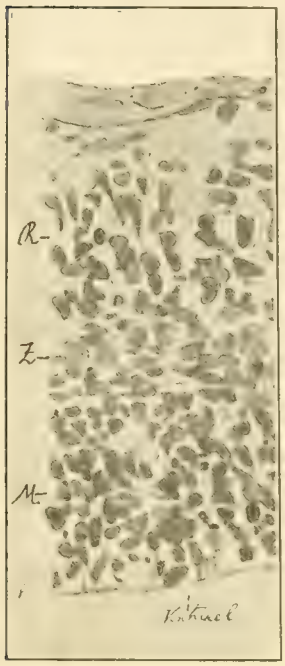
Fig. 7. Das Wachstum der Rinde schematisch dargestellt. Formatio *a*, 1:100. (S. 13.)

Fig. 9. Rechte Hemisphäre, Dorsalansicht, Felderung der Hirnrinde, Schema. (S. 21.)

Fig. 10. Rechte Hemisphäre, Lateralansicht, Schema. (S. 21.)

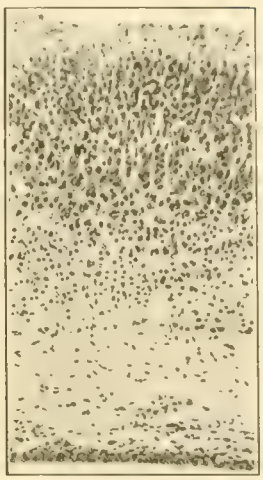
Fig. 11. Rechte Hemisphäre, Medialansicht, Schema. (S. 21.)

Fig. 1.



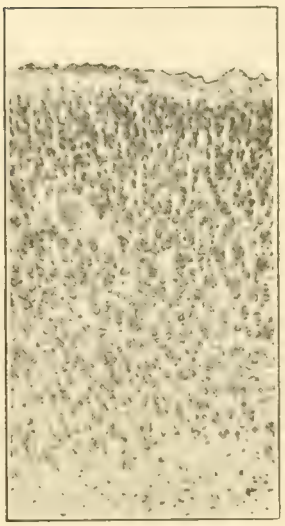
Hemisphärenwände des Mäusefötus von 10.5 mm Länge. Vergr. 1 : 500.

Fig. 2.



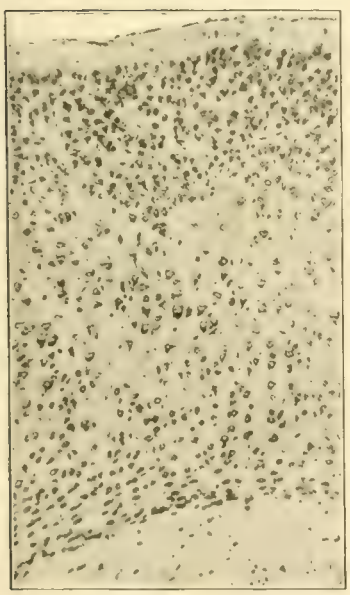
Hemisphärenwand der neugeborenen Maus (in der Gegend von Formatio *a*). 5 *μ*. Vergr. 1 : 125.

Fig. 3.



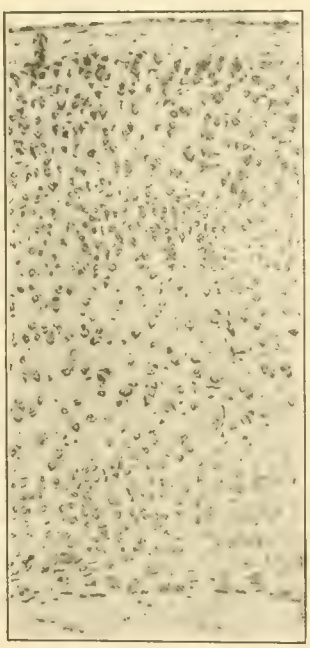
Rinde, 3 Tage 6 Std. Formatio *a*. 5 *μ*. Vergr. 1 : 125.

Fig. 4.



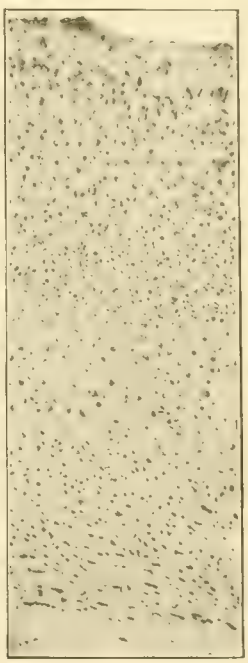
9 Tage 6 Std. Formatio *a*. 5 *μ*. Vergr. 1 : 125.

Fig. 5.



12 Tage 6 Std. Formatio *a*. 7 *μ*. Vergr. 1 : 125.

Fig. 6.

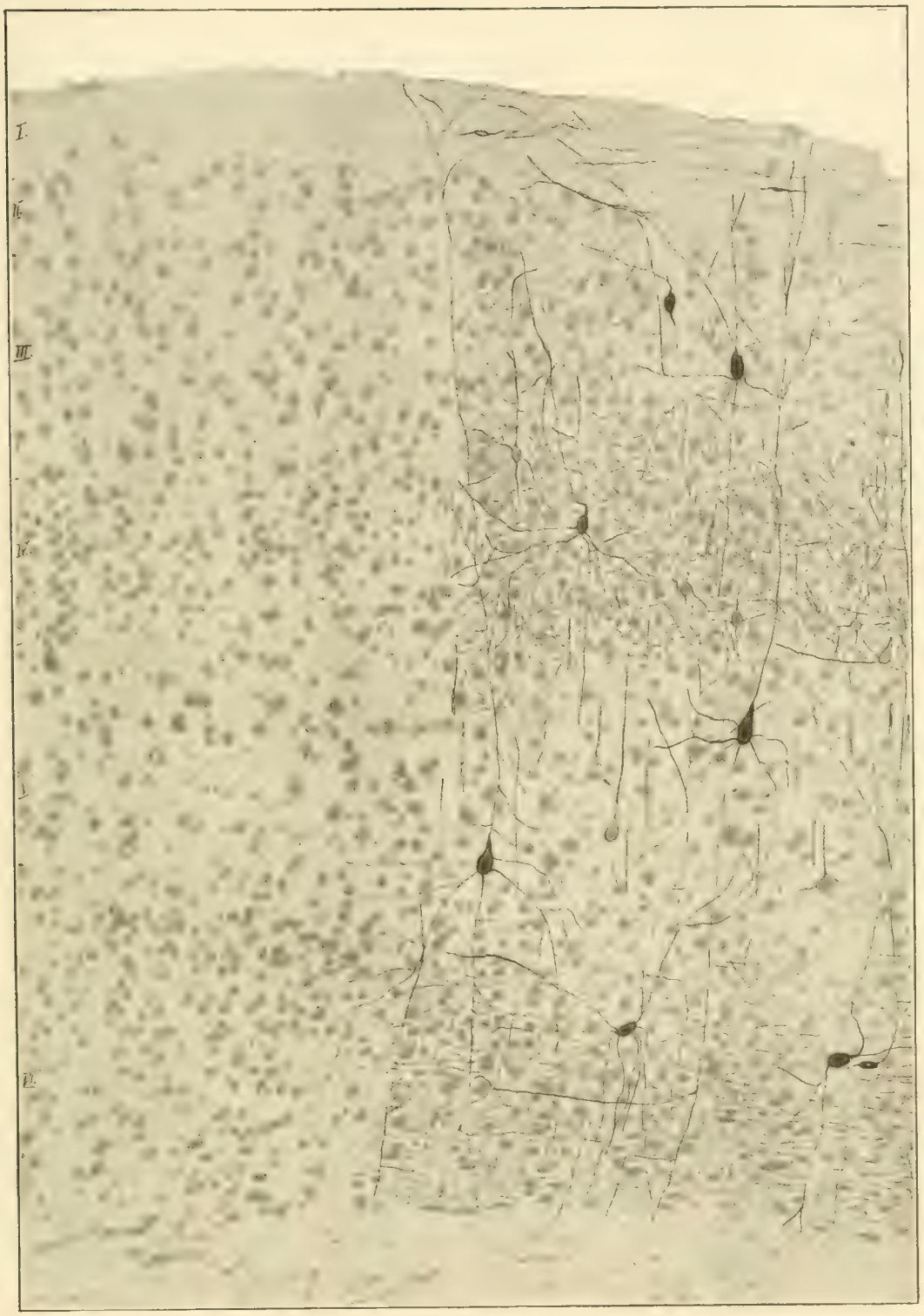


Formatio *b*, erwachsen. 10 *μ*. Vergr. 1 : 90.

R. Isenschmid: Zur Kenntnis der Großhirnrinde der Maus.

Taf. I.

Fig. 8.

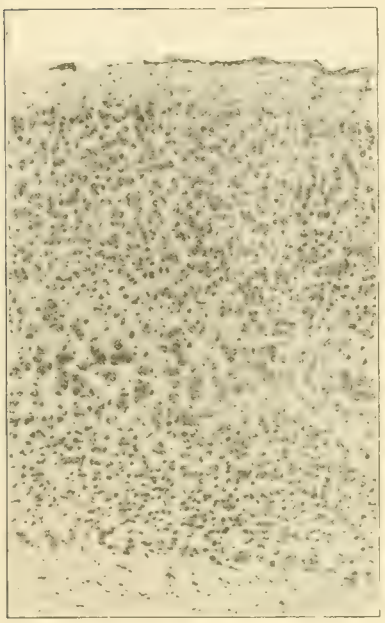


Formatio *b*.

R. Isenschmid: Zur Kenntnis der Großhirnrinde der Maus.

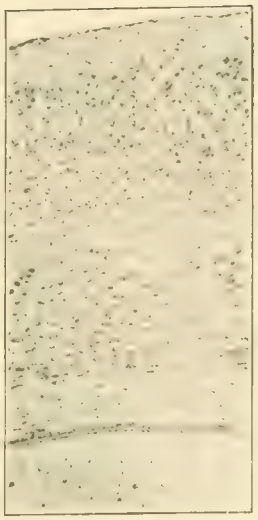
Taf. II.

Fig. 12.



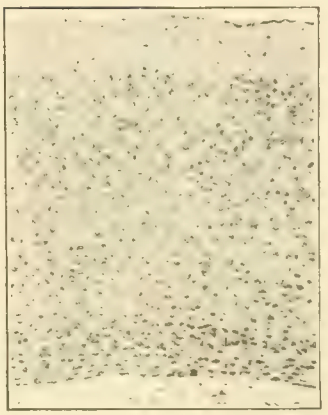
Formatio *a*. Vergr. 1:90.

Fig. 13.



Formatio *c*.

Fig. 11.

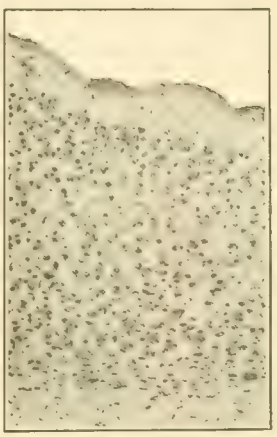


Formatio *d*.

Fig. 15.

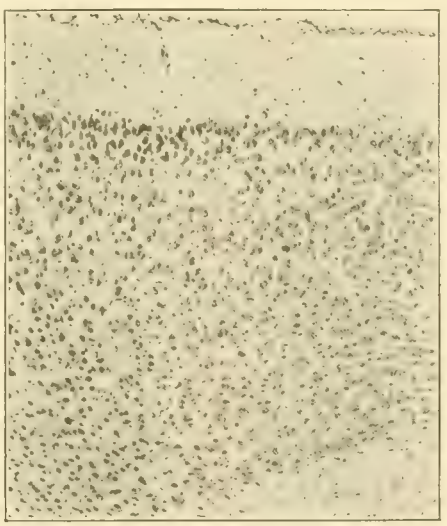
Formatio *f*.

Fig. 16.



Formatio *i*.

Fig. 20.

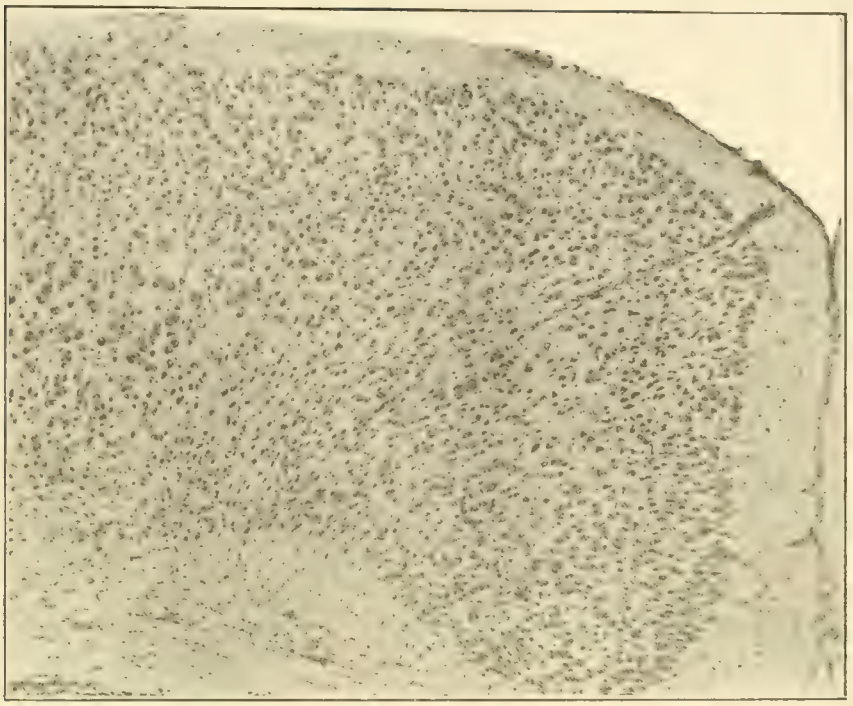


Formatio *m*.

R. Isenschmid: Zur Kenntnis der Großhirnrinde der Maus.

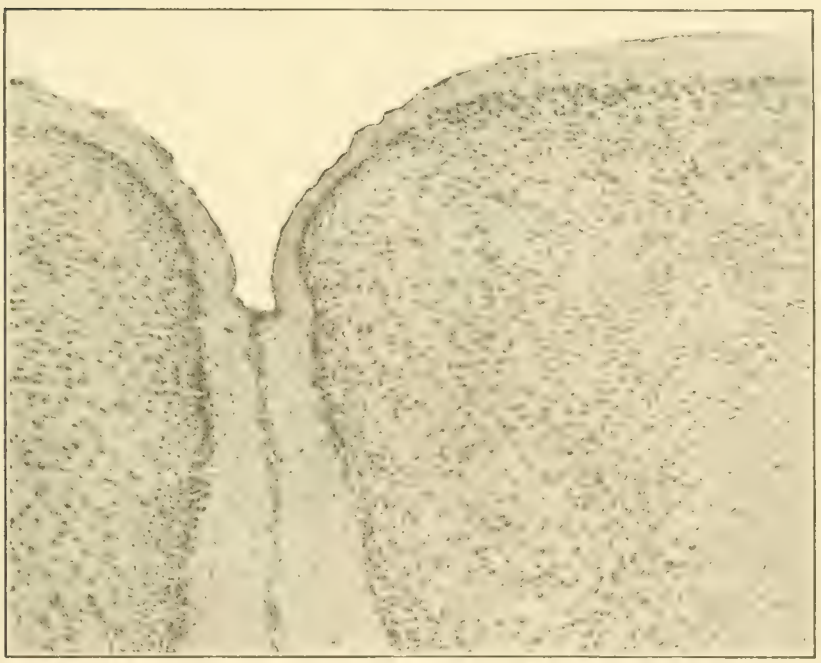
Taf. III.

Fig. 17.



Formatio *l*.

Fig. 18.

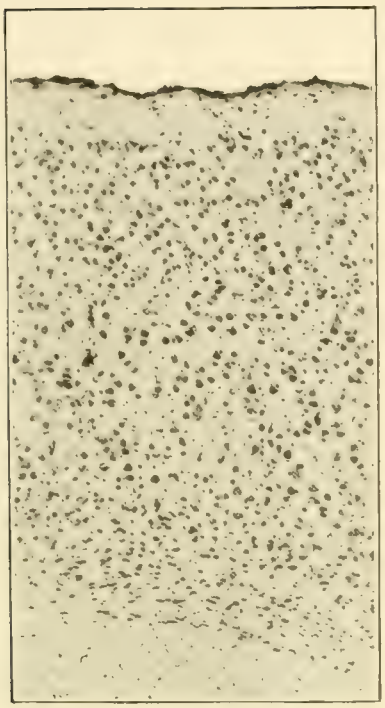


Formatio *q*.

R. Isenschmid: Zur Kenntnis der Großhirnrinde der Maus.

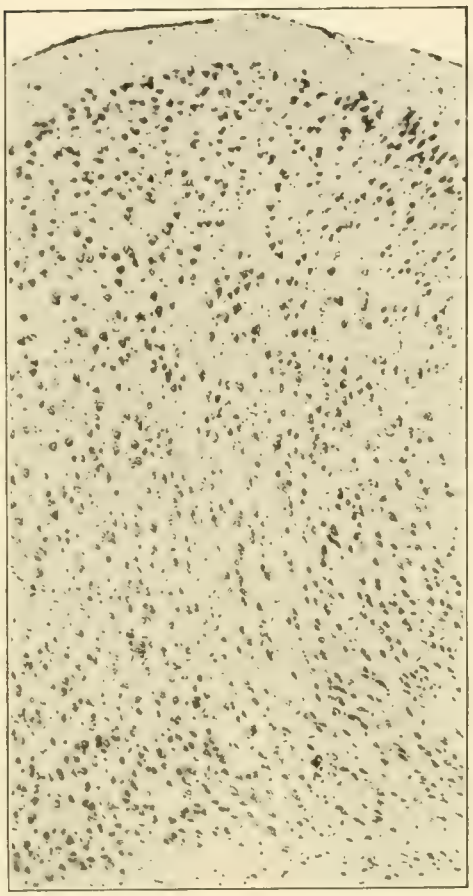
Taf. IV.

Fig. 19.



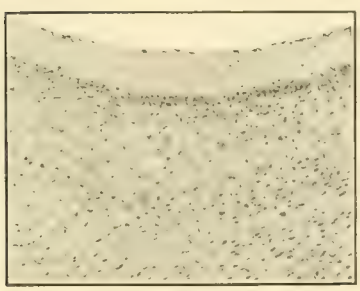
Formatio *k*.

Fig. 21.



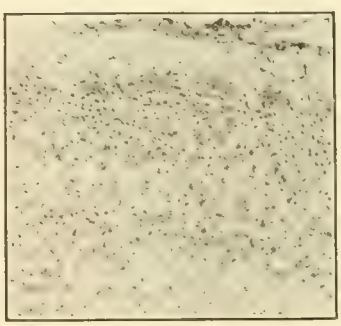
Formatio *r*.

Fig. 22.



Formatio *s*.

Fig. 23.



Formatio *t*.

R. Isenschmid: Zur Kenntnis der Großhirnrinde der Maus.

Taf. V.

Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina*.

Von

Dr. med. PAUL RÖTHIG.

Vorgelegt von Hrn. Waldeyer in der Gesamtsitzung am 23. März 1911.
Zum Druck eingereicht am gleichen Tage, ausgegeben am 22. Juni 1911.

Material und Methode.

Von den *Phanerobranchiata* erhielt ich fünf lebende Exemplare der Gattung *Siren*, und zwar *Siren lacertina*. Dieses Material wurde zur Untersuchung des Zentralnervensystems in folgender Weise behandelt. Zwei Köpfe wurden in toto in Pikrinessigsäuresublimat fixiert und nach Entkalkung mit Trichloressigsäure in Frontalschnitte und Sagittalschnitte zerlegt und mit Hämatoxylin und Erythrosin gefärbt. Bei den drei anderen Exemplaren präparierte man das Gehirn heraus, fixierte es in Formalin und behandelte es nach der Weigertschen Markscheidenmethode. Es wurden hierbei Frontal-, Sagittal- und Horizontalschnittserien angefertigt.

Die vorliegende Arbeit gibt von diesem lebensfrisch eingelegten Material eine Darstellung der Zellanordnungen und Faserzüge im Telencephalon, und im frontalen Abschnitt des Diencephalon. Es zeigte sich, daß *Siren lacertina* besonders deshalb ein überaus günstiges Untersuchungsobjekt ist, weil sich bei diesem Tiere der Verlauf der Faserzüge mit fast schematischer Klarheit ergibt. Von diesen letzteren werden entsprechend der angewandten Methodik ausschließlich die markhaltigen Faserzüge berücksichtigt.

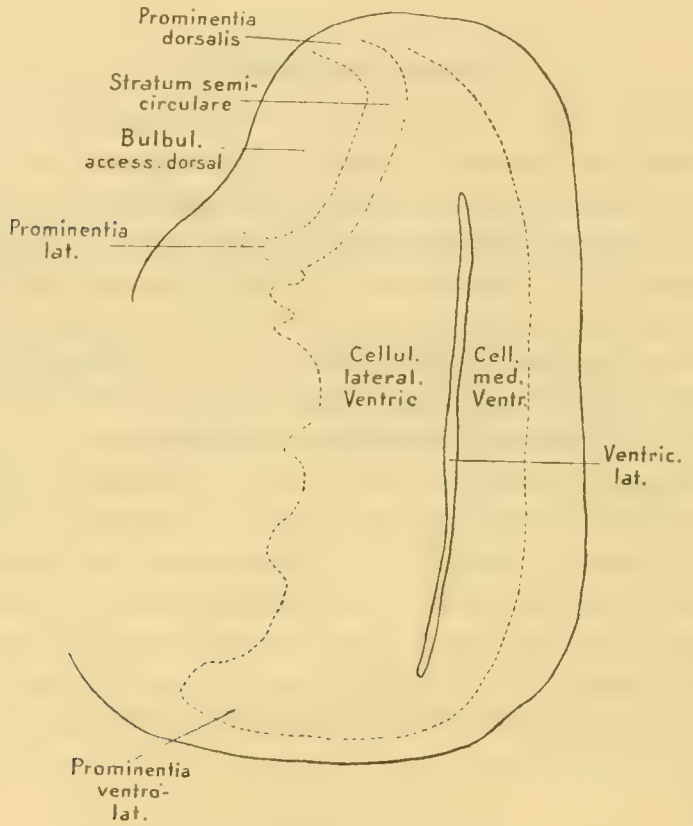
Zellanordnungen.

Formatio bulbaris.

Wie die Figuren 1—4 auf Taf. I zeigen, nimmt die Formatio bulbaris vorn den ganzen lateralen, mehr kaudal den lateroventralen Abschnitt des Bulbus olfactorius ein. Derselben lagert sich in den Querschnittsebenen hinter dem ersten Auftreten des Ventriculus bulbaris dorsal eine zweite Formatio-bulbaris-Bildung an, die einen Bulbulus accessorius dorsalis darstellt (Fig. 4 und 5 auf Taf. I und II und Textfig. 1); umschlossen wird dieser Bulbulus, wie besonders die erwähnte Textfigur zeigt, von charakteristischen Zellanordnungen, nämlich der Prominentia cell. dorsalis und

lateralis, sowie dem zwischen beiden liegenden halbkreisförmigen Stratum cell. semicirculare. Einzelheiten im zellularen Aufbau der Formatio bulbaris und des Bulbulus accessorius dorsalis ließen sich bei der angewandten Methodik nicht nachweisen.

Fig. 1.



Bulbus olfactorius.

Wie die Frontalserie durch den ganzen Kopf des Tieres zeigt, sind die Bulb. olf. in ihrem hinteren Bezirk für eine kurze Strecke an der Medianfläche durch eine Brücke verbunden, es gibt hier also eine Concrescentia bulbaris. (Anm. 1.)[1]

Was die Zellanordnungen betrifft, so bemerkt man ganz frontal (Fig. 1 und 2 Taf. I), daß die mediale Fläche des Bulbus von den Cellulae me-

[1] Siehe S. 15.

diales, die dorsale von den Cell. dorsales, die ventrale von den Cell. ventrales, ausgekleidet wird. Von diesen drei Zellgruppen, die das ganze Gebiet des Bulbusquerschnittes hufeisenförmig von median her umfassen, reichen die Cell. dorsales und ventrales bis an die Formatio bulbaris heran und schieben sich zum Teil in ihr Gebiet hinein vor (Fig. 2 Taf. I). Die Cell. mediales bilden am Rande der medialen Bulbusfläche eine dichte Lage, während sie sich nach lateralwärts in lockere Zellgruppen auflösen, so daß man danach noch zwei Unterabteilungen dieser Zellgruppen unterscheiden könnte; von einer Benennung derselben wird aber abgesehen.

Im Innern des Gebietes der Cell. bulbares mediales tritt weiter kaudal (Fig. 3 Taf. I) die Spitze des Ventriculus lateralis (bulbaris) auf. Danach lassen sich zwei neue Zellgruppen unterscheiden: Die Cell. mediales, die den Ventrikel an seiner medialen Fläche, und die Cell. laterales, die ihn an seiner lateralen Fläche begrenzen. Letztere stoßen lateralwärts an die vorher erwähnten lockeren Zellgruppen an. In der Querschnittsebene der Fig. 3 sieht man ventral noch die Cell. bulb. ventr., dorsal die Cell. bulb. dorsal.; letztere sind zu einer starken Anhäufung angeordnet, die ein Tuberculum bulbi dorso-laterale bildet. Unmittelbar hinter letzterem beginnt das Gebiet des vorher erwähnten Bulbulus accessorius dorsalis. Die ihn einscheidenden Zellansammlungen gehören, wie Textfig. 1 zeigt, den Cell. laterales ventric. an. Es sind die oben erwähnte Prominentia dorsal. und lat. sowie das Stratum semicirc.

Die erwähnten Cell. bulb. medial. und lat. gehen kaudalwärts über in die medialen und lateralen Ventrikelzellen (Fig. 4 Taf. I). Die Cell. lat. ventriculi bilden ventral einen Vorsprung nach lateralwärts, die Prominentia ventro-lateralis, ähnlich der dorsal am Bulbulus accessorius gelegenen Prominentia dorsalis (Fig. 6 Taf. II und Textfig. 1). Einen gleichen Zellvorsprung bemerkt man an der medio-ventralen Ventrikelecke, die Prominentia medialis (Fig. 6 und 7 Taf. II und III). Die Prominentia ventro-lateralis (Fig. 4—6 Taf. I und II) reicht bis in die Nähe des Hemisphärenrandes und hängt dort mit oberflächlich gelegenen Zellen, den Cell. superf. ventro-lat., zusammen. Wenige Schnitte weiter kaudal bildet sich aus diesen oberflächlich gelegenen Zellen in Zusammenhang mit den lateralen Ausläufern der lateralen Ventrikelzellen eine diffuse, den ganzen lateralen Hemisphärenteil einnehmende Zellmasse, wie Fig. 6 Taf. II) zeigt.

Lobus hemisphaericus.

Aus dieser eben beschriebenen, auf Fig. 6 (Taf. II), den lateralen Hemisphärenabschnitt seitwärts von den lateralen Ventrikelzellen einnehmenden Zellmasse sondert sich weiter kaudal (Fig. 7 Taf. III) eine neue Zellmasse ab, die den ventro-lateralen Teil des Ventrikels umgibt, die Massa ventrolateralis. Sie ist durch einen zellenfreien Raum von den lateralen Ventrikelzellen (dorsalwärts) und einem Zellenvorsprung medialwärts geschieden. Infolgedessen kann man auf der Querschnittsebene der Fig. 7 an der lateralen Umgrenzung des Ventrikels nach einander folgende Zellgruppen unterscheiden: Die Cell. lat. ventric., die seitwärts einen Vorsprung, die Prominentia lat., bilden, die Massa ventro-lat. und schließlich die Prominentia medialis. Die Massa ventro-lat. geht kaudalwärts über in das Gebiet des Nucl. basalis (Fig. 8 Taf. III), so daß das Ursprungsgebiet des lateralen Vorderhirnbündels dorsal von der Prominentia lateralis, medial von der Prominentia medial. begrenzt wird. Die letztere, die Prominentia medialis, verbindet sich medianwärts mit dem gleichen Vorsprung der anderen Seite (Fig. 8 und 9 Taf. III und IV); sie weist dabei einen nach ventral gerichteten Sporn auf, die Prominentia ventralis (Fig. 7—9 Taf. III und IV), die das Areal des medialen und lateralen Vorderhirnbündels voneinander scheidet.

Die Prominentia cell. lat. reicht, wie die Abbildungen auf den beigegebenen Tafeln zeigen, in langer Linie weit kaudalwärts bis zur ventrolateralen Begrenzung des Ventrikels im hinteren Hemisphärenpol (Anm. 2).

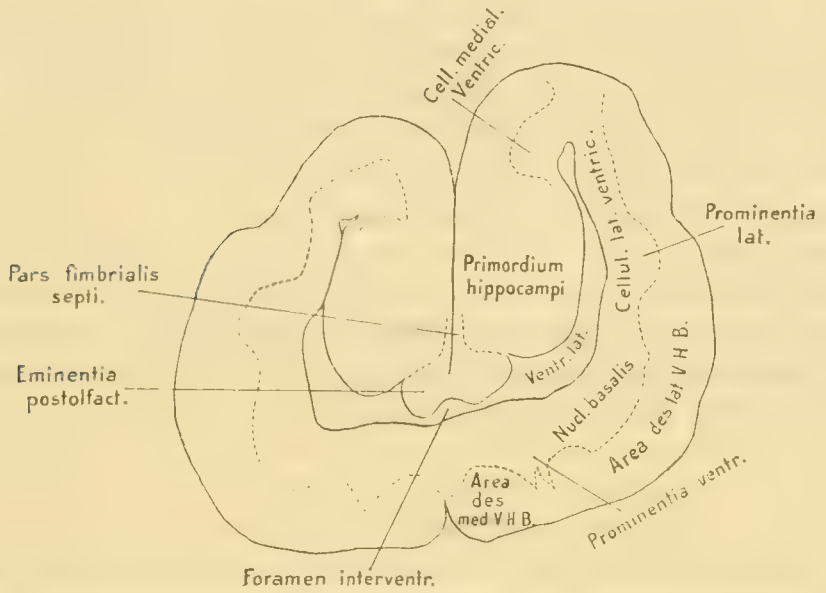
Im Gebiet der Cell. mediales ventriculi tritt in der Höhe des Querschnittes der Fig. 6 die erste Spur des Primordium hippocampi auf. Dasselbe erreicht seine höchste Ausbildung weiter kaudalwärts (Fig. 7—10 Taf. III und IV), um von da an wieder schwächer zu werden. (Anm. 3.)

Bei seinem ersten Auftreten (Fig. 6 Taf. II) grenzt es nach ventral hin an die Prominentia medialis. Neben derselben sieht man im Septumgebiet eine isolierte aus einigen Zellen bestehende Zellgruppe, die weiter rückwärts stärker wird und mehr in die Nähe der Incisura pallii rückt (Fig. 7 Taf. III); sie wird Nucleus medianus septi genannt. Zwischen ihr und der Prominentia medialis bemerkt man auf Fig. 7 eine zweite, aus ebensolchen Zellen bestehende Zellgruppe, die Nucleus lateralis septi heißen möge. Nach dorsalwärts hin grenzt an beide Gebilde das stark entwickelte Primordium hippocampi, lateralwärts von ihnen liegt, anfangs

eng verbunden mit der Prominentia medialis, der Anfang der Eminentia postolfactoria (Fig. 7 Taf. III). Letztere erreicht weiter kaudal eine größere Ausbildung, wie Fig. 8 und die Textfig. 2 zeigen.

Sie liegt unmittelbar hinter dem Areal des Nucleus medianus und lateralis septi. Auf dem Stadium ihrer höchsten Ausbildung (Fig. 8 Taf. III und Textfig. 2) setzen sich ihre Zellen nach oben hin scharf vom Primor-

Fig. 2.



dium hippocampi ab, wobei sich ein Teil derselben an der Incisura pallii in die Höhe schiebt und hierdurch das erste Auftreten der Pars fimbrialis septi (Kappers) darstellt. Die Eminentia postolfactoria begrenzt, wie die Textfig. 2 zeigt, das Foramen Monroi von dorsalwärts.

Wenn man unter Septum das Zellareal versteht, das in der Mittellinie vor dem Foramen Monroi zwischen den beiden Ventrikeln und zwischen den beiden dorsalen und ventralen medialen Hemisphärenteilen ausgebreitet ist, so wird bei unserem Materiale das Septum dargestellt durch die Eminentia postolfactoria. An sie schließen sich nach vorn hin an die beiden beschriebenen Septumkerne, der Nucleus medianus und lateralis septi (Fig. 6—7 Taf. II und III); einen dorsal gerichteten Fortsatz des Septumgebietes stellt die erwähnte Pars fimbrialis septi dar (Textfig. 2). (Anm. 4.)

Dorsalwärts grenzen an die Zellen des Primordium hippocampi die Cell. mediales ventriculi, die um den dorsalen Winkel des Seitenventrikels herum mit den Cell. lateralis ventriculi in Verbindung stehen. Je weiter kaudalwärts, einen desto geringeren Raum nehmen die Cell. mediales ventriculi ein.

Die Grenze zwischen dem Primordium hippocampi und der Eminentia postolfactoria wird an der medialen Ventrikelfläche durch eine scharfe Furche, die Fissura limitans hippocampi (C. J. Herrick) dargestellt. Sie bildet zugleich die Grenze zwischen der Pars medio-dorsalis und der Pars medio-ventralis der Hemisphäre. Danach muß man, falls man es nicht vorzieht, die Eminentia postolfactoria als eigentliches Septum als ein Gebiet für sich zu betrachten, die Eminentia postolfactoria zur Pars medio-ventralis der Hemisphäre rechnen (Fig. 8 Taf. III).

Auf der lateralen Ventrikelfläche liegt stellenweise eine schwach angedeutete Furche, die in das Gebiet der Prominentia lateralis einschneidet. Sie kann als Sulcus (Fissura) endorhinalis (Kappers, Turner) betrachtet werden und, bei Siren nur in schwacher Weise, die Grenze andeuten zwischen der Pars latero-dorsalis und der Pars latero-ventralis der Hemisphäre (Fig. 7 Taf. III). (Anm. 5.)

Diencephalon.

In der Querschittsebene in Höhe der Commissura anterior tritt ganz ventral der Nucleus und Recessus praeopticus auf (Fig. 9 und 10 Taf. IV). Weiter kaudal verbindet sich der Nucleus praeopticus mit dem übrigen Zellbelag des Hypothalamus, und der Recessus praeopticus geht über in den Ventriculus diencephali (Fig. 11—14 Taf. V und VI).

Am Diencephalon unterscheiden wir, wie üblich, den Thalamus, den Epi- und Hypothalamus. Die Grenze zwischen Hypothalamus und Thalamus ist deutlich im Sulcus ventralis thalami (Fig. 11 und 12 Taf. V), eine Grenzfurche zwischen Epithalamus und Thalamus wurde dagegen nicht beobachtet. Im Thalamusgebiete liegt zwischen dem Sulcus ventralis und medialis das Gebiet der Herrick'schen Eminentia thalami (Fig. 11—13 Taf. V und VI). Im Epithalamus bemerkt man wie gewöhnlich die Ganglia habenulae (Fig. 11 bis 13 Taf. V und VI). Die Zellauskleidung am Ventriculus diencephali zeigt keine Abscheidung in verschiedene Gruppen. Stellenweise,

so Fig. 11—13, tritt eine Zellverbindung ein zwischen den Zellen der Prominentia lateralis des Lobus hemisphaericus und den Zellen des Diencephalon, eine Verbindung, die sich weiter.kaudalwärts wieder lockert (Fig. 14 Taf. VI).

Markhaltige Faserzüge.

Formatio bulbaris.

Aus dem Gebiete der Formatio bulbaris zieht, wie die Figuren 1 und 2 (Taf. I) zeigen, der Tractus olf. ventralis nach ventro-medianwärts, um an der medio-ventralen Ecke des Bulbus olf. in kaudale Richtung umzubiegen und nach kurzem Verlauf zu enden. Er reicht, wie die Sagittalschnittserie ergibt, bis in die Nähe des vorderen Ursprungsgebietes des lateralen Vorderhirnbündels.

Bulbulus accessorius dorsalis.

Der Bulbulus accessorius dorsalis, dessen Areal im ersten Teil der Arbeit beschrieben worden ist und aus den Figuren 4 und 5 der Tafel I und II hervorgeht, sendet, wie die Figuren 5 und 6 der Tafel II zeigen, Fasern aus, die sich an die Faserzüge der Radix olfactoria lateralis anlegen, mit ihr die Cell. laterales ventriculi durchziehen und zu den Cell. superficiales ventrolaterales gelangen. Sie hängen nach kaudalwärts zusammen mit dem Fasergewirr, das, wie Fig. 6 Taf. II zeigt, die laterale Hemisphärenfläche einnimmt und seinerseits in Verbindung steht mit den Faserzügen aus der Radix olfactoria lat. und aus der Prominentia cell. ventro-lateralis. Da aus diesem Fasergewirr kaudalwärts sich die Faserzüge des vordersten Teiles des lateralen Vorderhirnbündels entwickeln, so steht unter Vermittlung dieses Fasergeflechtes der Bulbulus accessorius dorsalis mit dem lateralen Vorderhirnbündel in Verbindung, wenigstens läßt die anatomische Untersuchung der lückenlosen Schnittserie diese Annahme zu (vgl. hierzu die Figuren 5, 6 und 7 der Tafel II und III).

Bulbus olfactorius.

Im vordersten Teil des Bulbus olfactorius ziehen zur dorso-medialen Ecke blau gefärbte feine Faserzüge, die eine Radix olfactoria dorsalis darstellen. Ganz das gleiche ist der Fall im medio-ventralen Gebiete des Bulbus olfactorius. Auch dorthin ziehen markhaltige Faserzüge, die an

der medio-ventralen Ecke kaudalwärts umbiegen. Sie bilden eine Radix olfactoria ventralis, die an der medio-ventralen Ecke des Bulbus auf den von seitwärts her aus der Formatio bulbaris kommenden Tractus olfactorius ventralis stößt und mit ihm kaudalwärts verläuft. Diese Verhältnisse ergeben sich klar aus den Figuren 1—4 der Tafel I.

Im Innern der Cell. bulbares mediales treten ganz vorn im Bulbus punktförmige Faserdurchschnitte auf (Fig. 2 Taf. I). Sie gehören, wie der weitere Verlauf der Serie ergibt, einer neuen Olfactoriuswurzel an, die, aus den medialen Bulbuszellen entspringend, dorsalwärts zieht und sich an der dorso-medialen Bulbusecke den Fasern der Radix olfactoria dorsalis anlegt und mit ihr nach hinten verläuft. Es ist dies die Radix olfactoria medialis. Sie ist dargestellt auf Fig. 2—5 der Taf. I und II. Wenn nach Auftreten des Ventriculus lateralis s. bulbaris sich die vorn einheitliche Masse der Cell. bulbares mediales in Cell. mediales und laterales ventriculi geschieden hat, entstehen aus den Cell. mediales ventriculi neue markhaltige Wurzelbündel der Radix olfactoria medialis, die in kaudalwärts hintereinandergelegenen Abständen aus ihrem zellulären Ursprungsgebiet nach medio-dorsalwärts ziehen.

Hierbei reichen Fasern — nach Befunden an der Horizontalschnittserie — aus der Radix olf. medial hinein in das vorderste Gebiet des dorsalen Abschnittes der medialen Hemisphärenfläche, so daß sie also eine Verbindung darstellen zwischen dem Bulb. olf. und dem dorso-frontalen Gebiet des Primordium hippocampi.

Die Radix olfactoria lateralis entsteht aus dem Gebiete der Cell. laterales ventriculi und zieht medio-dorsalwärts. Auch sie weist eine Anzahl kaudalwärts hintereinandergelegene Wurzelbündel auf, die ungleich kräftiger sind als die der Radix olfactoria medialis. Anordnung und Verlauf der Radix olfactoria lateralis wird deutlich auf den Zeichnungen Fig. 3—6 Taf. I und II.

Es strömen also in das Gebiet an der medio-dorsalen Ecke des Bulbus aus den verschiedenen Zellen desselben drei Faserzüge zusammen, nämlich die Radix olfactoria dorsalis ganz vorn, und mehr kaudal die Radix olfactoria medialis und lateralis. Von ihnen ist die letztere die mächtigste. Alle drei Wurzeln bilden an der medio-dorsalen Ecke des Bulbus den kaudalwärts ziehenden Tractus olfactorius dorsalis. Über letzteren vgl. die Figuren 4—7 der Tafel I—III. Entsprechend seines

nach hinten gerichteten Längsverlaufes erscheint dort das Areal des Tractus olfactorius doralis erfüllt mit punktförmigen Faserdurchschnitten. Der Tractus olfactorius dorsalis splittert, wie die Figur 7 auf Tafel III zeigt, in den dorso-lateralen Hemisphärenteilen auf, aus denen dann, wie die gleiche Figur darlegt, neue Faserzüge sich bilden, die nach ventral zum Areal des lateralen Vorderhirnbündels ziehen. Das System des Tractus olfactorius dorsalis mit seinen drei, vorn im Bulbus olfactorius gelegenen Wurzelbündeln und seiner Aufsplitterung hinten in der Pars dorso-lateralis des Lobus hemisphaericus kann angesehen werden als die Edingersche Radiatio bulbo-corticalis. Ein vom Tractus olfactorius dorsalis sich abzweigender, nach dem hinteren Pol der Hemisphäre ziehender Zug wurde nicht beobachtet.

Wir haben also zusammenfassend aus dem Bulbus olfactorius bzw. aus der Formatio bulbaris und dem Bulbulus accessorius dorsalis zum Lobus hemisphaericus folgende markhaltige Züge: Ventral den Tractus olfactorius ventralis und die Radix olfactoria ventralis, dorsal die Fasern aus dem Bulbulus accessorius unter Berührung mit der Radix olfactoria lateralis zum Ursprungsgebiet des lateralen Vorderhirnbündels und den Tractus olfactorius dorsalis mit seinen drei Ursprungswurzeln der Radix olfactoria dorsalis, medialis und lateralis. (Anm. 6.)

Lobus hemisphaericus.

Wenn der vordere Teil des Ventriculus lateralis s. bulbaris sichtbar geworden ist (Fig. 3 Taf. I), bemerkt man medial von den Zügen der Radix olfactoria medialis hart an der Incisura pallii längsverlaufende Züge, die auf den weiter kaudal gelegenen Querschnittsebenen erheblich an Mächtigkeit zunehmen und ventro-medianwärts ziehen (Fig. 3—6 Taf. I und II). Sie biegen an der ventro-medianen Ecke in die kaudale Richtung um. Es ist das das System des Tractus olfactorius medialis. Wie erwähnt, gewinnt dasselbe in den fronto-kaudalen Querschnittsebenen an Ausdehnung, so daß nach seinem Umbiegen in die kaudale Richtung an der ventro-medianen Ecke der Hemisphäre ein kräftiger längsverlaufender Zug zustande kommt, der das mediale Vorderhirnbündel darstellt (Fig. 7 Taf. III). Ganz vorn reicht der Tractus olfactorius medialis bis in die Nähe des dorsalen Randes des Gehirnes (Fig. 4 Taf. I); während die Hauptmasse

seiner Fasern den eben beschriebenen ventro-medianen Verlauf nehmen, bleibt ein kleiner Teil dorsal liegen und verläuft in der Nähe des Tractus olfactorius dorsalis nach kaudal. Infolgedessen kann man das System des Tractus olfactorius medialis scheiden in eine Pars dorsalis und eine Pars ventralis, wie es auf den Figuren 4, 5 und 6 der Tafel I und II geschehen ist. Von diesen beiden Teilen ist die zum medialen Vorderhirnbündel ziehende Pars ventralis die bedeutendere.

Den Zügen des Tractus olfactorius medialis schließen sich nun aus den übrigen Teilen der medialen Hemisphärenfläche noch andere Faserzüge an und verlaufen mit ihm zum medialen Vorderhirnbündel. Es sind dies Faserzüge aus dem Primordium hippocampi und aus dem Nucleus medianus und lateralis septi (Fig. 7 Taf. III). Von letzteren Zügen bleibt es unsicher, ob sie in den Septumkernen entspringen oder Fasern des medialen Tractus olfactorius angehören, die diese Kerne nur durchziehen.

Die aus dem Primordium hippocampi zum Tractus olfactorius medialis und mit ihm zum medialen Vorderhirnbündel ziehenden Fasern entspringen in weiter Ausdehnung aus dem Primordium hippocampi, so daß die kaudaleren Teile desselben mit dem Tractus olfactorius medialis und dem medialen Vorderhirnbündel in Verbindung stehen (Fig. 7—9 Taf. III und IV).

Das mediale Vorderhirnbündel zieht im ventro-medianen Hemisphärengebiet, wie bekannt, kaudalwärts zum Hypothalamus und liegt dabei an der medialen Seite des lateralen Vorderhirnbündels, mit letzterem zusammen das basale Vorderhirnbündel darstellend. Vor und über dem Nucleus praeopticus (Fig. 9 und 10 Taf. IV) ziehen aus dem Gebiete des medialen Vorderhirnbündels Querzüge hinüber zur anderen Seite der Hemisphäre und bilden so eine Pars commissuralis des medialen Vorderhirnbündels. Vor der Commissura anterior und dorsalwärts von der eben erwähnten Pars commissuralis des medialen Vorderhirnbündels ziehen unter gegenseitiger Kreuzung aus dem Areal des medialen Vorderhirnbündels Faserzüge hinüber in den kaudalen Teil des Primordium hippocampi der gegenüberliegenden Seite (Fig. 10 Taf. IV). Sie durchsetzen bei diesem Verlaufe die Fasern der Commissura hippocampi und können angesehen werden als ein Tractus cortico-olfactorius medialis (Fig. 10 Taf. IV).

Das Faserareal des medialen Vorderhirnbündels umfaßt also folgende Faserzüge: Von vorn her aus der medialen Hemisphärenfläche den Tractus olfactorius medialis, Züge aus dem frontalen Teile des Primor-

dium hippocampi und aus den Nuclii septales, aus mehr kaudalen Ebenen des Primordiums hippocampi den Tractus cortico-olfactorius medialis; der letztere ist gekreuzt.

Das laterale Vorderhirnbündel und sein Ursprungsgebiet liegt bei Siren stark lateral (Fig. 7 und 8 Taf. III). Es erhält Fasern aus dem dorsolateralen Teil der Hemisphäre (Fig. 7 und 8 Taf. III) und vermutlich auch unter Vermittlung des Fasergewirrs der Figur 6 Tafel II aus dem Bulbulus accessorius dorsalis. Es gewinnt bei seinem kaudalwärts gerichteten Verlaufe das bekannte Aussehen des starken runden Bündels, an dem man hinter der Commissura anterior im frontalen Gebiete des Diencephalon zeitweilig eine Zerklüftung in zwei bis drei, mehr oder weniger deutlich voneinander geschiedene Bündel bemerken kann (Fig. 11—13 Taf. V und VI). Im Gebiete der Commissura anterior (Fig. 10 Taf. IV) bemerkt man die starke Pars commissuralis des lateralen Vorderhirnbündels.

Die Commissura hippocampi stellt eine aus marklosen und wenigen markhaltigen Fasern bestehende Verbindung der beiden Abschnitte des Primordium hippocampi dar (Fig. 10 Taf. IV); sie liegt hinter und wohl auch unter dem Foramen Monroi. Ihre markhaltigen, blau gefärbten Faserzüge haben verschiedene Bedeutung. Die einen stellen eine wirkliche markhaltige kommissurale Verbindung der hinteren Abschnitte des Primordium hippocampi dar (Fig. 10 und 11 Taf. IV und V), andere gehören den vorher erwähnten, die Commissura hippocampi durchziehenden Fasern des Tractus cortico-olfactorius medialis an; ferner sind in ihnen enthalten Züge, die vielleicht in ähnlicher Weise, wie der letztere Tractus, aus dem Gebiete des medialen Vorderhirnbündels stammen, unter Durchflechtung mit den Fasern der Commissura hippocampi zur medialen Ecke des Primordium hippocampi dicht oberhalb der Ansatzstelle der Commissura hippocampi, und von da nach hinten oben in die Habenularregion ziehen und so einen Tractus olfacto-habenularis medialis darstellen (Fig. 10 und 11 Taf. IV und V).

Die eben erwähnte, unmittelbar an der Ansatzstelle der Commissura hippocampi gelegene mediale Ecke des Primordium hippocampi (Fig. 10 Taf. IV) enthält eine Anzahl punktförmiger Faserquerschnitte, die, wie die Durchmusterung der Frontalschnittserie ergibt, nach vorn hin in der medialen Fläche des Primordium hippocampi aufsplittern (Fig. 9 Taf. IV) und nach hinten oben zum Gebiet der Eminentia thalami und von dort in die Habe-

nularregion ziehen (Fig. 11 Taf. V). Sie stellen demnach einen Tractus cortico-habenularis medialis dar.

Aus der latero-ventralen Zellmasse des hinteren Poles der Hemisphäre kommen, wie die Figuren 13 und 14 auf Tafel VI lehren, Faserzüge, die im Bogen um die ventro-mediale Ecke des hinteren Teiles des Ventriculus lateralis ziehen und nach vorn und dorsalwärts in die Habenularregion verlaufen. Es ist dies der Tractus cortico-habenularis lateralis.

In der Habenularregion hat einen ganz ähnlichen Verlauf, wie der letztere Zug, ein Tractus, der aus der Umgebung des lateralen Vorderhirnbündels herkommt und nach vorn und oben zieht. Es ist dies der Tractus olfacto-habenularis lateralis (Fig. 12—14 Taf. V und V).

Wir haben also als eine Verbindung der Habenularregion mit den medialen Teilen der Hemisphäre, d. h. mit dem Primordium hippocampi, den Tractus cortico-habenularis medialis, mit den lateralen Teilen der Hemisphäre den Tractus cortico-habenularis lateralis, als eine Verbindung der Habenularregion mit dem Gebiet des basalen Vorderhirnbündels vorn den Tractus olfacto-habenularis medialis (eine Verbindung speziell mit dem Gebiet des medialen Vorderhirnbündels), weiter kaudal den starken Tractus olfacto-habenularis lateralis (eine mächtige Verbindung speziell mit dem Gebiete des lateralen Vorderhirnbündels). (Anm. 7, 8, 9, 10.)

Diencephalon.

Meine Arbeit umfaßt, wie eingangs erwähnt, nur den frontalen, unmittelbar an den Lobus hemisphaericus angrenzenden Abschnitt des Diencephalon. In diesem Gebiete gehören die letzthin erwähnten Faserzüge: der Tractus cortico-habenularis medialis, der Tractus olfacto-habenularis medialis und der Tractus olfacto-habenularis lateralis und cortico -habenularis lateralis sowohl dem Telencephalon wie dem Diencephalon an. Durch den Verlauf des Tractus cortico-habenularis medialis und des olfacto-habenularis medialis kommt im Gebiet der Eminentia thalami ein Fasergewirr zustande, das beiden Faserzügen angehört und mit dem noch untermischt sind Fasern aus der Commissura hippocampi posterior (Fig. 11 und 12 Taf. V). Hier sind also auf engem Raum Faserzüge verschiedener Bedeutung dicht beieinander gelagert. An dieser Stelle kreuzt ferner, wie die Figur 12 Tafel V zeigt, dieses Fasergewirr der Tractus olfacto-habenularis lateralis.

Auf Fig. 13 Taf. VI sieht man kräftige Faserzüge, die das laterale Vorderhirnbündel medio-dorsal bogenförmig umziehen. Sie entstehen, wie die gleiche Figur erweist, aus den Zellen am latero-ventralen Winkel des hinteren Teiles des Ventriculus lateralis und ziehen in dem erwähnten bogenförmigen Verlauf durch die Zellen des Diencephalon, um, wie Fig. 14 Taf. VI zeigt, lateral vom Recessus praeopticus nach hinten umzubiegen und zum Hypothalamus zu verlaufen. Sie stellen also vielleicht einen Tractus cortico-hypothalamicus dar.

Im Epithalamus sieht man auf Fig. 14 Taf. VI die Commissura habenularis, mit der wahrscheinlich der Tractus cortico-habenularis lateralis in Zusammenhang steht.

Anmerkungen.

1. Concrescentia bulbaris. Mit Recht macht Kappers (1908, S. 202) darauf aufmerksam, daß die Concrescentia bulbaris im Gegensatz zur Kommissur der Schlußplatte, die in der primären Anlage begründet ist, eine sekundäre Verwachsungskommissur darstellt. Bei *Siren lacertina* fand ich nur einmal und nur auf eine kleine Strecke hin eine Concrescentia bulbaris.

2. Die Gesamtheit meiner Cellulae bulbares mediales nennt C. J. Herrick (1910, S. 421, Fig. 9/10) Nucleus olfactorius anterior; dieser stellt nach ihm die mediale Zellschicht am rostralen Ende des Ventriculus lateralis dar, die sich kaudal verliert in die dorsale und mediale Wand des Ventriculus lateralis.

Die Prominentia cellularis lateralis von *Siren lacertina* entspricht z. T. dem Snessarewschen »äußeren Zellenzug« beim Frosch. Dieser beginnt nach ihm am lateralen Teil seiner körnigen Umlagerung des Ventr. Lobi olf. und verläuft in den unteren Teilen der lateralen Wand des Lob. hemisph. neben dem Sulcus long. lat.; er endet in einer Protuberantia cell. lat., d. h. einem seitlichen Zellenvorsprung am Anfang des Hinterhornes (P. Snessarew 1908, S. 103).

Die Prominentia lateralis von *Siren lacertina* ist ferner gleich der Regio arcuata s. curva von Gaupp und P. Ramon (Gaupp 1899, S. 105 und Fig. 28).

Meine Cellulae medial. ventr. von *Siren lacertina* kann man gleichsetzen der Formatio pall. dors. von Gaupp, die Cellulae lat. ventr. der Formatio pall. lat. desselben Forschers (Gaupp 1899, S. 103, Fig. 28).

Die Prominentia medialis von *Siren lacertina* entspricht wahrscheinlich z. T. dem medialen Vorsprung der körnigen Umlagerung beim Frosch (P. Snessarew 1908, S. 103).

3. Primordium hippocampi (*Siren lacertina*) gleich Formatio pall. medial (Gaupp 1899, S. 104) und gleich Septum ou lame du fornix des Reptiles (P. Ramon S. 203).

4. C. J. Herrick (1910, S. 483) will den Ausdruck »Corpus praecommissuralis« reservieren für die ventrale Komponente des Corpus praeterminalis von Elliot Smith. Er rechnet dazu die in der Pars ventro-medialis liegenden Zellgebilde, so seinen Nucl. median. septi und die Pars fimbrialis septi (Kappers). Folgt man ihm, so würde bei *Siren lacertina* das Corpus praecommissuralis zerfallen in den Nucleus medianus und Nucleus lateralis septi, die Pars fimbrialis septi und das Zellenareal der Eminentia postolfactoria. Dabei ist folgendes zu beachten: Nach der Fig. 11 von C. J. Herrick von Amblystoma ist das, was Herrick »Eminentia postolfactoria« nennt, meine »Prominentia medialis« und (nach der Fig. 13) sein Nucleus medianus septi gleich der Eminentia postolfactoria von mir. Die dorsale Componente des Elliot Smithschen Corpus praeterminalis wird nach C. J. Herrick (1910, S. 483) dargestellt durch das Primordium hippocampi. Beide Teile des Corpus praeterminalis sind scharf voneinander geschieden, was auch für *Siren lacertina* zutrifft. Vgl. die scharfe dorsale Begrenzung der Eminentia postolfactoria und die Fissura limitans hippocampi der Fig. 8 auf Tafel III. C. J. Herrick erwähnt Verbindungen des Primordium hippocampi mit dem Corpus praecommissuralis oder seinem Nucl. median. septi; auch für *Siren* ist eine solche Verbindung mit dem Nucl. median. und lat. septi in dem beide Kerne von oben her durchziehenden Fasergewirr wahrscheinlich (Fig. 7, Taf. III). Er sieht im Corpus praecommissuralis eine Zwischenschaltung zwischen dem Hippocampus und Hypothalamus (S. 485), eine Annahme, die für den Nucl. median. und lat. septi von *Siren* ebenfalls Geltung hat, da aus dem Primordium hippocampi und beiden Kernen sich Faserzüge dem Tractus olf. medial. anlegen (Fig. 7, Taf. III).

Meine Eminentia postolfactoria ist ein Teil von dem, was Kappers (1908, S. 203) Area praecommissuralis genannt hat.

Die Eminentia postolfactoria (Gaupp) entspricht dem Petit lobule postolfactif von P. Ramon (1896, Fig. II, III, S. 233, 235).

In der subpallialen Hälfte der medialen Hemisphärenwand (des Septum s. str.) (der Pars ventro-medialis der neueren Nomenklatur) unterscheidet Gaupp (1899, S. 108/109) zwei Territorien grauer Substanz: das zentrale Grau des Septum, das lateral dem Ventrikelependym benachbart ist, und das medial bis an die mediale Oberfläche der Hemisphäre heranreichende Ganglion mediale septi. Will man einen Vergleich mit *Siren lacertina* führen, so könnte man das zentrale Septumgrau in der Prominentia medialis wiederfinden und in dem Nucl. median. und lat. septi Teile des Ganglion septi sehen.

5. Die Fissura limitans hippocampi (C. J. Herrick 1910, S. 416) ist gleich dem Sulcus intermedius (Gaupp) und gleich der Fissura septo-corticalis (Kappers). Eine Fissura arcuata (Gaupp) kam bei *Siren* nicht zur Beobachtung. Die Fissura limitans hippocampi entspricht ferner dem Sulcus long. medial. ventric. lat. von P. Snessarew (1908, Fig. 1 srhm).

Der Sulcus (die Fissura) endorhinalis (Kappers, Turner) ist gleich dem Sulcus limitans lat. (Gaupp) und ein Analogon des Sulcus long. lat. ventric. lat. von P. Snessarew (1908, Fig. 1 srhl).

6. Tract. olf. ventro-lat., Tract. olf. dorso-lat., Tract. olf. medial., Tract. olf. lat., Radix olf. lat., Radix olf. medial., Tract. bulbocorticalis, Fasciculus cortico-medialis der Autoren.

C. J. Herrick (1910, S. 422) beschreibt bei Amblystoma einen Tractus olf. ventro-lat., er entspringt am kaudalen Ende des Bulb. olf., zieht kaudalwärts und endet in einer Zellverdickung »am kaudalen Ende der Pars ventro-lat. gegenüber der Comm. ant., welche

dem sogenannten Corpus striatum beim Frosch entspricht«. Ähnlich verläuft bei *Siren lacertina* mein Tractus olf. ventralis. Beim Frosch beschreibt C. J. Herrick in seiner schematischen Fig. 41 einen Tractus olf. ventro-lat. aus dem Bulbulus accessorius zum Striatumgebiet. Auch bei *Siren lacertina* gibt es einen Bulbulus accessorius, der aber dorsal gelegen ist und deshalb »dorsalis« genannt wurde. Von ihm ziehen Fasern unter Anlegung an die Radix olf. lat. zum Anfangsteil des lateralen Vorderhirnbündels. Also auch hier eine Verbindung des Bulbulus access. mit dem Striatumgebiet.

Tractus olf. dorso-lat. von C. J. Herrick bei Amblystoma (1910, S. 422, Fig. 9 und 10) gleich einem Teil meiner Radices olf. dors. und lat. und meines Tractus olf. dors. von *Siren lacertina.*

Tractus olf. medial. von Amblystoma von C. J. Herrick (1910, S. 421 und 422), vielleicht gleich Teilen meiner Radices olf. ventral. und medial. bei *Siren lacertina.* Ferner gleich meinem Tractus olf. medial. und Teilen des medialen Vorderhirnbündels von *Siren lacertina* (Fig. 1, 10 und 11 bei C. J. Herrick).

P. Snessarew (1908) unterscheidet u. a. eine Radix olf. lat. und eine Radix olf. medial. Die erstere zerfällt nach ihm in drei Teile: eine Radix olf. lat. im Gebiete des Lobus olf., eine solche auf den Seitenflächen des Lobus hemisph. und in eine Radix olf. lat. in den ventralen Teilen des Lobus hemisph. Von letzterem zieht sie mit Teilen der Radix olf. medial. in die Snessarewsche Comm. suprem.; letztere entspricht meiner Comm. hab., und es ist der zu ihr verlaufende Abschnitt der Radix olf. lat. und medial. oder der Tractus communis von Snessarew gleich meinem Tractus cortico-hab. lat. Die erwähnten verschiedenen Teile der Radix olf. lat. beim Frosch (Snessarew) finden sich bei *Siren lacertina* wieder in den kaudalwärts aufeinander folgenden Wurzelbündeln derselben, aus denen wie beim Frosch ein Tractus olf. (dors.) hervorgeht. An der Bildung des Tractus olf. nimmt nach Snessarew auch die Radix olf. medial. teil; etwas Ähnliches ist auch bei *Siren lacertina* der Fall.

Kappers (1908, S. 203 ff.) unterscheidet unter den Tract. olf. einen Tractus olf. lat. und medial. Der Tractus olf. lat. entspricht bei *Siren* z. T. dem Tractus olf. dors., vielleicht auch einem Teil der Radix olf. lat. und dors. Aber eine Fortsetzung des Tractus olf. dors. zum Okzipitalpol der Hemisphäre, wie es bei Rana der Fall ist, wurde bei *Siren lacertina* nicht beobachtet. Der Tractus olf. medial. (von Kappers) entspricht vielleicht meiner Radix olf. ventr. und einem Teil meiner Radix olf. medial. Er endet nach Kappers (1908, S. 204) größtenteils in der basi-medialen Fortsetzung des Lobus olf. ant. und namentlich in der Area praecomm. des Septum. Das könnte zutreffen für die Radix olf. ventr. von *Siren lacertina.* Nach Kappers ist aber beim Frosch auch eine Endigung eines Teiles von ihm im unteren Teil des Primordium hipp. als sicher zu betrachten.

Der Tractus bulbo-cortic. von Ramon und von Gaupp (1899, S. 113) ist wahrscheinlich beim Frosch gleich einem Teil der Radix olf. lat. und des Tractus olf. dors. von *Siren lacertina.*

Der P. Ramonsche Fasciculus cortico-medial. (P. Ramon 1896, S. 246 und Fig. X) entspricht bei *Siren lacertina* meinem Tractus olf. medial. und vielleicht auch Teilen der Radix olf. medial.

7. Mediales Vorderhirnbündel, laterales Vorderhirnbündel, Pars frontalis und Pars inferior comm. ant., Fasciculus arcuatus inf., Praecommissura der Autoren.

Mediales und laterales Vorderhirnbündel. C. J. Herrick (1910, S. 418) gibt an, daß beide teilweise in der Comm. ant. kreuzen. So auch bei *Siren lacertina*: Pars commissuralis des lateralen und medialen Vorderhirnbündels (Fig. 9 und 10 auf Taf. IV). Der Teil des lateralen Vorderhirnbündels, der im ventralen Abschnitt des Thalamus endigt, ist nach C. J. Herrick (S. 433) der Tractus strio-thalam.; an ihn schließen sich kaudal an der Tractus thalamo-bulb. et spinal. und vom Hypothalamus her der Tractus mamillo-bulb. Aufsteigende Teile sind im lateralen Vorderhirnbündel nach dem gleichen Forscher: Züge aus dem Colliculus inf., aus der Pars dors. thalam., aus dem Corpus genic. lat. (S. 444). Der beschriebene Gehirnabschnitt von *Siren lacertina* gibt auf diese Fragen keine präzise Antwort; er zeigt nur in der Zerklüftung des lateralen Vorderhirnbündels an, daß in diesem Bündel wohl sicher verschiedenwertige Züge vorhanden sind. Das mediale Vorderhirnbündel stellt hauptsächlich eine Verbindung mit dem Hypothalamus dar, ist gleich dem Tractus olf. hypothal. der Fische (S. 418, 430). Auch Kappers (1908, S. 206/207) sieht im basalen Vorderhirnbündel ab- und aufsteigende Bahnen: den Tractus olf. hypothal. und Tractus striothal., ferner den Tractus hypothalamo-olf.

Die Pars commiss. des medialen Vorderhirnbündels von *Siren lacertina* ist das, was Kappers (1908, S. 205) bei Rana Pars frontalis comm. genannt hat. Sie enthält dort nach ihm Fasern, »welche gekreuzt aus der Area praecomm. des Septum kommen und sich nach der Kreuzung an der medialen Seite des basalen Vorderhirnbündels anlegen«. Da auch bei *Siren lacertina* der Tract. olf. medial. und das mediale Vorderhirnbündel die Area praecommiss. durchzieht, steht nichts im Wege, sich auch hier den Verlauf solcher Fasern zu konstruieren. Die Pars. commiss. des lateralen Vorderhirnbündels bei *Siren lacertina* entspricht der hinteren Abteilung der Comm. ant. oder dem Fasciculus arcuatus inf. von Kappers und von Ramon.

Das mediale Vorderhirnbündel von Gaupp, das gleich ist dem bei *Siren lacertina*, enthält den Fasciculus cortico-medial. und Fasciculus olf. commiss. (P. Ramon); ein Teil seiner Fasern kreuzt in der Lamina terminalis dicht über dem Recessus praeopticus in der Pars. inf. comm. ant. (Gaupp 1899, S. 91/92). Letztere entspricht meiner Pars. commiss. des medialen Vorderhirnbündels bei *Siren lacertina*.

Die Pars commiss. des lateralen Vorderhirnbündels von *Siren lacertina* ist gleich der Pars superior comm. ant. von Gaupp beim Frosch (1899, S. 116).

Die »Praecommissura« von Snessarew, die der Commissura anterior entspricht, wird von ihm zerlegt in eine Pars frontalis, medialis und caudalis. Die Pars medialis steht in naher Beziehung zum äußeren basalen Bündel des Vorderhirns, ist also wohl gleich der Pars commissuralis des lateralen Vorderhirnbündels bei *Siren lacertina*.

C. J. Herrick (1910), S. 430) gibt an, daß Fasern des lateralen Vorderhirnbündels »also reach the posterior pole« (d. h. der Hemisphäre). Dies trifft für *Siren lacertina* nicht zu.

Auf Fig. 14, Taf. VI wird das basale Vorderhirnbündel von *Siren* begleitet von einzelnen Zellen. Solche Zellen in der Umgebung des basalen Vorderhirnbündels hat auch Gaupp (1899, S. 85) beim Frosch gesehen. Es sind nach ihm vordere Ausläufer seines Nucl. ventral. thalami.

8. C. J. Herrick (1910, S. 480/481) zerlegt bei den Amphibien die Commissura hippocampi in zwei Teile: a) Comm. pallii ant. und b) Comm. pallii post. Auch für *Siren lacertina* trifft dies zu. Dort ist die Comm. hipp. (pallii) ant. marklos, die Comm. hipp. (pallii) post. markhaltig (Fig. 10—12, Taf. IV und V). Der vordere Teil verläuft von vorn nach

hinten und unter dem Foramen interventr. zur Kreuzung in der Lamina terminalis. Die Comm. pallii post. soll nach C. J. Herrick (S. 480) nach rückwärts verlaufen und unter Vermittlung seiner Stria medullaris in der Commissura superior kreuzen. Nach den Verhältnissen bei *Siren lacertina* bin ich geneigt, in der Comm. hipp. post. lediglich eine kommissurale Verbindung der kaudalen Primordium-hippocampi-Abschnitte zu erblicken. Vgl. z. B. Fig. 12, Taf. V. Dort sieht man lateral am Tractus olf. hab. lat. die kaudalen Ausläufer der Commissura hipp. post. Nicht auszuschließen ist allerdings die Möglichkeit, daß sich von ihr Fasern dem Tractus cortico-hab. lat. anschließen; nur wenn man dies annimmt, kommt man mit C. J. Herrick zu seinem System der Comm. pallii post. Denn die Beschreibung, die er auf S. 427 und 447 von seiner Comm. pallii post. gibt, trifft durchaus auf den Tractus cortico-hab. lat. zu.

9. Tractus olf. hab. medial., Tractus olf. hab. lat., Tractus cortico-olf. medial., Tractus area-hab., Tractus habenulo-striaticus der Autoren.

Nach C. J. Herrick (1910, S. 432) entspringt bei Amblystoma und beim Frosch der Tractus olf. hab. medial. von der Pars magnocellularis, der Tractus olf. hab. lat. von der Pars ant. des Nucleus praeopticus. Bei *Siren lacertina* kommt aus der Nähe des vorderen Teiles des Nucleus praeopticus allerdings ein dorsalwärts verlaufender Zug, der Tractus cortico-olf. medial. Es läßt sich für ihn aber der Nachweis eines Ursprungs in den Zellen des Nucleus praeopticus nicht führen. Auch scheint er mir bei *Siren* eine Verbindung mit dem hinteren Teile des Primordium hipp. darzustellen (Fig. 9 und 10, Taf. IV). Es ist aber, wie im Text erwähnt, wahrscheinlich, daß mit ihm zusammen ein Zug verläuft, der Tractus olf. hab. medial., der zur Habenularregion zieht und somit zum Teil dem Herrickschen Tractus olf. hab. medial. vergleichbar ist. Mein Tractus olf. hab. lat. steht bei *Siren* in keiner Beziehung zum Nucleus praeopticus; er nimmt seinen Ursprung aus dem Gebiet des lateralen Vorderhirnbündels (Fig. 12 und 13, Taf. V und VI).

Der Tractus cortico-hab. lat. ist gleich einem Teil der Taenia; ihr anderer Anteil wird dargestellt durch den Tractus olf. hab. (Edinger, Vorlesungen 1908 S. 213, Fig. 189).

Der Tractus olf. hab. von Kappers bei Rana (1908, S. 207 und 208) entspricht meinem Tractus olf. hab. lat. von *Siren lacertina*. Wie im Text erwähnt, kommt er her aus dem Gebiet des lateralen Vorderhirnbündels. Da dieses als ein Ursprungsgebiet auch die laterale Hemisphärenwand hat, so läßt sich auch für *Siren lacertina* ein ähnlicher Verlauf des Tractus olf. hab. (lat.) konstruieren, wie ihn Kappers angegeben hat: von der Außenwand der Hemisphäre (durch das laterale Vorderhirnbündel) nach dorsal aufwärts zur Habenularregion.

In dem von mir bei *Siren lacertina* erwähnten Tractus olf. hab. medial. kann man bei folgender Überlegung ein Analogon für den von Kappers (1908, S. 207 und 208) beschriebenen Tractus area-habenularis sehen. Dieser Zug, den Kappers auch bei Proteus, also einem meinem Untersuchungsobjekt nahestehenden Tier, sah, verläuft zunächst mit den Fasern des medialen Vorderhirnbündels, um dann fast senkrecht in die Ganglia hab. aufzusteigen. Auch bei *Siren lacertina* durchzieht der Tractus olf. medial. und das mediale Vorderhirnbündel die Area praecomm., auch hier kommt vom medialen Vorderhirnbündel der Tractus olf hab. medial. her, um (vielleicht gekreuzt) hinauf zum Habenulargebiet zu verlaufen.

Tractus cortico-hab. lat. Einen gleichen Zug, aber markloser Fasern beschreibt Gaupp (1899, S. 92) beim Frosch und vergleicht ihn mit dem Faisceau cortico-hab.

von P. Ramon. Er nimmt an, daß er bis in den Lobus olf. gelangt. Ebenso auch P. Snessarew. Das gleiche ist nach meinen noch nicht publizierten Untersuchungen bei Bufo der Fall. Bei *Siren lacertina* ließ sich das vordere Ende des Tractus cortico-hab. lat. nicht bestimmen.

Das von C. J. Herrick (1910, S. 444, Fig. 41; 16, 17) beschriebene System eines Tractus habenulo-striaticus, eine Verbindung zwischen Striatumgebiet und Habenularregion kann auf dem Wege laterales Vorderhirnbündel + Tractus olf. hab. lat. bei *Siren* erfolgen.

10. Columna fornicis, Fornix, Fornix longus, Tractus cortico-hab. medial. der Autoren.

Columna fornicis (C. J. Herrick). Darunter versteht er (1910, S. 423 und 480) Markfasern, welche aus dem Primordium hipp. ventral zum medialen Vorderhirnbündel verlaufen und mit ihm in den Hypothalamus ziehen. Sie sind bei Amblystoma begleitet von marklosen Fasern; doch läßt es Herrick offen, ob diese Fasern, die sich zwischen Primordium hipp. und Pars ventro-medial. ausbreiten, bis in den Hypothalamus gelangen. Bei *Siren lacertina* ist die Columna fornicis enthalten im Tractus olf. medialis. Hier gesellen sich zu dem Tractus olf. medial. noch markhaltige Züge aus dem Primordium hipp. in ähnlicher Weise, wie beim Herrickschen Objekt die marklosen Fasern (Fig. 7, Taf. III).

Der von Kappers (1908, S. 208) angegebene Verlauf des Fornix läßt sich bei *Siren lacertina* im Tractus cortico-olf. medial. auffinden, da nach ihm bei Rana ein Fasersystem aus der medialen Hippocampusrinde oberhalb der Pars frontalis comm. ant., das sich nach hinten dem medialen Basalbündel anschließt, die erste Anlage des Fornix bildet.

Einen Tractus cortico-hab. medial. beschreibt beim Frosch auch Gaupp (1899, S. 115), wie vor ihm schon P. Ramon. Nach ihm zieht ein Teil seiner Fasern dorsal vom basalen Vorderhirnbündel kaudalwärts, während ein anderer zur Habenularregion aufsteigt. P. Ramon sah in ihm den Fornix longus (Gaupp 1899, S. 115). Vielleicht stellen die bei *Siren lacertina* auf Fig. 13, Taf. VI medial vom Tractus olf. hab. lat. liegenden Faserdurchschnitte Teile des kaudalwärts ziehenden Abschnittes des Tractus cortico-hab. medial. dar.

Der Tractus cortico-hab. medial. entspricht dem Tractus ganglii hab. ad. Prosencephalon von Edinger (1892).

Verzeichnis der im Text erwähnten Arbeiten.

1910. Herrick, C. Judson. The Morphology of the Forebrain in Amphibia and Reptilia. Journal of comparative Neurology and Psychology. Vol. 20, Nr. 5.

1908. Snessarew, Paul. Über die Nervenfasern im Rhinencephalon beim Frosche. Journal für Psychologie und Neurologie. Bd. 13 (Festschrift für Forel).

Edinger, Ludwig. Vorlesungen über den Bau der nervösen Zentralorgane des Menschen und der Tiere. Bd. 2.

Ariëns Kappers, C. U. Die Phylogenese des Rhinencephalons, des Corpus striatum und der Vorderhirnkommissuren. Folia Neuro-Biologica. Bd. 1, Nr. 2.

1899. Gaupp, Ernst. A. Eckers und R. Wiedersheims Anatomie des Frosches. II. Abteilung. Lehre vom Nerven- und Gefäßsystem.

1896. Ramon, Pedro. L'encéphale des Amphibiens. Bibliographie anatomique, 4e année Nr. 6.

1892. Edinger, Ludwig. Untersuchungen über die vergleichende Anatomie des Gehirns. 2. Das Zwischenhirn. Abhandlungen der Senckenb. naturf. Gesellschaft. Bd. 18.

1887/88. Edinger, Ludwig. Untersuchungen über die vergleichende Anatomie des Gehirns. 1. Das Vorderhirn. Abhandlungen der Senckenb. naturf. Gesellschaft. Bd. 15.

Figurenbezeichnungen.

Fig. 1. Cellulae bulbares dorsales. Cellulae bulbares mediales. Cellulae bulbares ventrales. Radix olfactoria dorsalis. Radix olfactoria ventralis. Tractus olfactorius ventralis. Formatio bulbaris. Nervus olfactorius.

Fig. 2. Cellulae bulbares dorsales. Cellulae bulbares mediales. Cellulae bulbares ventrales. Radix olfactoria dorsalis. Radix olfactoria medialis. Radix olfactoria ventralis. Tractus olfactorius ventralis. Areal der Formatio bulbaris. Nervus olfactorius.

Fig. 3. Cellulae bulbares dorsales. Tuberculum bulbi dorso-laterale. Cellulae bulbares laterales. Cellulae bulbares mediales. Cellulae bulbares ventrales. Radix olfactoria dorsalis. Radix olfactoria medialis. Radix olfactoria lateralis. Ventriculus lateralis (bulbaris). Radix olfactoria ventralis. Tractus olfactorius ventralis. Tractus olfactorius medialis. Areal der Formatio bulbaris.

Fig. 4. Ventriculus lateralis. Cellulae mediales ventriculi. Cellulae laterales ventriculi. Bulbulus accessorius dorsalis. Areal der Formatio bulbaris. Radix olfactoria medialis. Radix olfactoria lateralis. Tractus olfactorius dorsalis. Kaudaler Längszug des Tractus olfactorius medialis. Tractus olfactorius medialis. Tractus olfactorius ventralis und Radix olfactoria ventralis. Prominentia ventro-lateralis.

Fig. 5. Dorsaler Teil des Tractus olfactorius medialis. Radix olfactoria medialis. Radix olfactoria lateralis. Cellulae mediales ventriculi. Ventriculus lateralis. Cellulae laterales ventriculi. Ventraler Teil des Tractus olfactorius medialis. Prominentia ventro-lateralis. Kaudal verlaufender Teil der Fasern zu den Cellulae superficiales ventro-laterales. Cellulae superficiales ventro-laterales. Fasern zu den Cellulae superficiales ventro-laterales. Prominentia dorso-lateralis. Areal des Bulbulus accessorius dorsalis. Prominentia dorsalis. Radix olfactoria lateralis. Areal

des Tractus olfactorius dorsalis und des kaudalen Längszuges des Tractus olfactorius dorsalis.

Fig. 6. Tractus olfactorius dorsalis. Radix olfactoria medialis. Dorsaler Teil des Tractus olfactorius medialis. Cellulae laterales Ventriculi. Ventriculus lateralis. Beginn des Primordium hippocampi. Nucleus medianus septi. Prominentia medialis. Ventraler Teil des Tractus olfactorius medialis. Prominentia ventro-lateralis. Fasern aus der Prominentia ventro-lateralis. Cellulae superficiales ventro-laterales. Fasergeflecht aus der Radix olfactoria lateralis und den Fasern aus der Prominentia ventro-lateralis. Radix olfactoria lateralis.

Fig. 7. Cellulae mediales ventriculi. Cellulae laterales ventriculi. Fasern des Primordium hippocampi zum medialen Vorderhirnbündel. Ventriculus lateralis. Primordium hippocampi. Plexus lateralis. Nucleus medianus septi. Nucleus lateralis septi. Tractus olfactorius medialis. Prominentia medialis. Mediales Vorderhirnbündel. Massa ventro-lateralis. Laterales Vorderhirnbündel. Prominentia lateralis. Sulcus endorhinalis. Fasern zum lateralen Vorderhirnbündel. Radiatio bulbo-corticalis. Tractus olfactorius dorsalis.

Fig. 8. Cellulae mediales ventriculi. Fasern des Primordium hippocampi. Fasern des Primordium hippocampi zum medialen Vorderhirnbündel. Primordium hippocampi. Fissura limitans hippocampi. Eminentia postolfactoria. Mediales Vorderhirnbündel. Prominentia ventralis. Nucleus basalis. Laterales Vorderhirnbündel. Plexus lateralis. Prominentia lateralis. Ventriculus lateralis. Cellulae laterales ventriculi.

Fig. 9. Paraphysis. Primordium hippocampi. Ventriculus lateralis. Tractus cortico-habenularis medialis. Tractus cortico-olfactorius medialis. Pars commissuralis des lateralen Vorderhirnbündels. Nucleus praeopticus. Pars commissuralis des medialen Vorderhirnbündels. Mediales Vorderhirnbündel. Prominentia ventralis. Laterales Vorderhirnbündel. Prominentia lateralis. Fasern des Primordium hippocampi.

Fig. 10. Paraphysis. Pars anterior des Tractus cortico-olfactorius medialis. Tractus cortico-olfactorius medialis (— — — — eingezeichnet nach dem Verhalten des Zuges drei Schnitte weiter kaudal). Ventriculus medius. Tractus cortico-habenularis medialis. Prominentia lateralis. Pars hypothalamica des basalen Vorderhirnbündels. Nucleus praeopticus. Recessus praeopticus. Tractus cortico-olfactorius medialis (und Tractus olfactorius habenularis medialis). Pars commissuralis des lateralen Vorderhirnbündels. Commissura hippocampi. Ventriculus lateralis. Laterales Vorderhirnbündel.

Fig. 11. Ganglion habenulae. Ventriculus Diencephali. Primordium hippocampi. Sulcus medialis thalami. Eminentia thalami. Sulcus ventralis thalami. Recessus praeopticus. Mediales Vorderhirnbündel. Laterales Vorderhirnbündel. Prominentia lateralis. Tractus cortico-habenularis und Commissura hippocampi und Tractus olfactorius habenularis medialis. Pars medullaris (s. post.) Commissurae hippocampi. Tractus cortico-habenularis (und Tractus olfacto-habenularis medialis).

Fig. 12. Ventriculus Diencephali. Sulcus medialis thalami. Tractus olfacto-habenularis lateralis. Eminentia thalami. Sulcus ventralis thalami. Recessus praeopticus. Mediales Vorderhirnbündel. Laterales Vorderhirnbündel. Prominentia lateralis. Tractus cortico-habenularis und Commissura hippocampi und Tractus olfacto-habenularis medialis. Tractus olfacto-habenularis lateralis.

Fig. 13. Tractus cortico-habenularis lateralis. Tractus olfacto-habenularis lateralis. Kaudaler Teil des Tractus cortico-habenularis medialis. Tractus cortico-hypothalamicus.

Fig. 14. Commissura habenularis. Tractus olfacto-habenularis lateralis. Tractus cortico-habenularis lateralis. Recessus praeopticus. Tractus cortico-hypothalamicus.

Fig. 1.

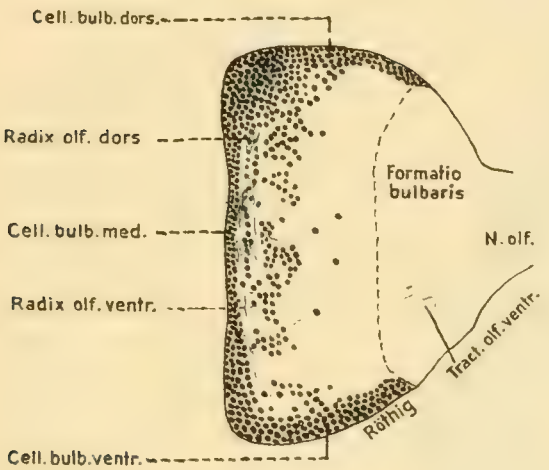


Fig. 2.

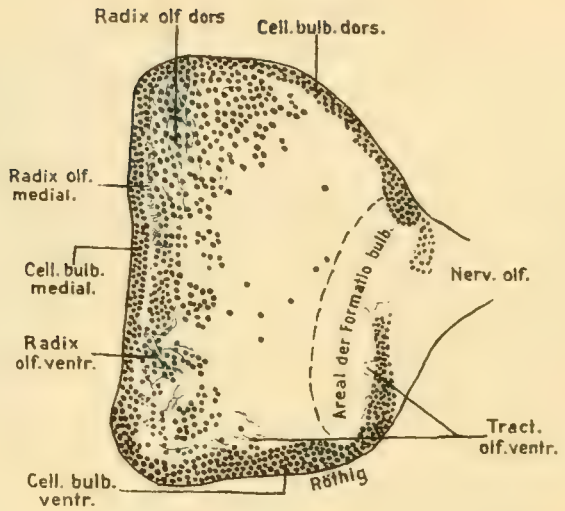


Fig. 3.

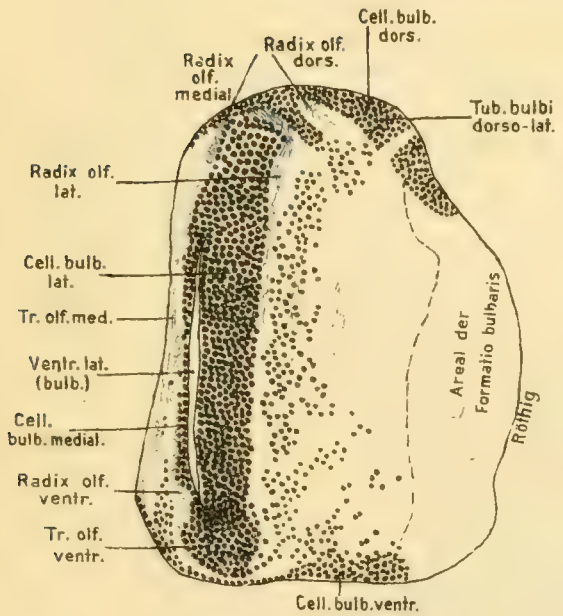
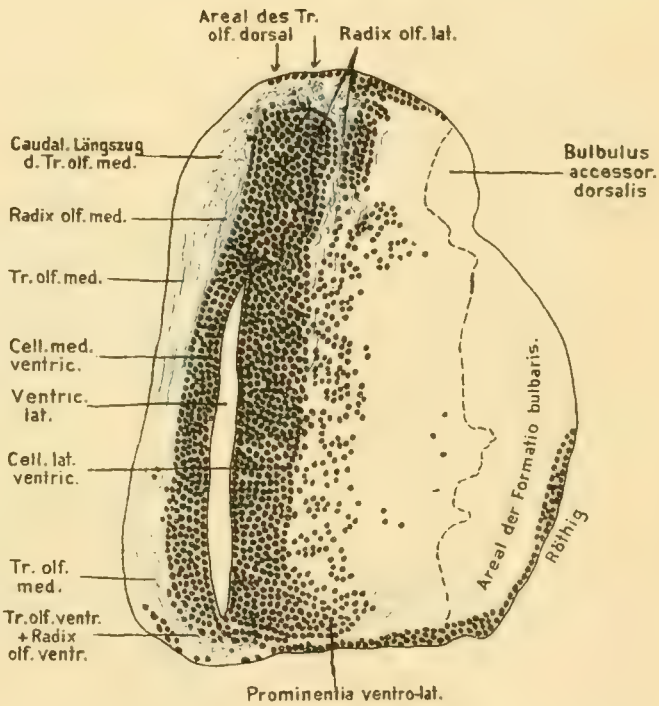


Fig. 4.



P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina*.

Taf. I.

Fig. 5.

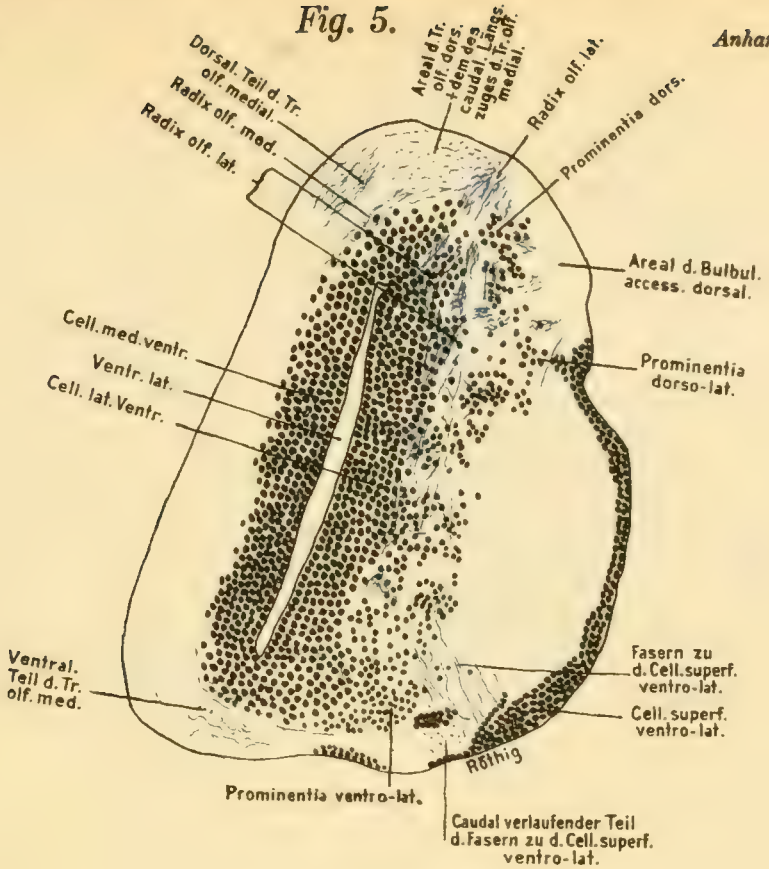
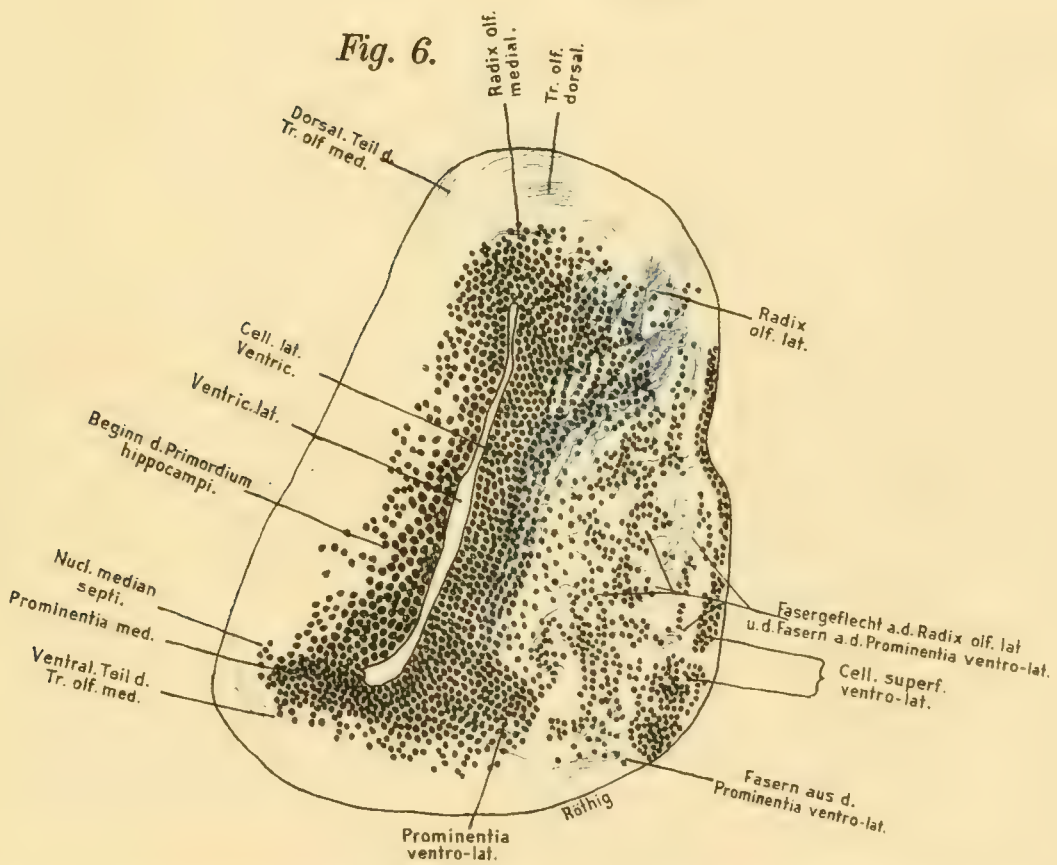

Dorsal. Teil d. Tr. olf. medial.
Radix olf. med.
Radix olf. lat.
Areal d. Tr. olf. dors. mit dem caudal. Längszuges d. Tr. olf. medial.
Radix olf. lat.
Prominentia dors.
Areal d. Bulbul. access. dorsal.
Cell. med. ventr.
Ventr. lat.
Cell. lat. Ventr.
Prominentia dorso-lat.
Ventral. Teil d. Tr. olf. med.
Fasern zu d. Cell. superf. ventro-lat.
Cell. superf. ventro-lat.
Röthig
Prominentia ventro-lat.
Caudal verlaufender Teil d. Fasern zu d. Cell. superf. ventro-lat.

Fig. 6.



P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina.*

Taf. II.

Fig. 7.

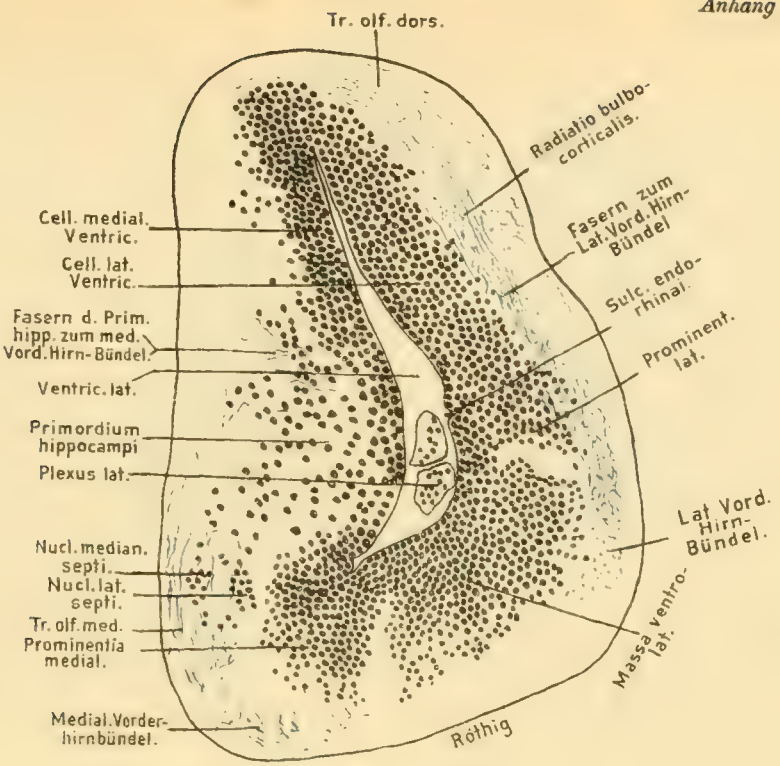
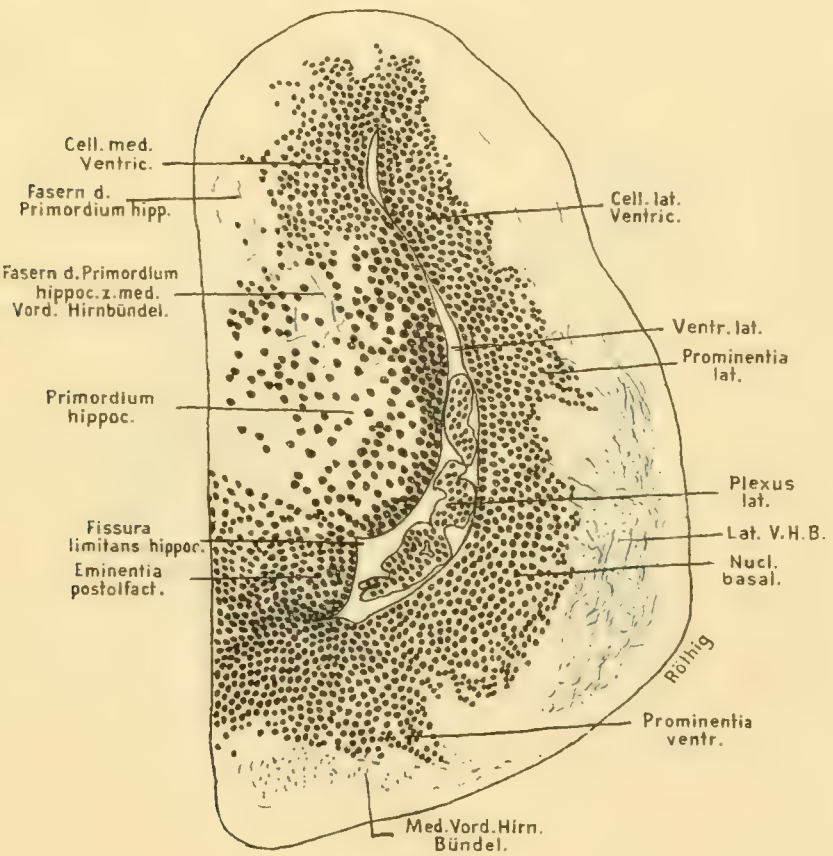


Fig. 8.



P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina.*

Taf. III.

Fig. 9.

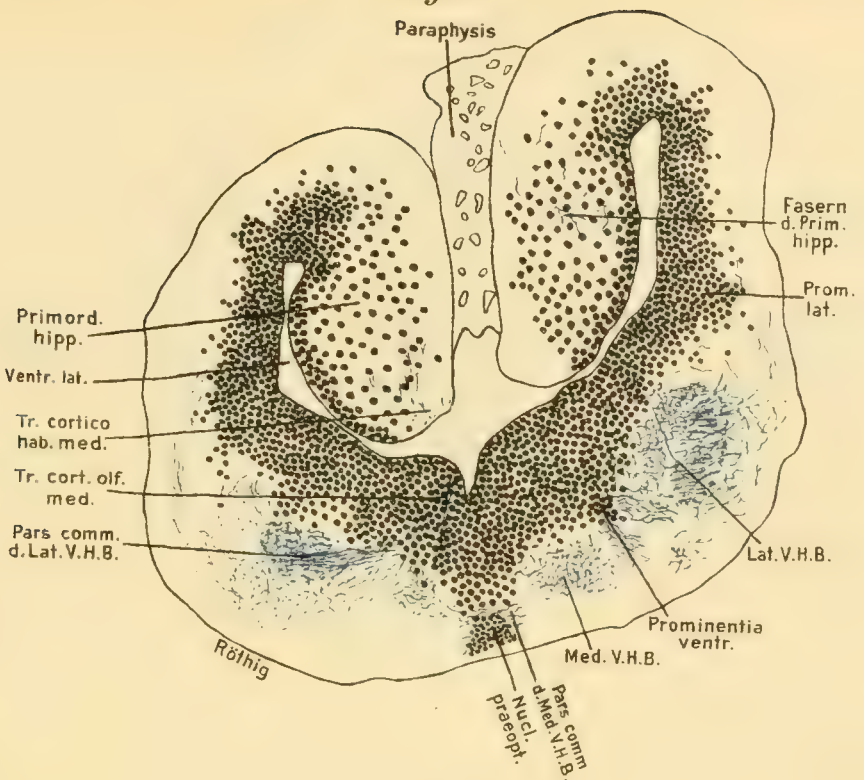
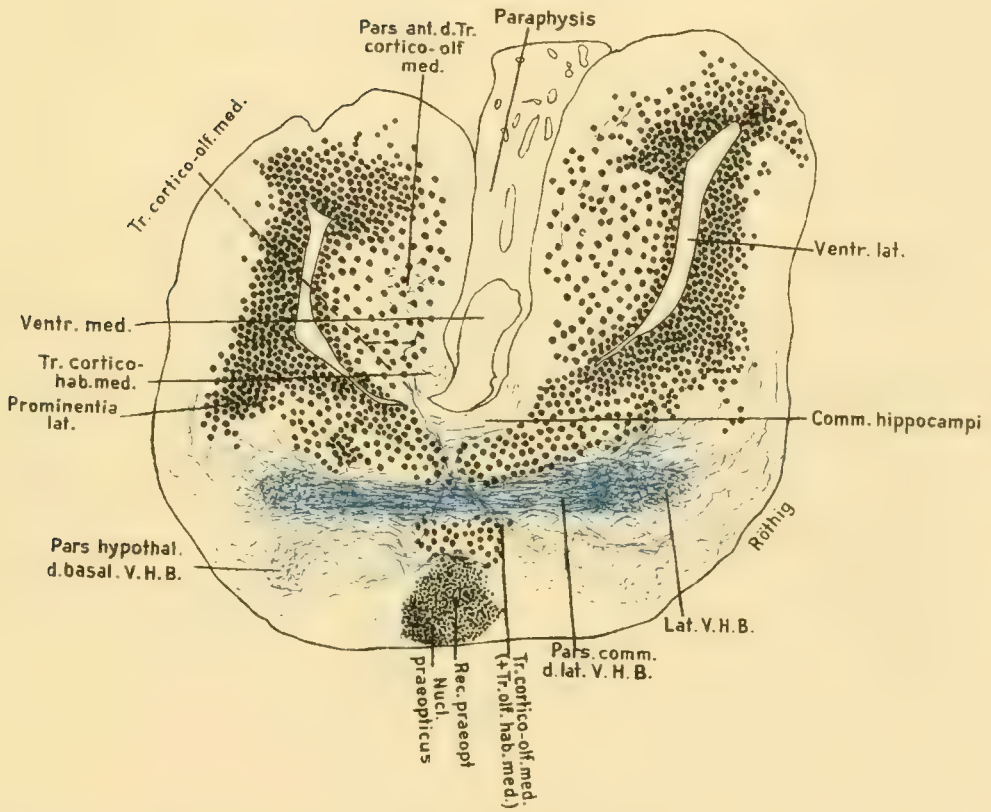


Fig. 10.



P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina*.

Taf. IV.

Fig. 11.

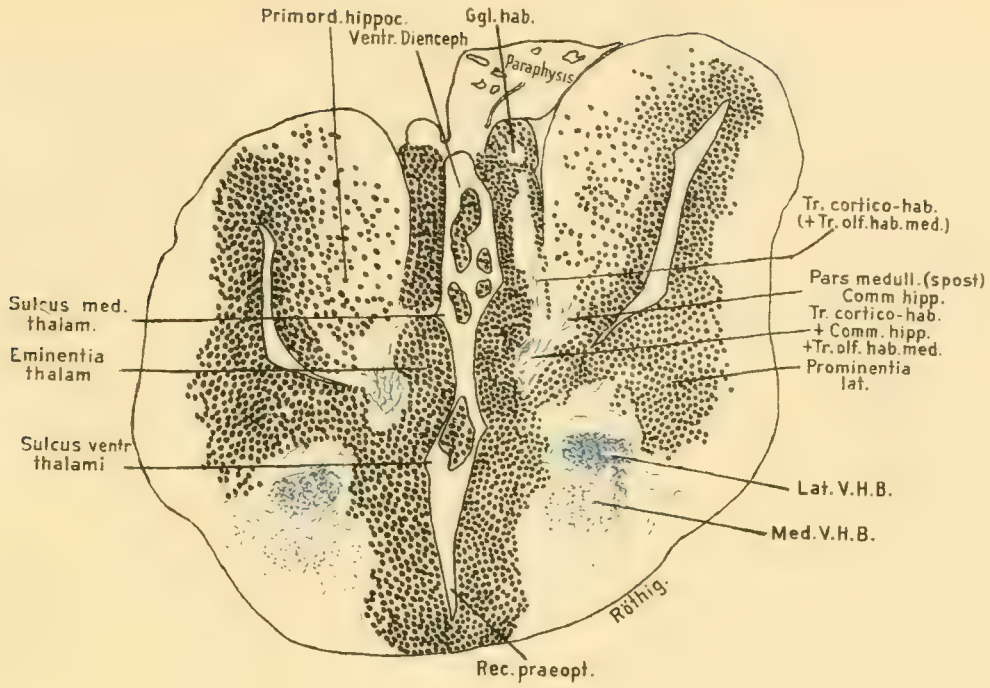
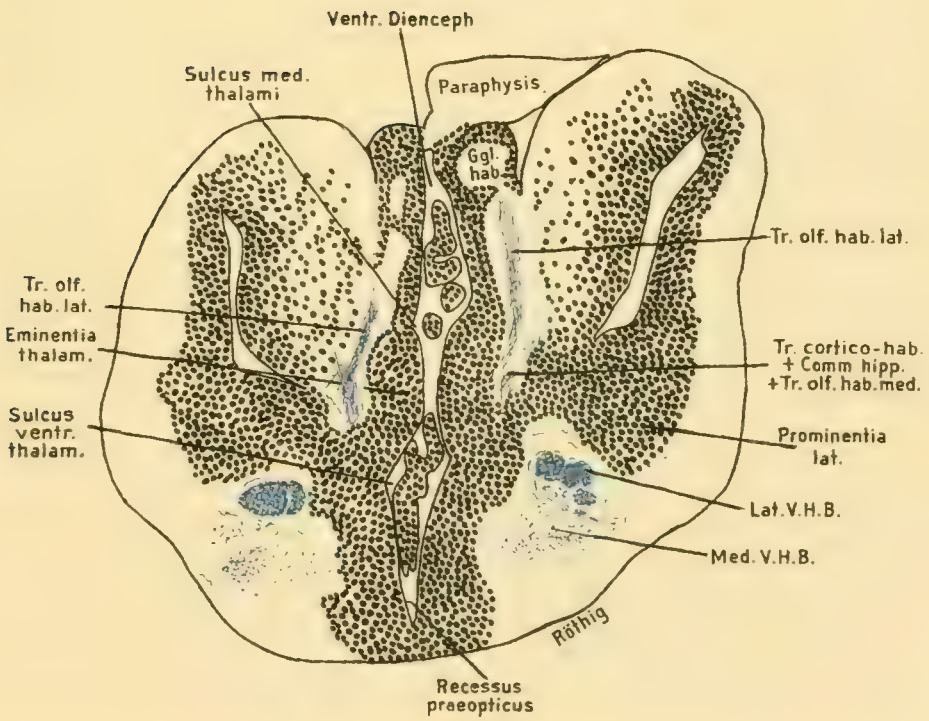


Fig. 12.

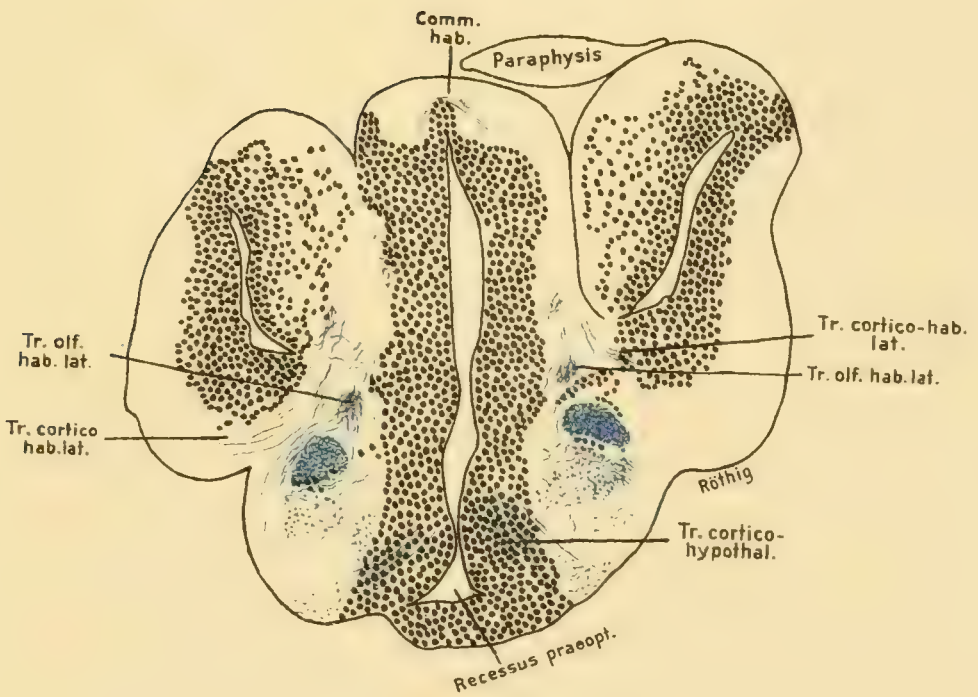


P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina*.

Taf. V.

Fig. 13.

Fig. 14.



P. Röthig: Zellanordnungen und Faserzüge im Vorderhirn von *Siren lacertina*.

Taf. VI.

Über die Kerne des menschlichen Kleinhirns.

Von

Dr. K. AGADSCHANIANZ

in St. Petersburg.

Vorgelegt von Hrn. Waldeyer in der Sitzung der phys.-math. Classe am 18. Mai 1911.
Zum Druck verordnet am 1. Juni 1911, ausgegeben am 13. Juli 1911.

Im Jahre 1908/09 unternahm ich eine Untersuchung der Kleinhirnkerne auf Anregung des Hrn. Prof. L. Jacobsohn in dessen Laboratorium zu Berlin.

Meine Untersuchung sollte diesen Teil der großen Arbeit über die Kerne des menschlichen Hirnes darstellen, womit L. Jacobsohn und seine Schüler beschäftigt waren.

Als Ziel setzte ich mir das Studium aller Zellengebilde, die in der weißen Substanz des Kleinhirns anzutreffen sind, die gegenseitige Lagerung derselben zu verfolgen und die Morphologie der Zellen, die als Bestandteile der einen oder anderen Zellengruppe figurieren, zu studieren.

Der Kern, der im morphologischen Sinne einheitliche Zellengebilde besitzt, kann durch Bündel der weißen Substanz in zwei und mehr Gruppen geteilt werden, die bei näherer Kenntnis ihrer Embryologie, Morphologie und, soviel wie möglich, ihrer Funktion in der einen oder anderen Beziehung der Einheit unterworfen erscheinen, und umgekehrt können verschiedene Elemente durch mechanische Momente in die nächste Nachbarschaft gebracht werden, ohne daß eine Einheit ihrer Genese und Funktion besteht. Eine Vereinigung der Zellengruppen in den Begriff eines Kernes nicht nach ihrer Nachbarschaft, sondern nach ihrer genetischen und funktionellen Einheit, auch womöglich auf Grund von physiologischen Angaben, ist vor allem erstrebenswert. Im allgemeinen berührte ich auch die Embryologie der Kleinhirnkerne.

Das Gehirn wurde aus der Leiche 2—7 Stunden nach dem Tode entnommen. Das Kleinhirn wurde mit einem Teil des Hirnstammes durch einen Frontalschnitt abgetrennt und durch Frontalschnitte in 2—3 Stücke geteilt, die sofort in 96prozentigen Alkohol gebracht wurden. Im Laufe von 2—3 Tagen wurde der 96prozentige Alkohol täglich gewechselt; sodann wurden die genügend entwässerten Stücke in absoluten Alkohol über-

geführt, der den nachfolgenden Tag gewechselt wurde. Nachdem die Stücke somit 2 Tage in absolutem Alkohol gelegen hatten, wurden sie auf 24 Stunden in eine Mischung von absolutem Alkohol und Chloroform gebracht, sodann auf 24 Stunden in reines Chloroform, sodann in eine Lösung gleicher Teile von Chloroform und Paraffin (Schmelzpunkt 53—54°) auf 24 Stunden bei der Temperatur von 35—36°. Endlich, nachdem die Stücke 4—5 Stunden in reinem Paraffin (Schmelzpunkt 53—54°) bei 56—57° gestanden hatten, wurden sie in der letzten Portion des Paraffins abgekühlt. Die Färbung wurde nach Nißl mit Toluidinblau vollzogen.

Einem Studium wurden unterworfen:

1. Das Kleinhirn von einem 5monatigen Embryo. In Anbetracht des kleinen Umfanges des Kleinhirnes wurde das Stück in toto gehärtet, und Schnitte von 15—25 mm wurden ohne Verluste gemacht.

2. Das Kleinhirn eines 8—9monatigen Embryos. Vor der Härtung wurde das Kleinhirn in ein vorderes und hinteres Stück durch einen Frontalschnitt geteilt. In den letzten Schnitten des ersten Stückes und in den ersten Schnitten des zweiten erhielt ich einige unvollständige Präparate, die ein vollkommen bestimmtes Bild lieferten. Zwecks bequemerer Eingießung, um nicht mit zu großen Stücken zu manipulieren, in die das Paraffin schlecht eindringt, wurden beide Stücke (das vordere und hintere) durch einen Sagittalschnitt in eine größere linke und in eine kleinere rechte Hälfte geteilt, wobei die linke größere Hälfte nur der Bearbeitung unterzogen wurde. Somit wurde die Untersuchung nur auf Frontalschnitten geführt, wo eine Hemisphäre des Kleinhirnes mit dem Wurm und stellenweise einem kleinen Stück aus der anderen Hemisphäre vorhanden war.

3. Das Kleinhirn von erwachsenen Personen, und zwar von zwei Männern (von 35 und 27 Jahren) und einer Frau (von 30 Jahren). Jedesmal wurde das Kleinhirn frontal in 3 Stücke geteilt und durch einen Sagittalschnitt der kleinere rechte Teil, als überflüssig, abgeschnitten. Am Anfang und am Ende der Stücke mußte man bei den Schnitten im allgemeinen 1—2 mm an jedem Kleinhirn verlieren.

Dieser unbequeme Umstand wurde jedoch dadurch umgangen, daß jedes Kleinhirn frontal nicht an denselben Stellen zerschnitten wurde, so daß dadurch die folgende Serie die voraufgegangene ergänzen konnte.

Von den Erwachsenen starb einer an Nephritis, die zwei anderen an Lungentuberkulose. In allen Fällen wiesen sowohl das Gehirn als auch

seine Gefäße und die Hirnhäute weder makro- noch mikroskopisch (bei Untersuchung des Kleinhirns) pathologische Veränderungen auf.

In der weißen Substanz des Kleinhirns werden folgende Kerngebilde beschrieben, die auf der Präparatabbildung 1 zu sehen sind. Diese Abbildung stellt einen Kleinhirnschnitt eines 8—9monatigen Embryo vor (Paraffinpräparat), der auf der Abbildung dreimal vergrößert ist.

1. Der Kern, der auf Fig. 1 mit *a* bezeichnet ist, hat den Namen der Kleinhirnolive oder Nucleus dentatus.

Die Beschreibung dieses Kernes finden wir bei Vieussens unter dem Namen »substantia rhomboidea«, s. Corpus rhomboideum, bei Vicq d'Azyr unter dem Namen »corps festonné ou dentelé«, bei Rolando unter dem Namen »corpus denticulatum«. Die Literatur dieser Kerne ist in dem ausgezeichneten Buche von Ziehen und Zander[1] angeführt, wo auch eine ausführliche Beschreibung dieses Kernes gegeben wird.

Der ganze Kern, der eine zickzackförmige Linie vorstellt, erscheint von der medialen Seite geöffnet, weil der untere und obere Rand dieser Linie an der medialen Seite nicht zusammenfließen; von oben, unten und lateral beschreibt diese Linie einen zickzackförmigen unregelmäßigen Kontur des Buchstabens *C*. Der geöffnete Teil heißt Hilus nuclei dentati. Die zickzackförmige Linie der grauen Substanz erreicht eine unbedeutende Breite, die nur 2—3 Zellen umfaßt. Die Zellen liegen stellenweise sehr dicht aneinander. Somit bilden 2—3 Zellen, die sich in einer Reihe lagern, ein Band der grauen Substanz, das auf Paraffinpräparaten die Breite von etwa 1 mm hat. Der ganze Kern ist schräg gelagert, wobei sein Hauptdurchmesser von oben und medial nach unten und lateral sich hinzieht. Dieser größte Durchmesser des unregelmäßig umgrenzten Buchstabens *C* erreicht auf den Paraffinschnitten des Kleinhirns eines Erwachsenen eine Ausdehnung von 14 bis 15 mm, am Kleinhirn eines 8—9 Monate alten Embryo eine solche von 8 mm, bei einem Embryo von 5 Monaten eine solche von 5 bis 6 mm. Die größte Breite dieses Buchstabens *C* erstreckt sich auf denselben Schnitten bei Erwachsenen auf 6—7 mm. Der maximale Sagittaldurchmesser des Kernes (von vorn nach hinten) erreicht auf denselben Schnitten bei Erwachsenen 11—13 mm. Der ganze Kern liegt der Ventrikelhöhle näher; er läßt anderseits den ganzen lateralen Teil der weißen Substanz auf 5 bis

[1] Ziehen und Zander, Anatomie des Nervensystems. Jena 1903.

6 mm frei und vermischt sich nirgends mit der grauen Substanz des Wurms. Von der Substanz der Kleinhirnrinde steht der obere Rand des Nucleus dentatus 5—6 mm, der untere Rand 12—14 mm ab. Medial nähert sich der Nucleus dentatus dem Ventrikelrand beinahe vollständig. Hinsichtlich der anderen Grenzen des Kernes kann man die von Ziehen und Zander[1] gegebene Beschreibung anführen, mit der die Angaben meines makro- und mikroskopischen Studiums des Nucleus dentatus vollkommen übereinstimmen: »Dem Grunde des Sulcus superior anterior nähert sich der Kern bis auf 4 mm, im Bereich des Hinter- und Unterwurmes reicht der Nucleus dentatus mit seinem hinteren Abschnitt bis an das Marklager, welches die Uvula, die Pyramis und die der letzteren zugekehrten Windungen des Tuber vermis mit dem Hemisphärenmark verknüpft.«

Die sich lateral an den Nidus avis anschmiegende Zacke des Nucleus dentatus, das Spiculum nuclei dentati, wurde oben bereits erwähnt.

Die Substanz, die den Nucleus dentatus umringt, heißt seine (Stillings) »Vließregion«.

Der Nucleus dentatus nimmt allmählich okzipitalwärts den Charakter eines Ringes an, indem er seine Zackenform verliert, und dieser Ring geht, im Umfang abnehmend, in eine Gruppe von Zellen über, die allmählich verschwindet.

Auf Fig. 2 sehen wir die Abbildung der charakteristischen Zellen des Nucleus dentatus. Zwischen den ihrer Form nach verschiedensten Zellen sowie im embryonalen Nucleus dentatus bemerken wir viele polygonale Zellen mit gewöhnlich einer ausgedehnten Ecke, von welcher ein kurzer Protoplasmafortsatz abgeht. Abgesehen davon werden Zellen angetroffen, die das Aussehen eines unregelmäßig ausgedehnten Viereckes haben. Die Zellenkerne haben gewöhnlich keine deutlichen Konturen und fallen nicht durch ihre Größe auf. Pyramidale Zellen sowie auch solche, die eine dreieckige Form haben, gelingt es auf den Präparaten nicht zu erblicken. Die Zellen liegen im allgemeinen in solcher Entfernung voneinander und haben eine solche Größe, wie dies auf Fig. 2 abgebildet ist, die eine Vergrößerung von 225mal vorstellt.

Nach dem Charakter der Zellen zeichnet sich der Nucleus dentatus durch seine Specifität aus: seine Zellen gehen nicht in die benachbarten

[1] A. a. O.

Kerne über, deren Zellen, wie wir dieses weiterhin sehen werden, den Zellen des Nucleus dentatus ähnlich sind.

Die Morphologie der Zellen und die topographische Isoliertheit des Nucleus dentatus erlauben dieses Gebilde für einen selbständigen Kern zu halten.

2. Der nächste Kern (Fig. 1b) ist unter dem Namen Embolus oder Nucleus emboliformis bekannt. Er hat diesen Namen erhalten, weil er scheinbar der offenen Stelle, dem Hilus nuclei dentati, entspricht und diese Stelle ausfüllt. Seinen Namen Propf hat dieser Kern von Stilling erhalten. Auf unseren Präparaten lagert sich der Embolus selten direkt medial vom Hilus nuclei dentati; am häufigsten liegt der Nucleus emboliformis am Rande des medialen oberen Endes des zickzackförmigen Bandes, das die Konturen des Nucleus dentatus vorstellt. Hier hat die Hauptachse des Nucleus emboliformis eine Richtung von oben und medial nach unten und lateral.

Der Kern selbst hat die Form einer Pyramide, deren Basis nach oben und medial gerichtet ist. Das vordere Ende des Kernes (zerebralwärts) liegt 1—1½ mm hinter dem vorderen Rande des Nucleus dentatus und erreicht nicht die Basis des Sulcus praecentralis; der hintere Abschnitt (okzipitalwärts) gelangt nicht bis zum Sulcus inferior posterior.

Im allgemeinen ist der vordere-hintere Durchmesser des Kernes 2—3 mm kleiner als der des Nucleus dentatus. Auf Paraffinschnitten hat der Kern in sagittaler Richtung an der Stelle seiner größten Entwickelung in den vorderen Abschnitten des Kleinhirns eine vertikale Größe von 2½—3 mm; nach hinten verkleinert er sich; der Querdurchmesser beträgt an der Pyramidenbase etwa 2 mm, nach aufwärts verschmälert sich die Pyramide. Man muß bemerken, daß der Embolus beim 5monatigen Embryo im Vergleich zum Embolus eines 8—9monatigen und zum Embolus eines Erwachsenen gegenüber den anderen Kernen des Kleinhirnes unverhältnismäßig groß ist. Es ist möglich, daß dieser Kern im embryonalen Leben eine wesentlichere Rolle spielt und in dieser Lebensperiode eine bedeutendere Entwickelung erlangt, wonach er allmählich regressiert und in seiner Entwickelung zurückbleibt.

Auf Fig. 3 sehen wir die Abbildung der Emboluszellen. Beim Embryo zeigen die Zellen des Embolus eine sehr schwache Entwickelung, indem sie sich ihrer Größe nach den Zellen der Molekularschicht des Kleinhirns

nähern. Beim Erwachsenen, wie wir dieses auf der Abbildung sehen, finden wir vollkommen formierte Zellen, die in morphologischer Beziehung sehr mannigfaltig sind. Es ist weiterhin wichtig, daß hier, ebenso wie im Kern Stillings, dem Dachkern (siehe unten), Zellen vorkommen, die teilweise an die pyramidalen erinnern, mit großen schollenartigen Körnern von Nißl, was scheinbar auf ihre motorische Funktion hindeutet. Diese Zellen sind im Embolus nicht häufig und werden zuweilen zwischen einigen Zellen eines anderen Typus angetroffen. Fig. 3 zeigt bei Vergrößerung 255 den Charakter der Emboluszellen, ihre Größe, ihre gegenseitige Lagerung und ihre Entfernung voneinander.

Zwischen den Zellen des Embolus sind, abgesehen von den pyramidenförmigen, andere Zellen von unregelmäßiger Form mit meniskenartigen Einbuchtungen an den Seiten charakteristisch. Diese Zellen vermischen sich allmählich mit spindelförmigen Zellen kleineren Umfanges, die im Dachkern Stillings prävalieren bzw. zuweilen auf der Strecke zwischen Nucleus emboliformis und dem Dachkerne anzutreffen sind, und dieser Weg, der aus Zellen vermischten Typus, die in unbedeutender Anzahl anzutreffen sind, besteht, verbindet beide Kerne miteinander und erscheint als Übergang zwischen den Substanzen beider Kerne. Auf diesen Umstand muß man seine Aufmerksamkeit lenken. Es ist wahr, daß weder die spindelförmigen Zellen des Dachkernes in der Substanz der Emboli noch die für den Nucleus emboliformis charakteristischen Zellen (unregelmäßiger Form mit meniskenartigen Einbuchtungen an den Seiten) im Dachkern vorkommen, jedoch die Anwesenheit von pyramidenförmigen Zellen in beiden Kernen und der gemischte Zwischenweg, der beide Kerne verbindet, spricht für einen genetischen, vielleicht auch funktionellen Zusammenhang beider Kerne.

3. Nucleus tecti, Dachkern (Fig. 1—c). Dieser Kern ist zuerst von Stilling[1] beschrieben worden. Er befindet sich direkt neben der Mittellinie und lagert sich an ihren beiden Seiten, so daß die mediale Seite beider Bildungen beinahe direkt einander anliegt. Die ganze Masse der Kerne befindet sich zwischen dem medialen Teil des Embolus und der Medianlinie der weißen Substanz des Wurmes, die sich direkt über dem vierten Ventrikel befindet. Dieser Kern ist von ovaler Form, ist mit

[1] Stilling, Neue Untersuchungen über den Bau des kleinen Gehirns des Menschen. Kassel 1878.

seiner Querachse, die die maximalste ist, über dem Ventrikel selbst gelagert, wobei die Achse von oben und medial nach unten und lateral verläuft. Auf Paraffinschnitten beträgt die maximale Querachse des Kernes 3 mm, die Breite 2 mm. Die Länge von vorn nach hinten beträgt 7—8 mm. Zuweilen sind seltene, zerstreute spindelförmige Zellen anzutreffen, die durch die Mediallinie durchgehen und die Substanz beider Nuclei tecti untereinander verbinden.

Hinsichtlich der weiteren Topographie des Kernes kann man hinzufügen, daß die Resultate meiner Untersuchungen mit den Beschreibungen übereinstimmen, daß der Kern »sich von der Basis der Lingula bis nahe zum Ursprung des Markastes der Pyramis erstreckt«.

Es gelang mir nicht, wie Stilling, die innere, mittlere und äußere Fortsetzung des Kernes zu verfolgen. Auf meinen Schnitten sammeln sich einzelne Zellen allmählich in eine kompakte Kernmasse an, und diese Masse verkleinert sich okzipitalwärts, so wie sie anwächst, ohne in irgendwelche einzelne Gruppen zu zerfallen.

Zwischen der Substanz der Nuclei tecti und dem Ependym des Ventrikels ist nirgends eine erhebliche kompakte Masse von weißer Substanz zu beobachten. Stellenweise liegt der Kern direkt dem Ependym an.

Fig. 4 zeigt bei Vergrößerung 255 den Charakter der Zellen, ihre gegenseitige Lagerung und die Entfernung zwischen ihnen im Nucleus tecti.

Besondere Aufmerksamkeit lenken auf sich pyramidenförmige Zellen mit großen Körnern und deutlich umgrenzten Kernen. Auf diese Zellen hat besonders L. Jakobsohn in seiner Arbeit, Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes, Abhandl. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1909, die Aufmerksamkeit gelenkt. Die Zellen werden, wie schon erwähnt, zuweilen auch im Nucleus emboliformis angetroffen, obgleich diese Zellen im Nucleus tecti sich bis zu breiterem Umfang ausbilden. Außerdem zeichnet sich der Kern durch eine große Anzahl kleiner, bald mehr, bald weniger ausgedehnter spindelförmiger Zellen aus. Im Vergleich mit den anderen Kleinhirnkernen erscheinen diese spindelförmigen Zellen des Nucleus tecti wohl als die kleinsten zwischen allen anderen Zellentypen der Kleinhirnkerne.

Nach den Untersuchungen von Weidenreich[1] hat der Nucleus medialis bei einfacheren Säugetieren in bezug auf die Morphologie seiner Zellen viel

[1] Weidenreich. Zur Anatomie der zentralen Kleinhirnkerne der Säuger. Zeitschr. f. Morphologie und Anthropologie. Bd. I, 1899.

Gemeinschaftliches mit den Strangzellen: den Deiterschen und den Bechterewschen.

Beim Menschen sind sogar schon im embryonalen Entwicklungsstadium (bei einem 5monatigen Fötus) die Zellen der Nuclei tecti deutlich differenziert, wie dieses auf unserm Präparat (Fig. 4) abgebildet ist, und man kann dieselben nicht mit den Zellen der Kerne des Hirnstammes verwechseln.

Es ist jedoch möglich, daß beim Menschen in den früheren Entwicklungsstadien und bei einigen Tieren der Nucleus tecti ein undifferenziertes Ganzes mit den Deiterschen und Bechterewschen Kernen bildet.

4. Globulus, Nucleus globosus, Kugelkern, erscheint am häufigsten paarweise in jeder Hemisphäre. Dieses Gebilde (Fig. 1d und d') ist ebenfalls zuerst von Stilling[1] beschrieben worden. Soviel ich mich auf Grund meiner Präparate überzeugt habe, sind diese Kerne ihrer Größe und Lokalisation nach äußerst unbeständig. Sehr oft gibt es in einer Hälfte des Kleinhirns nur einen Nucleus globosus, der andere (gewöhnlich der untere) fehlt vollständig. Der eine von diesen Kernen (Fig. 1—d') wird am häufigsten medial vom Nucleus emboliformis zwischen denselben und dem Nucleus tecti beschrieben. Auf meinen Präparaten liegt dieser Kern unter dem Nucleus emboliformis am Rande des Ventrikels in der Gegend des Hilus des Nucleus dentatus.

Der Kugelkern erstreckt sich zerebralwärts gewöhnlich bis zur Höhe des Anfanges des Nucleus tecti, okzipitalwärts jedoch endet er auf Paraffinpräparaten 2—3 mm vor dem hinteren Ende des Nucleus tecti.

Die stärkste Entwickelung hat der Kugelkern in den Abschnitten des Gehirns, wo der Dachkern an Umfang schon abzunehmen anfängt.

Der ganze Kern hat die Form einer Kugel und weist unter dem Mikroskop 10—20 Zellen auf, die ziemlich nahe voneinander gelagert sind.

Auf Paraffinpräparaten erreicht der ganze Durchmesser des Kernes bei einem 8—9monatigem Embryo selten mehr als $1\frac{1}{2}$—2 mm, im Kleinhirn eines Erwachsenen hat er eine größere Entwickelung. Die Größe des Kernes, wie gesagt, ist großen Schwankungen unterworfen. Ungefähr auf denselben Schnitten trifft man einen analogen Kern an von ebensolcher schwankenden Größe und ebensolcher Form. Dieser letztere lagert sich bald unter dem ersten am Ventrikelrand, am unteren Ende des N. dentatus (auch am Hilus

[1] A. a. O.

N. dentati), bald in den oberen Abschnitten der weißen Substanz des Kleinhirns gerade über dem N. emboliformis unter der Wurmrinde. Irgendwelche wesentliche Veränderungen der Kugelform in den beiden Kernen gelingt es auf den Schnitten nicht zu beobachten.

Beide Kerne wachsen am Anfang der Schnitte ziemlich schnell zu einer Kugelform an und hören ebenso schnell am Ende der Schnitte auf, wobei sie die allgemeine Form des Kernes nicht verändern. Beide Kerne sind deutlich abgegrenzt, und Übergänge der Zellen in die benachbarten Kerne sind nicht zu beobachten.

Hinsichtlich des Charakters der Zellen muß man bemerken, daß beide Nuclei globosi sich hinsichtlich ihrer Bestandteile durch ihre spezifische Identität auszeichnen, was auf ihre genetische und vielleicht auch funktionelle Einheit hinweist. Die Elemente beider Kugelkerne sind identisch und sind spezifisch von den Elementen anderer Kerngebilde des Kleinhirns unterschieden.

Fig. 5 zeigt bei Vergrößerung 255 den Charakter der Zellen, ihre gegenseitige Lagerung und Größe in beiden Kugelkernen. Die Zellen sind im allgemeinen nicht groß, von polygonaler Form mit deutlich ausgesprochenem linsenförmigen Kern und einem kleinen Nucleolus. Im Protoplasma der Zellen sind kleine Schollen von gefärbten Körnchen anzutreffen. Im allgemeinen haben die Zellen zarte Konturen und liegen stellenweise dicht einander an.

5. Beim weiteren Studium der weißen Substanz, nachdem okzipitalwärts die letzten Spuren aller Kerne überhaupt, speziell der Nuclei dentati verschwunden sind, wurden in den hintersten Abschnitten des Kleinhirns auf meinen Präparaten ein bzw. mehrere Kerngebilde angetroffen, die, soviel ich weiß, noch von keinem Autor beschrieben worden sind. Die Kerne lagern in der weißen Substanz ungefähr 3 mm okzipitalwärts vom hinteren Ende des Nucleus dentatus. Auf einem Frontalschnitt durch diese Gegend hat die weiße Substanz der Kleinhirnhemisphäre eine dreieckige Form (Fig. 6); von den Seiten dieses Dreiecks ist die eine nach medial, die andere der basalen und die dritte der konvexen Hemisphärenfläche zugekehrt.

Von den erwähnten Kerngebilden lagert der größere parallel der unteren kurzen Seite des Dreiecks und liegt dem unteren lateralen spitzen Winkel des Dreiecks näher. Dieses Kerngebilde selbst besteht an der Stelle seiner größten Entwickelung (s. Fig. 6) aus einem größeren unteren und einem

kleinen oberen Abschnitte, die durch Zellenübergangselemente miteinander verbunden sind. Das andere Kerngebilde lagert parallel der medialen Seite des Dreiecks und stellt ein schmales, zungenartiges Gebilde dar. Beide Kerne liegen nur wenig von der Rinde entfernt. Während der größere an der unteren Seite des Dreiecks stets etwas von der Rinde getrennt blieb, war der kleinere an der medialen Seite des Dreiecks bis dicht an die Körnerschicht der Rinde zu verfolgen. Diese Lage der Kerngebilde in der nächsten Nachbarschaft der Kleinhirnrinde erinnert lebhaft an eine ähnliche Bildung des Großhirns, das sog. Claustrum. Die Kerngebilde zeigten auf allen Schnitten den gleichen Zellbau. Auf einer Schnittserie durch die Kleinhirnhemisphäre eines Erwachsenen waren die Kerne nicht ausgeprägt.

Am Kleinhirn eines 8—9monatigen Embryo (s. Fig. 7) war nur das größere Kerngebilde vorhanden; an der Stelle der maximalsten Entwickelung des Kernes war eine Teilung der Kernmasse in zwei Gruppen nicht zu beobachten. Bei Erwachsenen beträgt auf Paraffinschnitten der sagittale Durchmesser des größten Kernes 2—2½ mm, bei einem 8—9monatigen Embryo ist er jedoch nicht länger als 1½ mm. An der Stelle der größten Breite des Kernes ist die Länge seiner Basis auf Paraffinschnitten bei Erwachsenen 6 mm und erreicht 3½ mm auf denselben Schnitten im Kleinhirn eines 8—9monatigen Embryo. Die Höhe des größeren Kernes (beider Abschnitte, die beim Erwachsenen übereinander liegen) erreicht bei Erwachsenen 4 mm, bei einem 8—9monatigen Embryo 1½ mm. Bei einem Embryo von 5 Monaten gelang es nicht, einen dem beschriebenen im strengen Sinne analogen Kern zu beobachten; nur zuweilen werden in der beschriebenen Stelle einzelne Zellen angetroffen, die morphologisch den Zellen des beschriebenen Kernes beim 8—9monatigen Embryo und beim Erwachsenen ähnlich sind.

Fig. 8 zeigt den Charakter, die Größe und die gegenseitige Lagerung der Zellen der beschriebenen Kerne bei Vergrößerung 255. Der Zellkörper erinnert teilweise an den Kopf eines Froschembryo, besitzt eine deutlich umgrenzte Kernsubstanz (nebst einem Nucleolus), die eine dem Zellkörper analoge Form hat. Die Zellen sammeln sich stellenweise in dichteren Gruppen an, stellenweise sind sie mehr zerstreut. Vom Zellkörper geht ein langer Protoplasmafortsatz ab. Äußerst selten gehen vom Zellkörper 2 kürzere Fortsätze (siehe Fig. 8) ab, oder ein Fortsatz teilt sich beim Austritt aus dem Zellkörper in zwei Teile. Diese Fortsätze sind in den Kleinhirnzellen

eines 8—9monatigen Embryo bedeutend kürzer, zuweilen fehlen sie vollständig; indessen trifft man beim Embryo neben Zellen, die einen kurzen Fortsatz haben, auch solche, wie sie die Zellen des Kernes beim Erwachsenen zeigen. Im Protoplasma dieser Zellen sind größere Körner nicht zu beobachten.

Wir wollen uns jetzt mit der differenziellen Diagnostik der soeben beschriebenen Kerngebilde gegenüber den übrigen Kernen des Kleinhirns beschäftigen, mit denen sie eventuell verwechselt werden könnten. Der Processus tegmentosus lateralis nuclei pontis kann, wie L. Jacobsohn[1] gezeigt hat, und wie es auch in meinen Präparaten zu sehen ist, sich mit einzelnen Zellinseln in die weiße Substanz des Kleinhirns hinaufziehen. Die Ausbreitung dieser Zellinseln gelangt jedoch niemals so weit okzipitalwärts in die weiße Substanz des Kleinhirns, und der Charakter der Zellen dieser zu den Brückenkernen gehörenden Inseln unterscheidet sich deutlich von den Zellen der beschriebenen Kerne, besonders durch die ovale Form und den Charakter des Fortsatzes seiner Zellen.

Die Purkinjeschen Zellen unterscheiden sich von den Zellen der beschriebenen Kerne durch die baumartigen, sich verzweigenden Fortsätze, die sie besitzen; außerdem werden die Purkinjeschen Zellen weiter entfernt von der Kleinhirnrinde in der weißen Substanz nirgends angetroffen in Form von mehr oder weniger großen Zellenanhäufungen.

Die Zellen der beschriebenen Kerne unterscheiden sich von den Zellen des Nucleus dentatus dadurch, daß die Zellen des Nucleus dentatus am häufigsten polygonal und an irgendeiner Ecke durch den von demselben abgehenden Fortsatz gedehnt erscheinen.

Außerdem werden im Nucleus dentatus Zellen angetroffen, die die Form eines unregelmäßig ausgedehnten Vierecks haben. Die Zellsubstanz der von uns beschriebenen Kerne erinnert, wie gesagt, an den Kopf eines Froschembryo, und von der Zelle geht zuweilen ein dichotomisch sich teilender Fortsatz ab.

Außerdem haben die beschriebenen Kerne auch ihrer Lokalisation nach nichts Gemeinsames mit der Lokalisation des Nucleus dentatus, und öfters werden zwischen beiden Kernen Übergangszellen vermißt, wie dieses in meinen Präparaten des 9monatigen Embryo der Fall war.

[1] Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes. Abh. d. Berl. Akad. d. Wiss. Berlin 1909.

Der charakteristischen Morphologie der Zellen und ihrer anatomischen Abgesondertheit nach haben diese Kerne in der Anatomie des Kleinhirns Recht auf eine selbständige Stellung. Ich bezeichne sie demgemäß als Nuclei cerebelli posteriores.

Außer den beschriebenen Zellen in der weißen Substanz des Kleinhirns erhebt sich von beiden Seiten des Ventrikels an seinem Rande, beinahe bis zur Höhe des N. tecti, aus dem Hirnstamm eine Reihe von pigmentierten Zellen, die eine Fortsetzung des Locus caeruleus darstellen. Auf diese Zellen lenkte zuerst Meynert und in neuerer Zeit L. Jacobsohn die Aufmerksamkeit. Man muß noch bemerken, daß diese Zellen in der weißen Substanz des Kleinhirns, die nicht dem Locus caeruleus anliegt, keine weitere Verbreitung erhalten.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Hrn. Prof. L. Jacobsohn für seine wertvollen Ratschläge bei Ausführung dieser Arbeit ergebensten Dank auszusprechen.

Figurenerklärung.

Fig. 1. Allgemeine Übersicht eines Frontalschnittes durch das Kleinhirn. Färbung nach Nißl (Modifikation mit Toluidinblau). Vergrößert 3 mal. Embryo von 9 Monaten; a) N. dentatus, b) N. emboliformis, c) N. tecti, d und d') N. globosus.

Fig. 2. Charakteristische Zellen des Nucleus dentatus; dieselbe Färbung. Vergrößerung 225, aus dem Gehirn eines 9 monatigen Embryo entnommen. Am Gehirn eines Erwachsenen ist die Morphologie dieselbe, die Zellen sind nur etwas größer.

Fig. 3. Charakteristische Zellen aus dem Nucleus emboliformis. Dieselbe Färbung und Vergrößerung. Auch aus dem Gehirn eines 9 monatigen Embryo entnommen; beim Erwachsenen dieselben Beziehungen wie auch im vorhergehenden Kerne.

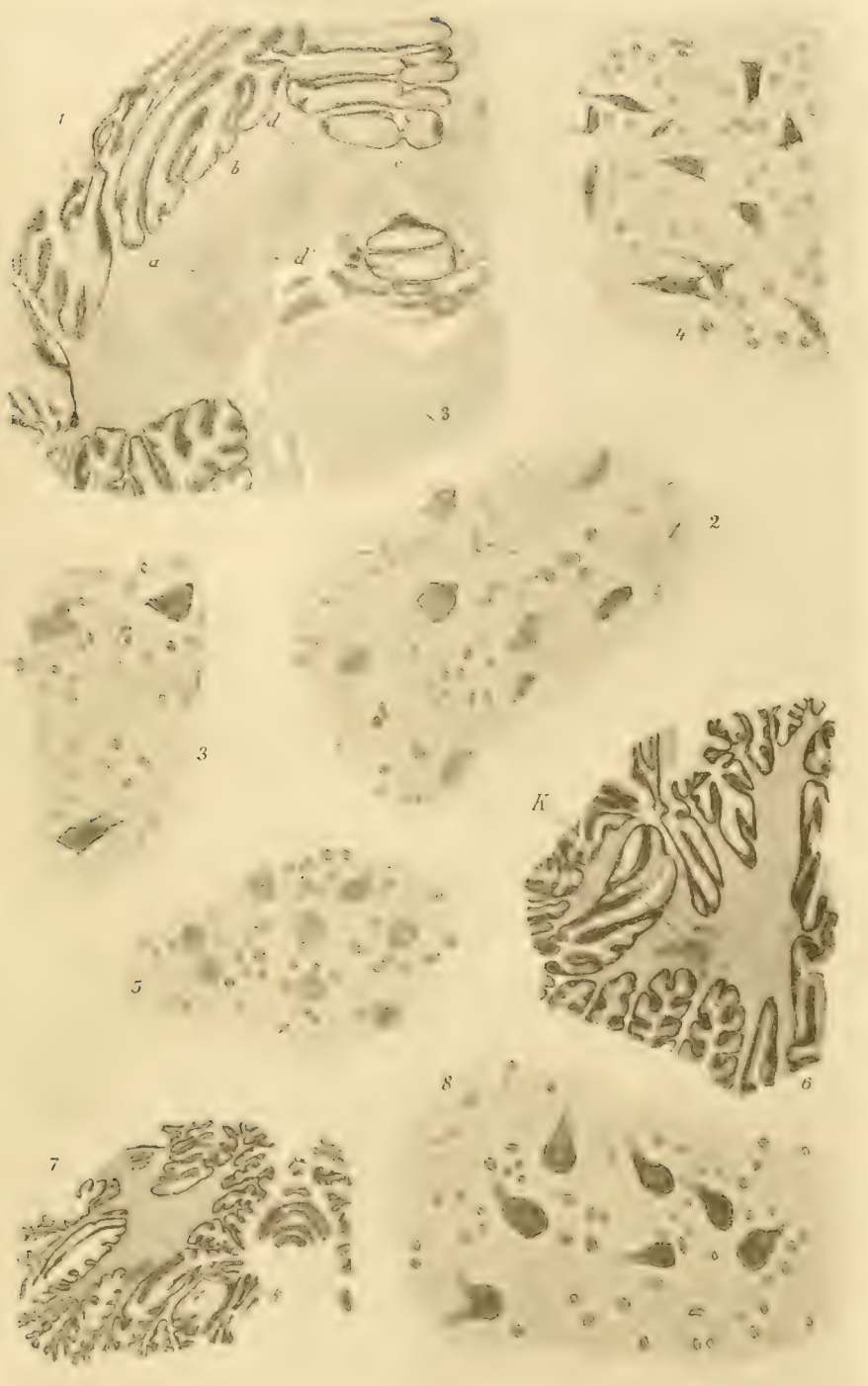
Fig. 4. Charakteristische Zellen des Dachkerns. Färbung, Vergrößerung, das Alter des Gehirns sind dieselben wie auch auf den vorhergehenden Präparaten, ebenso wie auch die Beziehung zu den Zellen des Nucleus tecti eines Erwachsenen.

Fig. 5. Charakteristische Zellen aus dem Kugelkern. Färbung, Vergrößerung und Alter des Gehirns dieselben wie auch in den vorhergehenden Präparaten, ebenfalls die Beziehung zu den Zellen des Kugelkerns Erwachsener.

Fig. 6 zeigt die von mir beschriebenen unbeständigen Kerne im Gehirn eines Erwachsenen in 1½ facher Vergrößerung. Färbung nach Nißl (Modifikation Toluidinblau).

Fig. 7 zeigt denselben Kern in derselben Vergrößerung und bei derselben Färbung aus dem Gehirn eines 9 monatigen Embryo.

Fig. 8. Charakteristische Zellen des von mir beschriebenen Kernes aus dem Gehirn eines Erwachsenen bei Vergrößerung 225 (Nißl Toluidinblau). Bei einem 8—9 monatigen Embryo sind dieselben Zellen zu beobachten, jedoch kleiner, und der Fortsatz ist schwächer ausgebildet.



K. Agadschanianz: Über die Kerne des menschlichen Kleinhirns.

Beweis des Satzes, daß jedes hinreichend kleine, im wesentlichen stetig gekrümmte, singularitätenfreie Flächenstück auf einen Teil einer Ebene zusammenhängend und in den kleinsten Teilen ähnlich abgebildet werden kann.

Von

Dr. LEON LICHTENSTEIN.

Vorgelegt von Hrn. Schwarz in der Sitzung der phys.-math. Klasse am 15. Juni 1911.
Zum Druck verordnet am 22. Juni 1911, ausgegeben am 25. März 1912.

In seiner Abhandlung »Allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Teile einer gegebenen Fläche auf einer anderen gegebenen Fläche so abzubilden, daß die Abbildung dem abgebildeten in den kleinsten Teilen ähnlich wird«[1] hat Gauß zuerst bewiesen, daß jedes analytische Flächenstück auf einen Teil einer Ebene zusammenhängend und in den kleinsten Teilen ähnlich abgebildet werden kann. Das Problem der konformen Abbildung wurde von Gauß auf die Integration einer gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung im Gebiete komplexer veränderlicher Größen zurückgeführt. Dieses Hilfsmittel versagt, sobald die in Frage kommenden Funktionen nur für reelle Werte, nicht aber zugleich für komplexe Werte ihrer Argumente erklärt sind, also stets dann, wenn das vorgelegte Flächenstück ein nichtanalytisches Flächenstück ist. Es erhebt sich daher die Frage, ob und unter welchen Voraussetzungen auch nichtanalytische Flächenstücke auf einen Teil einer Ebene konform abgebildet werden können. Diese Frage ist, soweit dem Verfasser bekannt ist, zuerst von Lipschitz aufgeworfen worden. Lipschitz hat darauf hingewiesen, daß das Problem auf die Bestimmung irgendeines Systems von Lösungen von zwei simultanen linearen partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung mit nichtanalytischen Koeffizienten zurückgeführt werden kann. Die Existenz eines solchen Systems von Lösungen wirklich nachzuweisen, war indessen Lipschitz nicht gelungen.

Am Schluß einer dem Verfahren der sukzessiven Approximationen gewidmeten Abhandlung teilt Hr. Picard einige, die konforme Abbildung nichtanalytischer Flächenstücke betreffende Betrachtungen mit[2]. Die Darlegungen von Hrn. Picard geben zu einigen Bedenken Anlaß. Hr. Picard

[1] Gauß, Werke, vierter Band, S. 193—216.

[2] Vgl. E. Picard, Sur les méthodes d'approximations successives dans la théorie des équations différentielles, als Note I im vierten Bande des Werkes von Hrn. Darboux, Théorie générale des surfaces, Paris, 1896, veröffentlicht.

bedient sich des Verfahrens der sukzessiven Approximationen. Gewisse hierbei auftretende Funktionen sind nur für reelle Werte ihrer Argumente erklärt und können, weil sie nach der Voraussetzung nichtanalytische Funktionen ihrer Argumente sind, für komplexe Werte dieser Argumente nicht erklärt werden, während den Argumenten schon bei der Durchführung der zweiten Approximation komplexe Werte beigelegt werden.

Die vorliegende Arbeit ist der Beantwortung der von Lipschitz aufgeworfenen Frage gewidmet. Ihr Umfang erklärt sich durch das Bestreben, die Voraussetzungen, von denen bei der Behandlung des Problems ausgegangen wird, nach Möglichkeit zu reduzieren.

Es mögen x und y die rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes in der Ebene, X, Y, Z ebensolche Koordinaten eines Punktes im Raume, c ein zusammenhängendes, ganz im Endlichen liegendes Gebiet in der Ebene (x, y) bezeichnen. Es seien die Gleichungen

$$(1.) \qquad \begin{cases} X = X(x, y), \\ Y = Y(x, y), \\ Z = Z(x, y) \end{cases}$$

vorgelegt. Die Funktionen $X(x, y)$, $Y(x, y)$, $Z(x, y)$ seien als reelle, eindeutige und stetige Funktionen der beiden reellen Argumente x und y im Gebiete c erklärt. Es wird vorausgesetzt, daß diese Funktionen stetige partielle Ableitungen erster Ordnung besitzen. Es sei $\omega(x, y)$ irgendeine dieser partiellen Ableitungen; es mögen ferner (x, y) und $(x+h, y+h')$ die Koordinaten zweier beliebigen Punkte des Gebietes c bedeuten. Es wird angenommen, daß die Funktion $\omega(x, y)$ der Ungleichheitsbedingung

$$|\omega(x+h, y+h') - \omega(x, y)| < A_0\{|h| + |h'|\},$$

worin A_0 eine gewisse positive Zahlgröße bezeichnet, genügt.

Durch die Gleichungen (1.) wird dem Gebiete c ein ganz im Endlichen liegendes Stück C einer Fläche zugeordnet[1]. Es wird angenommen, daß die Funktionaldeterminanten

---

[1] Wie in dem dritten Kapitel näher ausgeführt wird, besitzen die Funktionen $\omega(x, y)$, außer vielleicht in einer gewissen Menge von Punkten vom Flächenmaße Null, beschränkte partielle Ableitungen erster Ordnung. Die vorgelegte Fläche kann als im wesentlichen stetig gekrümmt bezeichnet werden.

Eine Funktion einer oder mehrerer reeller Veränderlichen heißt in einem endlichen Gebiete beschränkt, wenn ihr absoluter Betrag in diesem Gebiete eine endliche obere Grenze hat.

$$\frac{\partial(Y,Z)}{\partial(x,y)}, \frac{\partial(Z,X)}{\partial(x,y)}, \frac{\partial(X,Y)}{\partial(x,y)}$$

nicht gleichzeitig verschwinden.

Alsdann gilt der Satz:

In der Umgebung eines jeden Punktes im Innern des Gebietes C läßt sich ein Flächenstück abgrenzen, welches zusammenhängend und in den kleinsten Teilen ähnlich auf ein ebenes Flächenstück abgebildet werden kann.

Das Quadrat der Maßzahl der Länge eines Linienelementes des Flächenstückes C sei durch die Gleichung

$$(2.) \qquad ds^2 = Edx^2 + 2Fdxdy + Gdy^2$$

dargestellt. Die Funktionen E, F und G sind eindeutig und stetig. Sie erfüllen den über die partiellen Ableitungen erster Ordnung der Funktionen X, Y, Z gemachten Annahmen zufolge im Gebiete c die Ungleichheitsbedingungen

$$\left.\begin{array}{l} |E(x+h,y+h')-E(x,y)| \\ |F(x+h,y+h')-F(x,y)| \\ |G(x+h,y+h')-G(x,y)| \end{array}\right\} < A_1\{|h|+|h'|\},$$

worin A_1 eine gewisse positive Größe bezeichnet. Die Größen E, G und $EG-F^2$ sind wesentlich positiv.

Die behauptete Möglichkeit der konformen Abbildung wird dargetan sein, sobald es gelingt, zwei reelle, mit ihren partiellen Ableitungen erster Ordnung eindeutige und stetige Funktionen $u(x,y)$ und $v(x,y)$ der Gleichung

$$(3.) \qquad \lambda(Edx^2 + 2Fdxdy + Gdy^2) = du^2 + dv^2$$

gemäß zu bestimmen, in welcher der Multiplikator λ eine wesentlich positive, eindeutige und stetige Funktion der beiden reellen Argumente x und y bezeichnet. Für die Gleichung (3.) kann man auch setzen

$$(4.) \qquad \mu\left(\sqrt{E}dx + \frac{F+i\sqrt{EG-F^2}}{\sqrt{E}}dy\right) = du + idv,$$

worin der Faktor μ eine von Null verschiedene, eindeutige und stetige komplexe Funktion der reellen Argumente x und y bezeichnet. Aus der Gleichung (4.) werden die weiteren Relationen

$$(5.)\qquad \begin{cases} \mu\sqrt{E} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + i\dfrac{\partial v}{\partial x}, \\ \mu\dfrac{F + i\sqrt{EG - F^2}}{\sqrt{E}} = \dfrac{\partial u}{\partial y} + i\dfrac{\partial v}{\partial y}, \\ E\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + i\dfrac{\partial v}{\partial y}\right) = (F + i\sqrt{EG - F^2})\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + i\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) \end{cases}$$

abgeleitet. Die zuletzt angegebene Beziehung führt zu den beiden Gleichungen

$$(6.)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial x} = \dfrac{F\dfrac{\partial u}{\partial x} - E\dfrac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{EG - F^2}}, \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} = \dfrac{G\dfrac{\partial u}{\partial x} - F\dfrac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{EG - F^2}}. \end{cases}$$

Es wird nun zunächst die zusätzliche Voraussetzung gemacht, daß die Funktionen E, F und G stetige partielle Ableitungen erster Ordnung haben, die ihrerseits der Hölderschen Bedingung genügen. Aus den Formeln (6.) ergibt sich, wenn vorausgesetzt wird, daß die Funktion u auch noch stetige partielle Ableitungen zweiter Ordnung hat, die partielle Differentialgleichung

$$(7.)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{F\dfrac{\partial u}{\partial y} - G\dfrac{\partial u}{\partial x}}{\sqrt{EG - F^2}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{F\dfrac{\partial u}{\partial x} - E\dfrac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{EG - F^2}}\right) = 0.$$

Ist insbesondere die Größe F gleich 0, d. h. stellen die Kurvenscharen auf der Fläche, welche entsprechend durch die Beziehung $x =$ konst. und die Beziehung $y =$ konst. charakterisiert sind, zwei orthogonale Kurvenscharen dar, so gehen die Differentialgleichungen (6.) und (7.) über in

$$(8.)\qquad \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y}\sqrt{E} &= -\frac{\partial v}{\partial x}\sqrt{G}, \\ \frac{\partial v}{\partial y}\sqrt{E} &= \frac{\partial u}{\partial x}\sqrt{G}, \end{aligned}$$

$$(9.)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\sqrt{\frac{G}{E}}\,\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\sqrt{\frac{E}{G}}\,\frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0.$$

Um die stellenweise etwas umständlichen Rechnungen übersichtlicher zu gestalten, wird den folgenden Betrachtungen der soeben betrachtete besondere Fall zugrunde gelegt. Der allgemeine Fall erledigt sich in ganz

ähnlicher Weise; auf die etwa erforderlichen Modifikationen wird am Schluß des dritten Kapitels kurz hingewiesen.

Im zweiten Kapitel dieser Arbeit wird eine Grundlösung der Differentialgleichung (9.) aufgefunden und damit die Möglichkeit der konformen Abbildung eines stetig gekrümmten Flächenstückes auf einen Teil einer Ebene in dem vorher erwähnten besonderen Falle bewiesen. In dem dritten Kapitel werden alsdann die beschränkenden Voraussetzungen fallen gelassen, und es wird ein System von Lösungen der simultanen Differentialgleichungen (8.) angegeben. Hiermit ist die eingangs aufgestellte Behauptung vollständig bewiesen.

In dem ersten Kapitel werden einige Hilfssätze, welche den wohlbekannten Sätzen über die partiellen Differentialquotienten des logarithmischen Potentials analog sind, vorausgeschickt.

Die Betrachtungen des ersten und des zweiten Kapitels sind gewissen Untersuchungen von Hrn. E. E. Levi und der Methode der Parametrix von Hrn. Hilbert nahe verwandt. (Man vergleiche hierzu die näheren Ausführungen in § 3 des dritten Kapitels.) In einer im Jahre 1907 veröffentlichten Abhandlung[1] gibt Hr. E. E. Levi den Beweis der Existenz der Grundlösung der allgemeinen linearen partiellen Differentialgleichung der $2p$ten Ordnung des total elliptischen Typus. Insbesondere beweist Hr. E. E. Levi die Existenz einer Grundlösung der partiellen Differentialgleichung

$$(10.) \qquad a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + c\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + d\frac{\partial u}{\partial x} + e\frac{\partial u}{\partial y} + fu = 0\,, \qquad ac - b^2 > 0\,.$$

Die Koeffizienten a, b, c, d, e, f stellen reelle und stetige Funktionen dar, die folgende Eigenschaften haben. Die Funktionen a, b und c haben stetige partielle Ableitungen der ersten und der zweiten Ordnung, die ihrerseits der Hölderschen Bedingung oder einer verwandten Bedingung des Hrn. Dini genügen. Die Funktionen d, e und f haben stetige partielle Ableitungen erster Ordnung.

Auf das in der vorliegenden Arbeit behandelte Problem angewandt, ergeben die Resultate des Hrn. E. E. Levi nach einigen weiteren Überlegungen den Beweis der Möglichkeit der konformen Abbildung, wenn die

[1] Vgl. E. E. Levi, Sulle equazioni lineari totalmente ellittiche alle derivate parziali, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1907, S. 275—317.

Funktionen E, F und G stetige partielle Ableitungen der beiden ersten Ordnungen haben und diese Ableitungen ihrerseits der Hölderschen Bedingung oder einer verwandten Bedingung von Hrn. Dini genügen. Das Krümmungsmaß der vorgelegten Fläche ist alsdann eine stetige Funktion der Parameter x und y, die stetige, der Hölderschen oder der Dinischen Bedingung genügende partielle Ableitungen erster Ordnung besitzt. Demgegenüber sei hervorgehoben, daß bei der durch die Gleichungen (1.) dargestellten Fläche Hauptkrümmungsradien im allgemeinen nicht überall vorhanden zu sein brauchen.

In einer späteren Abhandlung[1] gibt Hr. E. E. Levi, gestützt auf die vorerwähnten Ergebnisse, die Auflösung gewisser Randwertaufgaben in der Theorie der linearen partiellen Differentialgleichungen der $2p$ten Ordnung von total elliptischem Typus.

In seiner sechsten Mitteilung zur Theorie der linearen Integralgleichungen beschäftigt sich Hr. Hilbert mit der Bestimmung der auf der ganzen Kugel stetigen Lösung gewisser partieller Differentialgleichungen von der Form (10.). Der Einfachheit halber nimmt Hr. Hilbert die Koeffizienten a, b usw. als analytische Funktionen der beiden Veränderlichen x und y an. Es würde indessen genügen, die Existenz und die Stetigkeit der partiellen Ableitungen bis zu einer gewissen endlichen Ordnung vorauszusetzen.

Ein einfaches Verfahren, welches gestattet, verschiedene Randwertprobleme der Theorie der partiellen Differentialgleichung (10.) auf die Auflösung linearer Integralgleichungen zurückzuführen, soll im Anschluß an die vorliegende Arbeit an einer anderen Stelle mitgeteilt werden.

Kapitel I.

§ 1.

Es mögen bezeichnen:

T irgendein von einer geschlossenen, sich selbst weder durchschneidenden noch berührenden stetig gekrümmten Kurve S begrenztes Gebiet in der Ebene, deren Punkte das Wertsystem (x, y) geometrisch darstellen,

[1] Vgl. E. E. Levi, I problemi dei valori al contorno per le equazioni lineari totalmente ellittiche alle derivate parziali, Memorie della Società Italiana delle Scienze, Serie 3ª, Tomo XVI, Roma 1909.

$a(x,y)$ und $b(x,y)$ zwei wesentlich positive, eindeutige und stetige Funktionen, welche stetige partielle Ableitungen erster Ordnung haben, $V(x,y)$ eine eindeutige und stetige, der Hölderschen Bedingung genügende Funktion, (x,y) einen Punkt im Innern des Gebietes T.

Es sei

$$(11.) \qquad J(x,y) = \iint_T \log\left[b(\xi,\eta)(\xi-x)^2 + a(\xi,\eta)(\eta-y)^2\right] \cdot V(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta .$$

Es wird behauptet:

Das Integral $J(x,y)$ hat stetige partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung.

Es ist

$$(12.) \quad \begin{aligned} &a(x,y)\frac{\partial^2 J(x,y)}{\partial x^2} + b(x,y)\frac{\partial^2 J(x,y)}{\partial y^2} = \\ &\qquad = 4\pi\sqrt{a(x,y)\,b(x,y)}\,V(x,y) + \iint_T K(x,y;\xi,\eta)\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta , \\ &K(x,y;\xi,\eta) = \\ &\qquad = \left[a(x,y)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + b(x,y)\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right]\log\left\{b(\xi,\eta)(\xi-x)^2 + a(\xi,\eta)(\eta-y)^2\right\} . \end{aligned}$$

Die Funktion $K(x,y;\xi,\eta)$ verhält sich stetig, außer wenn $x=\xi$, $y=\eta$. Das Produkt

$$[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}} K(x,y;\xi,\eta)$$

übersteigt dem absoluten Betrage nach eine angebbare Größe nicht und hat, als Funktion von ξ und η betrachtet, im Punkte (x,y) eine Unbestimmtheitsstelle.

Beweis.

Es sei T^* das von dem Kreise vom Halbmesser ϱ' um den Punkt (x,y) als Mittelpunkt begrenzte endliche Gebiet, (x_1,y_1) irgendein Punkt im Innern des Gebietes T^*. Es sei zur Vereinfachung

$$a = a(x,y)\ , \quad b = b(x,y)\ , \quad a_1 = a(x_1,y_1)\ , \quad b_1 = b(x_1,y_1)\ ,$$
$$\alpha = a(\xi,\eta)\ , \quad \beta = b(\xi,\eta)$$

gesetzt. Es ist identisch

$$J(x_1,y_1) = J_1(x_1,y_1) + J_2(x_1,y_1),$$

$$(13.)\qquad J_1(x_1,y_1) = \iint_T \log\left\{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2\right\}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

$$J_2(x_1,y_1) = \iint_T \log\frac{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

und

$$\frac{J(x_1+\Delta x_1,y_1)-J(x_1,y_1)}{\Delta x_1} = \frac{J_1(x_1+\Delta x_1,y_1)-J_1(x_1,y_1)}{\Delta x_1} + \frac{J_2(x_1+\Delta x_1,y_1)-J_2(x_1,y_1)}{\Delta x_1}.$$

Sind nun die beiden partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\iint_T \log\left\{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2\right\}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta = \frac{\partial J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1}$$

und

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\iint_T \log\frac{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta = \frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1}$$

vorhanden, so existiert die partielle Ableitung $\frac{\partial J(x_1,y_1)}{\partial x_1}$ und es ist identisch

$$(14.)\qquad \frac{\partial J(x_1,y_1)}{\partial x_1} = \frac{\partial J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1}.$$

Ist insbesondere $x_1 = x$, $y_1 = y$, so findet man

$$(15.)\qquad \frac{\partial J(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Bigg|_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} + \frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Bigg|_{\substack{x_1=x\\y_1=y}}.$$

Für die auf der rechten Seite dieser Gleichung befindlichen Ausdrücke darf man nicht einfacher $\frac{\partial J_1(x,y)}{\partial x}$ und $\frac{\partial J_2(x,y)}{\partial x}$ setzen, weil bei der Bildung der zuletzt genannten Differentialquotienten die Größen a und b ebenfalls würden verändert werden müssen.

Wie in dem Folgenden gezeigt werden wird, ist

$$(16.)\qquad \frac{\partial J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1}\log\left\{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2\right\}\right] V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

und

$$(17.)\qquad \frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1}\log\frac{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}\right] V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

somit

$$(18.)\qquad \frac{\partial J(x_1,y_1)}{\partial x_1} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1}\log\left\{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2\right\}\right] V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta.$$

Jetzt wird, wie folgt, weiter geschlossen. Es ist der Beziehung (14.) gemäß

$$\frac{\partial J(x+\Delta x, y)}{\partial x} = \frac{\partial J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x+\Delta x\\ y_1=y}} + \frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x+\Delta x\\ y_1=y}}.$$

Es ist ferner nach der Formel (15.)

$$\frac{\partial J(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}} + \frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}},$$

daher

$$\frac{1}{\Delta x}\left[\frac{\partial J(x+\Delta x, y)}{\partial x} - \frac{\partial J(x, y)}{\partial x}\right] = \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{\partial J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x+\Delta x\\ y_1=y}} - \frac{\partial J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}}\right] +$$
$$+ \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x+\Delta x\\ y_1=y}} - \frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}}\right].$$

Sind nun die partiellen Ableitungen

$$(19.)\qquad \frac{\partial^2 J_1(x_1, y)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}} \text{ und } \frac{\partial^2 J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}}$$

vorhanden, so existiert die Ableitung $\frac{\partial^2 J(x, y)}{\partial x^2}$ und hat den Wert

$$(20.)\qquad \frac{\partial^2 J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}} + \frac{\partial^2 J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}}.$$

Analoge Beziehungen gelten für die partiellen Ableitungen des Integrals J in bezug auf die Variable y.

§ 2.

Es werden jetzt die beiden Integrale $J_1(x_1, y_1)$ und $J_2(x_1, y_1)$ einzeln betrachtet.

Das Integral $J_1(x_1, y_1)$ kann man durch die Substitution

$$(21.)\quad \sqrt{b}\,\xi = \bar{\xi},\quad \sqrt{b}\,x_1 = \bar{x}_1,\quad \sqrt{a}\,\eta = \bar{\eta},\quad \sqrt{a}\,y_1 = \bar{y}_1,\quad V(\xi, \eta) = \overline{V}(\bar{\xi}, \bar{\eta})$$

auf die Form

$$J_1(x_1, y_1) = \frac{1}{\sqrt{ab}}\iint_{\overline{T}} \log\left\{(\bar{\xi}-\bar{x}_1)^2 + (\bar{\eta}-\bar{y}_1)^2\right\}\cdot \overline{V}(\bar{\xi}, \bar{\eta})\, d\bar{\xi}\, d\bar{\eta}$$

bringen. Das Gebiet $\overline{T}$, über welches die zweifache Integration zu erstrecken ist, ist hierbei das Gebiet, welches durch die Substitution (21.) dem Gebiete T zugeordnet wird. Da die Funktion $\overline{V}(\bar{\xi}, \bar{\eta})$ der Hölder-

schen Bedingung genügt, so besitzt das Integral $J_1(x_1, y_1)$ stetige partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung. Es ist

$$\frac{\partial J_1(x_1,y_1)}{\partial \bar{x}_1} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \iint\limits_{\bar{T}} \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}_1} \log \left\{ (\bar{\xi}-\bar{x}_1)^2 + (\bar{\eta}-\bar{y}_1)^2 \right\} \right] \bar{V}(\bar{\xi}, \bar{\eta}) d\bar{\xi} d\bar{\eta},$$

mithin

$$(22.) \qquad \frac{\partial J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1} = \iint\limits_{T} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \left\{ b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2 \right\} \right] V(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

und

$$\frac{\partial^2 J_1}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 J_1}{\partial \bar{y}_1^2} = \frac{1}{b} \frac{\partial^2 J_1}{\partial x_1^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 J_1}{\partial y_1^2} = \frac{4\pi}{\sqrt{ab}} \bar{V}(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = \frac{4\pi}{\sqrt{ab}} V(x_1, y_1).$$

Für $x_1 = x$, $y_1 = y$ folgt hieraus

$$(23.) \qquad a \left[\frac{\partial^2 J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1^2} \right]_{\substack{x_1=x \\ y_1=y}} + b \left[\frac{\partial^2 J_1(x_1,y_1)}{\partial y_1^2} \right]_{\substack{x_1=x \\ y_1=y}} = 4\pi\sqrt{ab}\, V(x,y).$$

Es ist nunmehr zu zeigen, daß auch das Integral $J_2(x_1, y_1)$ stetige partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung besitzt.

Es sei $x_2 = x_1 + \delta$, $y_2 = y_1$ und es sei K das von dem Kreise vom Halbmesser $\varrho'' > 2|\delta|$ um den Punkt (x_1, y_1) als Mittelpunkt begrenzte endliche Gebiet, das ganz im Innern des Gebietes T gelegen sein mag. Der Einfachheit halber sei in dem Folgenden $\delta > 0$ vorausgesetzt.

Es ist

$$(24.) \qquad \begin{aligned} J_2(x_1,y_1) &= J_3(x_1,y_1) + J_4(x_1,y_1), \\ J_3(x_1,y_1) &= \iint\limits_{K} \log \frac{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2} \cdot V(\xi,\eta) d\xi d\eta, \\ J_4(x_1,y_1) &= \iint\limits_{T-K} \log \frac{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2} \cdot V(\xi,\eta) d\xi d\eta, \end{aligned}$$

$$(25.) \qquad \frac{\partial J_4(x_1,y_1)}{\partial x_1} = \iint\limits_{T-K} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \frac{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2} \right] V(\xi,\eta) d\xi d\eta =$$

$$= \iint\limits_{T-K} \frac{2(\xi-x_1)(\eta-y_1)^2(ab-a\beta)}{[b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2][\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2]} V(\xi,\eta) d\xi d\eta.$$

Es sei ε eine beliebig kleine positive Größe. Das Integral

$$\iint\limits_{T} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \frac{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2} \right] V(\xi,\eta) d\xi d\eta =$$

$$= \iint\limits_{T} \frac{2(\xi-x_1)(\eta-y_1)^2(ab-a\beta)}{[b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2][\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2]} V(\xi,\eta) d\xi d\eta$$

hat eine bestimmte Bedeutung. Es genügt, durch die Gleichungen $\xi - x_1 = r\cos\varphi$, $\eta - y_1 = r\sin\varphi$ Polarkoordinaten einzuführen, um sich hiervon zu überzeugen.

Es sei

$$M = \mathrm{Max}(\alpha, \beta), \qquad m = \mathrm{Min}(\alpha, \beta)$$

im Gebiete T. Der Ausdruck

$$\left| \iint\limits_K \frac{2(\xi - x_1)(\eta - y_1)^2 (\alpha b - a\beta)}{[b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2][\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2]} V(\xi, \eta) d\xi\, d\eta \right| =$$

$$= \left| \int_0^{\varrho''} \int_0^{2\pi} \frac{2(\alpha b - a\beta)\cos\varphi \sin^2\varphi}{[b\cos^2\varphi + a\sin^2\varphi][\beta\cos^2\varphi + \alpha\sin^2\varphi]} V(\xi, \eta) dr\, d\varphi \right| < \frac{8\pi\varrho'' M^2}{m^2} \mathrm{Max}\,|V(\xi, \eta)|$$

wird mit dem Radius ϱ'' zugleich unendlich klein. Man kann daher eine Größe $\bar{\varrho}$ so klein annehmen, daß für alle Werte $\varrho'' \leqq \bar{\varrho}$

$$(26.) \quad \left| \frac{\partial J_4(x_1, y_1)}{\partial x_1} - \iint\limits_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \frac{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2}{b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2}\right] V(\xi, \eta) d\xi\, d\eta \right| =$$

$$= \left| \iint\limits_K \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \frac{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2}{b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2}\right] V(\xi, \eta) d\xi\, d\eta \right| < \varepsilon$$

wird. Es wird jetzt gezeigt, daß der Differenzenquotient

$$(27.) \qquad \frac{1}{\delta}[J_3(x_2, y_1) - J_3(x_1, y_1)]$$

mit der Größe ϱ'' zugleich unendlich klein wird, welchen Wert die Differenz $x_2 - x_1 = \delta < \frac{1}{2}\varrho''$ auch haben mag.

Zum Beweise wird der Kreis K durch die Gerade, welche auf der Verbindungsgeraden der Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_1) in ihrer Mitte senkrecht steht, in zwei Teilgebiete K_1 und K_2 geteilt. Die Abszissen aller Punkte des Gebietes K_1 sind $\leqq \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$, diejenigen der Punkte des Gebietes K_2 dagegen $\geqq \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$. Der Ausdruck (27.) hat den Wert

$$(28.) \quad \frac{1}{\delta} \iint\limits_K \log \frac{[\beta(\xi - x_2)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2][b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2]}{[b(\xi - x_2)^2 + a(\eta - y_1)^2][\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2]} \cdot V(\xi, \eta) d\xi\, d\eta$$

$$= \frac{1}{\delta} \iint\limits_{K_1} + \frac{1}{\delta} \iint\limits_{K_2} = X_1 + X_2.$$

Das Integral X_1 kann man in der Form darstellen

$$X_1 = \frac{1}{\delta}\iint_{K_1} \log(1+\tau)\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

$$\tau = \frac{2(a\beta-ab)\,(\eta-y_1)^2\,(x_1-x_2)\,(\xi-\frac{1}{2}(x_1+x_2))}{[b(\xi-x_2)^2+a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2]}, \quad \tau > -1.$$

Es ist nun

$$|\log(1+\tau)| \leqq \tau, \quad \text{wenn } \tau \geqq 0,$$

und

$$|\log(1+\tau)| \leqq \frac{|\tau|}{1+\tau}, \quad \text{wenn } -1 < \tau \leqq 0,$$

daher sicher

$$\left|\frac{1}{\delta}\log(1+\tau)\right| \leqq \frac{1}{\delta}\left\{|\tau| + \frac{|\tau|}{1+\tau}\right\} = \frac{2\,|a\beta-ab|\,|\eta-y_1|^2\,|\xi-\frac{1}{2}(x_1+x_2)|}{W(a,b;x_2,y_1)\,W(\alpha,\beta;x_1,y_1)} +$$

$$+ \frac{2\,|a\beta-ab|\,|\eta-y_1|^2\,|\xi-\frac{1}{2}(x_1+x_2)|}{W(\alpha,\beta;x_2,y_1)\,W(a,b;x_1,y_1)},$$

$$W(a,b;x,y) = b(\xi-x)^2+a(\eta-y)^2.$$

Es ist nun in allen Punkten (ξ,η) des Gebietes K_1

$$\left|\xi-\frac{1}{2}(x_1+x_2)\right| < |\xi-x_2|, \qquad 2\,|\xi-x_2|\,|\eta-y_1| \leqq (\xi-x_2)^2+(\eta-y_1)^2,$$

somit

$$|X_1| < \iint_{K_1}\left\{\frac{2\,|a\beta-ab|\,|\eta-y_1|^2\,|\xi-x_2|}{W(a,b;x_2,y_1)\,W(\alpha,\beta;x_1,y_1)} + \frac{2\,|a\beta-ab|\,|\eta-y_1|^2\,|\xi-x_2|}{W(a,b;x_1,y_1)\,W(\alpha,\beta;x_2,y_1)}\right\}|V(\xi,\eta)|\,d\xi\,d\eta.$$

Ferner ist

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{|\eta-y_1|\,|\xi-x_2|}{b(\xi-x_2)^2+a(\eta-y_1)^2} \\ \dfrac{|\eta-y_1|\,|\xi-x_2|}{\beta(\xi-x_2)^2+a(\eta-y_1)^2}\end{array}\right\} < \frac{(\eta-y_1)^2+(\xi-x_2)^2}{2m[(\xi-x_2)^2+(\eta-y_1)^2]} = \frac{1}{2m}, \qquad |a\beta-ab| < 2M^2.$$

Setzt man daher jetzt $\xi-x_1 = r\cos\varphi$, $\eta-y_1 = r\sin\varphi$ ein, so findet man

$$|X_1| < \iint_K \frac{4M^2}{m^2 r}\,|V(\xi,\eta)|\,d\xi\,d\eta = \int_0^{\varrho''}\int_0^{2\pi}\frac{4M^2}{m^2}\,|V(\xi,\eta)|\,dr\,d\varphi \leqq \frac{8\pi M^2\varrho''}{m^2}\,\mathrm{Max}\,|V(\xi,\eta)|.$$

Der Ausdruck $|X_1|$ verschwindet mit dem Radius ϱ''. In analoger Weise läßt sich zeigen, daß auch der Ausdruck $|X_2|$ mit der Größe ϱ'' gegen Null konvergiert.

Der Radius $\varrho'' < \bar{\varrho}$ wird so klein angenommen, daß für alle Werte $\delta < \frac{1}{2}\varrho''$

$$(29.) \qquad \left| \frac{1}{\delta} [J_3(x_2, y_1) - J_3(x_1, y_1)] \right| < \varepsilon$$

wird. Nunmehr wird eine Zahl $\delta_0 < \frac{1}{2}\varrho$ so klein gewählt, daß für alle Werte der Größe δ, die kleiner sind als δ_0, die Ungleichheitsbedingung besteht

$$(30.) \qquad \left| \frac{\partial J_4(x_1, y_1)}{\partial x_1} - \frac{J_4(x_2, y_1) - J_4(x_1, y_1)}{\delta} \right| < \varepsilon .$$

Aus den Ungleichheitsbedingungen (26.), (29.) und (30.) folgt, daß für alle Werte der Größe δ, die kleiner sind als δ_0,

$$(31.) \qquad \left| \frac{J_2(x_2, y_1) - J_2(x_1, y_1)}{\delta} - \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \frac{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2}{b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2} \right] V(\xi, \eta) d\xi d\eta \right| < 3\varepsilon$$

wird. Dies bedeutet aber nichts anderes, als daß die partielle Ableitung $\frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1}$ existiert und den Wert

$$(32.) \qquad \frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log \frac{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2}{b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2} \right] V(\xi, \eta) d\xi d\eta =$$

$$= \iint_T \frac{2(\alpha b - a\beta)(\xi - x_1)(\eta - y_1)^2}{[b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2][\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2]} V(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

hat. Insbesondere ist

$$(33.) \qquad \frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} = \iint_T \frac{2(\alpha b - a\beta)(\xi - x)(\eta - y)^2}{[b(\xi - x)^2 + a(\eta - y)^2][\beta(\xi - x)^2 + \alpha(\eta - y)^2]} V(\xi, \eta) d\xi d\eta .$$

§ 3.

Es wird nunmehr zur Betrachtung der partiellen Ableitung $\frac{\partial^2 J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}}$ übergegangen. Es sei, wie in § 1, T^* das von dem Kreise vom Halbmesser ϱ' um den Punkt (x, y) als Mittelpunkt begrenzte endliche Gebiet; es sei (x_1, y_1) irgendein Punkt im Innern des Gebietes T^*. Es möge ferner δ' eine positive Zahl kleiner als $\frac{1}{2}\varrho'$ bezeichnen. Man setze

$$x' = x + \delta', \quad y' = y .$$

Es ist

$$\frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1} = J_5(x_1,y_1) + J_6(x_1,y_1),$$

$$J_5(x_1,y_1) = \iint\limits_{T^*} \frac{2(\alpha b - a\beta)\,(\xi - x_1)\,(\eta - y_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2]} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta, \tag{34.}$$

$$J_6(x_1,y_1) = \iint\limits_{T-T^*} \frac{2(\alpha b - a\beta)^*(\xi - x_1)\,(\eta - y_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2]} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta.$$

Offenbar ist

$$\frac{\partial J_6(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} = \iint\limits_{T-T^*} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{2(\alpha b - a\beta)\,(\xi - x_1)\,(\eta - y_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2]}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta.$$

Es wird jetzt gezeigt, daß das Integral

$$J_0 = \iint\limits_{T^*} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{2(\alpha b - a\beta)\,(\xi - x_1)\,(\eta - y_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2]}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta =$$

$$= \iint\limits_{T^*} 2(\alpha b - a\beta)\,(\eta-y)^2 \frac{3b\beta(\xi-x)^4 + (\alpha b + a\beta)\,(\xi-x)^2\,(\eta-y)^2 - a\alpha(\eta-y)^4}{[b(\xi-x)^2 + a(\eta-y)^2]^2\,[\beta(\xi-x)^2 + \alpha(\eta-y)^2]^2} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

mit verschwindendem Radius ϱ' gegen Null konvergiert.

Die Funktionen $\alpha = a(\xi,\eta)$ und $\beta = b(\xi,\eta)$ haben nach Voraussetzung stetige partielle Ableitungen erster Ordnung. Es sei zur Vereinfachung der größte Wert des absoluten Betrages der partiellen Ableitungen $\frac{\partial a}{\partial \xi}, \frac{\partial a}{\partial \eta}, \frac{\partial b}{\partial \xi}, \frac{\partial b}{\partial \eta}$ im Gebiete T mit A bezeichnet. Man überzeugt sich leicht, daß

$$|\alpha b - a\beta| \leqq 2AM[|\xi - x| + |\eta - y|]. \tag{35.}$$

Führt man jetzt durch die Gleichungen

$$\xi - x = r\cos\varphi, \quad \eta - y = r\sin\varphi$$

Polarkoordinaten ein, so findet man nach einer einfachen Rechnung die Ungleichheitsbedingung

$$|J_0| < \frac{96\pi\varrho' AM^3}{m^4} \operatorname{Max}|V(\xi,\eta)|.$$

Das Integral J_0 konvergiert also in der Tat mit der Größe ϱ' zugleich gegen Null. Man kann somit eine Größe $\bar{\varrho}'$ so klein wählen, daß für alle Werte $\varrho' < \bar{\varrho}'$

$$(36.)\qquad \left| \frac{\partial J_6(x_1, y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} - J^{(1)} \right| < \varepsilon,$$

$$J^{(1)} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{2(\alpha b - a\beta)(\xi - x_1)(\eta - y_1)^2}{[b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2][\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2]} \right]_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} V(\xi, \eta) d\xi\, d\eta$$

wird.

Es wird jetzt gezeigt, daß der Differenzenquotient

$$(37.)\qquad \frac{1}{\delta'}[J_6(x', y) - J_6(x, y)]$$

gleichzeitig mit ϱ' unendlich klein wird, welchen Wert die Differenz $x' - x = \delta' < \frac{1}{2}\varrho'$ auch haben mag.

Beachtet man, daß

$$(\xi - x)^3 - (\xi - x')^3 = 3(x' - x)[\xi - (x' - \Theta\delta')]^2, \quad 0 < \Theta < 1$$

ist, so findet man durch direkte Ausrechnung für den Ausdruck (37.) den Wert

$$\iint_{T^*} 2(\alpha b - a\beta)(\eta - y)^2 \frac{\Phi}{\Psi} V(\xi, \eta) d\xi\, d\eta = \iint_{T_1^*} + \iint_{T_2^*} = X_3 + X_4,$$

$$\Phi = 3\beta b(\xi - x)(\xi - x')[\xi - (x' - \Theta\delta')]^2 + (\alpha b + a\beta)(\xi - x)(\xi - x')(\eta - y)^2 - a\alpha(\eta - y)^4,$$
$$\Psi = W(\alpha, \beta; x', y)\, W(\alpha, \beta; x, y)\, W(a, b; x', y)\, W(a, b; x, y).$$

T_1^* und T_2^* sind die beiden Gebiete, in welche das Gebiet T^* durch die Gerade geteilt wird, welche auf der Verbindungsgeraden der Punkte (x, y) und (x', y) in ihrer Mitte senkrecht steht. Die Abszissen aller Punkte des Gebietes T_1^* sind $\leqq \frac{1}{2}(x + x')$, diejenigen der Punkte des Gebietes T_2^* dagegen $\geqq \frac{1}{2}(x + x')$.

Es ist nun

$$|(\xi - x)(\eta - y)| \leqq \tfrac{1}{2}[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2], \quad |(\xi - x')(\eta - y)| \leqq \tfrac{1}{2}[(\xi - x')^2 + (\eta - y)^2],$$
$$|\xi - (x' - \Theta\delta')| < \begin{cases} |\xi - x'| \text{ in } T_1^*, \\ |\xi - x| \text{ in } T_2^*, \end{cases}$$
$$|\alpha b - a\beta| < 2AM(|\xi - x| + |\eta - y|),$$

somit

$$|X_3| < 4AM^3 \iint_{T_1^*} \frac{[|\xi - x| + |\eta - y|]\,|\eta - y|}{m^4[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^2} \left\{ \frac{3|\xi - x|\,|\xi - x'|^3\,|\eta - y|}{[(\xi - x')^2 + (\eta - y)^2]^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{2|\xi - x'|\,|\eta - y|^3\,|\xi - x|}{[(\xi - x')^2 + (\eta - y)^2]^2} + \frac{|\eta - y|^5}{[(\xi - x')^2 + (\eta - y)^2]^2} \right\} |V(\xi, \eta)|\, d\xi\, d\eta$$
$$< \frac{4AM^3}{m^4} \iint_{T^*} \frac{|\eta - y|[|\xi - x| + |\eta - y|]}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^2} \left\{ \frac{3}{2}|\xi - x| + |\xi - x| + |\eta - y| \right\} |V(\xi, \eta)|\, d\xi\, d\eta.$$

Setzt man jetzt

$$\xi - x = r\cos\varphi, \quad \eta - y = r\sin\varphi$$

ein, so findet man

$$|X_3| < \frac{4AM^3}{m^4}\int_0^{2\pi}\int_0^{\varrho'} \frac{r^3\,|\sin\varphi|\,[\,|\cos\varphi|+|\sin\varphi|\,]}{r^4}\left[\frac{5}{2}|\cos\varphi|+|\sin\varphi|\right]|V(\xi,\eta)|\,r\,dr\,d\varphi <$$

$$< \frac{56\pi\varrho' AM^3}{m^4}\,\mathrm{Max}\,|V(\xi,\eta)|\,.$$

Der Ausdruck $|X_3|$ wird mit dem Halbmesser ϱ' zugleich unendlich klein. In ähnlicher Weise überzeugt man sich, daß auch der Ausdruck $|X_4|$ zugleich mit der Größe ϱ' verschwindet.

Man nehme den Radius $\varrho' < \bar{\varrho}'$ so klein an, daß für alle Werte der Größe $\delta' < \frac{1}{2}\varrho'$ der Differenzenquotient

$$\frac{1}{\delta'}\left|J_5(x',y) - J_5(x,y)\right| < \varepsilon \tag{38.}$$

wird. Nunmehr wird eine Größe $\delta'' < \frac{1}{2}\varrho'$ so klein gewählt, daß für alle Werte der Größe δ', die kleiner sind als δ'', die Ungleichheitsbedingung besteht

$$\left|\frac{\partial J_6(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} - \frac{J_6(x',y)-J_6(x,y)}{\delta'}\right| < \varepsilon\,. \tag{39.}$$

Aus den Ungleichheitsbedingungen (36.), (38.) und (39.) folgt, daß für alle Werte der Größe δ', die kleiner sind als δ''

$$\left|\frac{1}{\delta'}\left\{\frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x+\delta'\\y_1=y}} - \frac{\partial J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Big|_{\substack{x_1=x\\y_1=y}}\right\} - J^{(2)}\right| < 3\varepsilon, \tag{40.}$$

$$J^{(2)} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1}\cdot\frac{2(ab-a\beta)\,(\xi-x_1)\,(\eta-y_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2]}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

wird. Dies bedeutet aber nichts anderes, als daß die partielle Ableitung $\frac{\partial^2 J_2(x_1,y_1)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1=x\\y_1=y}}$ existiert und den Wert

$$\iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1}\cdot\frac{2(ab-a\beta)\,(\xi-x_1)\,(\eta-y_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2]\,[\beta(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2]}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta =$$

$$= \iint_T \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\log\frac{\beta(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \tag{41.}$$

hat. Hierbei ist zu bemerken: Durch die obigen Darlegungen ist nur bewiesen, daß die partielle Ableitung $\frac{\partial^2 J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}$ in dem Punkte $x_1 = x$, $y_1 = y$ existiert. Für den Ausdruck $\left.\frac{\partial^2 J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}\right|_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}}$ darf man nicht einfacher $\frac{\partial^2 J_2(x, y)}{\partial x^2}$ setzen, weil bei der Bildung des zuletzt genannten Differentialquotienten die Größen a und b ebenfalls würden verändert werden müssen, während sie tatsächlich in der ganzen bisherigen Untersuchung als Konstante anzusehen waren.

§ 4.

Das Integral

$$\iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log\left\{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2\right\}\right] V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = -\iint_T \frac{2\beta(\xi - x_1)}{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2} V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta$$

hat eine bestimmte Bedeutung. Man kann daher setzen

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1} = \iint_T \Bigg[&\frac{\partial}{\partial x_1} \log\left\{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2\right\} - \\ &- \frac{\partial}{\partial x_1} \log\left\{b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2\right\}\Bigg] V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = \\ = \iint_T &\left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log\left\{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2\right\}\right] V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta - \\ - \iint_T &\left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log\left\{b(\xi - x_1)^2 + a(\eta - y_1)^2\right\}\right] V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta .\end{aligned}$$

Hieraus und aus den Formeln (14.), (22.) und (32.) folgt

$$(42.) \quad \frac{\partial J(x_1, y_1)}{\partial x_1} = \frac{\partial J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial J_2(x_1, y_1)}{\partial x_1} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \log\left\{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2\right\}\right] V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta$$

und analog

$$(43.) \quad \frac{\partial J(x_1, y_1)}{\partial y_1} = \iint_T \left[\frac{\partial}{\partial y_1} \log\left\{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y_1)^2\right\}\right] V(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta .$$

Man bilde jetzt den Ausdruck

$$(44.) \quad P(x, y) = a\frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 J}{\partial y^2} = a\left[\frac{\partial^2 J_1}{\partial x_1^2}\right]_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} + b\left[\frac{\partial^2 J_1}{\partial y_1^2}\right]_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} + a\left[\frac{\partial^2 J_2}{\partial x_1^2}\right]_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} + b\left[\frac{\partial^2 J_2}{\partial y_1^2}\right]_{\substack{x_1 = x \\ y_1 = y}} .$$

Aus den Formeln (23.) und (41.) folgt die weitere Beziehung

$$(45.)\quad P(x,y) = 4\pi\sqrt{ab}\,V(x,y) + \iint_T \left\{ a\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\log\frac{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} + \right.$$

$$\left. + b\left[\frac{\partial^2}{\partial y_1^2}\log\frac{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}} \right\} V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta =$$

$$= 4\pi\sqrt{ab}\,V(x,y) + \iint_T (aA' + bB' - aA'' - bB'')\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

$$A' = \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\log\left\{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2\right\}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}},$$

$$B' = \left[\frac{\partial^2}{\partial y_1^2}\log\left\{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2\right\}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}},$$

$$A'' = \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\log\left\{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2\right\}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}},$$

$$B'' = \left[\frac{\partial^2}{\partial y_1^2}\log\left\{b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2\right\}\right]_{\substack{x_1=x\\y_1=y}}.$$

Diese Formel läßt sich wesentlich vereinfachen. Man bemerkt zunächst, daß das Integral

$$\iint_T (aA' + bB')\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

$$= \iint_T 2(a\beta - ab)\frac{\alpha(\eta-y_1)^2 - \beta(\xi-x_1)^2}{[\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y_1)^2]^2}\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

eine bestimmte Bedeutung hat. Man überzeugt sich ferner durch direkte Ausrechnung, daß

$$(46.)\qquad \iint_T (aA'' + bB'')\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta = 0.$$

Aus den Formeln (45.) und (46.) ergibt sich nunmehr die Beziehung

$$(47.)\quad P(x,y) = 4\pi\sqrt{ab}\,V(x,y) + \iint_T (aA' + bB')\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

oder, da eine Verwechslung nicht mehr zu befürchten ist,

$$(48.)\qquad P(x,y) = a\frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 J}{\partial y^2} =$$

$$= 4\pi\sqrt{ab}\,V(x,y) + \iint_T \left[\left(a\frac{\partial^2}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\log\left\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\right\}\right] V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta.$$

Die in der Formel (12.) auftretende Funktion $K(x, y; \xi, \eta)$ hat somit den Wert

$$2(a\beta - \alpha b)\,\frac{\alpha(\eta-y)^2 - \beta(\xi-x)^2}{[\beta(\xi-x)^2 + \alpha(\eta-y)^2]^2}.$$

Diese Funktion verhält sich stetig, außer wenn $x = \xi$, $y = \eta$ ist. Das Produkt

$$[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}} K(x, y; \xi, \eta)$$

ist der Ungleichheitsbedingung (35.) zufolge dem absoluten Betrage nach kleiner als

$$4AM[|\xi-x| + |\eta-y|]\,\frac{M}{m^2[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}} < \frac{4AM^2\sqrt{2}}{m^2}$$

und hat, als Funktion von ξ, η betrachtet, in dem Punkte (x, y) eine Unbestimmtheitsstelle.

Es bleibt nun noch nachzuweisen, daß die partiellen Ableitungen $\frac{\partial J(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial J(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 J(x,y)}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 J(x,y)}{\partial y^2}$, deren Existenz jetzt feststeht, stetige Funktionen ihrer beiden Argumente sind. Dies soll der Gegenstand des folgenden Paragraphen sein.

§ 5.

Was zunächst die partiellen Ableitungen $\frac{\partial J}{\partial x}$ und $\frac{\partial J}{\partial y}$ anbetrifft, so wird in dem sechsten Paragraphen dieses Kapitels bewiesen werden, daß diese Funktionen für alle Werte der Variablen x und y im Innern und auf dem Rande des Gebietes T der Hölderschen Bedingung genügen, d. h. daß die Ungleichheitsbedingungen bestehen

$$(49.)\quad \left.\begin{array}{l} \left|\dfrac{\partial J(x+\Delta x, y+\Delta y)}{\partial x} - \dfrac{\partial J(x,y)}{\partial x}\right| \\ \left|\dfrac{\partial J(x+\Delta x, y+\Delta y)}{\partial y} - \dfrac{\partial J(x,y)}{\partial y}\right| \end{array}\right\} < A_2[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{\frac{\lambda}{2}},\ 0 < \lambda < 1.$$

Hierin bezeichnet A_2 eine gewisse positive Größe. Aus den Ungleichheitsbedingungen (49.) ergibt sich sofort, daß die partiellen Ableitungen $\frac{\partial J}{\partial x}$ und $\frac{\partial J}{\partial y}$ sich stetig verhalten.

Es sei (x, y) ein Punkt im Innern des Gebietes T und $V(\xi, \eta)$ eine der Hölderschen Bedingung genügende Funktion.

Es sei jetzt das logarithmische Potential

$$(50.) \qquad J^{(3)}(x,y) = \iint_T \log\left\{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\right\}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

vorgelegt. Nach einer bekannten Formel[1] ist

$$\frac{\partial^2 J^{(3)}(x,y)}{\partial x^2} = \iint_T [V(\xi,\eta)-V(x,y)]\,\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\log\left\{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\right\}d\xi\,d\eta + \\ + V(x,y)\int_S \frac{\partial}{\partial\sigma}\log\left\{(\sigma-x)^2+(\tau-y)^2\right\}d\tau\,.$$

Hierin bezeichnet (σ,τ) einen Punkt auf dem Rande des Gebietes T. Das einfache Integral ist über die Gesamtbegrenzung S des Gebietes T zu erstrecken.

Es möge jetzt diese Formel auf das Integral

$$J_1(x_1,y_1) = \frac{1}{\sqrt{ab}}\iint_{\bar T}\log\left\{(\xi-\bar x_1)^2+(\bar\eta-\bar y_1)^2\right\}\cdot\bar V(\bar\xi,\bar\eta)\,d\xi\,d\bar\eta$$

angewandt werden. Für S, T, x, y, ξ, η, σ, τ, $V(\xi,\eta)$ treten im vorliegenden Falle $\bar S$, $\bar T$, $\bar x_1$, $\bar y_1$, $\bar\xi$, $\bar\eta$, $\bar\sigma$, $\bar\tau$, $\bar V(\bar\xi,\bar\eta)$ ein. $\bar S$ bezeichnet die Gesamtbegrenzung des Gebietes $\bar T$. Man erhält

$$(51.) \quad \frac{\partial^2 J_1(x_1,y_1)}{\partial\bar x_1^2} = \frac{2}{\sqrt{ab}}\iint_{\bar T}[\bar V(\bar\xi,\bar\eta)-\bar V(\bar x_1,\bar y_1)]\,\frac{(\bar\eta-\bar y_1)^2-(\bar\xi-\bar x_1)^2}{[(\bar\xi-\bar x_1)^2+(\bar\eta-\bar y_1)^2]^2}\,d\bar\xi\,d\bar\eta + \\ + \frac{2\,\bar V(\bar x_1,\bar y_1)}{\sqrt{ab}}\int_{\bar S}\frac{\bar\sigma-\bar x_1}{(\bar\sigma-\bar x_1)^2+(\bar\tau-\bar y_1)^2}\,d\bar\tau\,.$$

Beachtet man die Beziehungen (21.), so findet man die Formel

$$\frac{\partial^2 J_1(x_1,y_1)}{\partial x_1^2} = 2b\iint_T[V(\xi,\eta)-V(x_1,y_1)]\,\frac{a(\eta-y_1)^2-b(\xi-x_1)^2}{[b(\xi-x_1)^2+a(\eta-y_1)^2]^2}\,d\xi\,d\eta + \\ + 2bV(x_1,y_1)\int_S\frac{\sigma-x_1}{b(\sigma-x_1)^2+a(\tau-y_1)^2}\,d\tau\,.$$

[1] Vgl. U. Dini, Sur la méthode des approximations successives pour les équations aux dérivées partielles du deuxième ordre (Acta Mathematica, Bd. XXV [1902], S. 185—230, insbesondere S. 209).

Für die besonderen Werte $x_1 = x$, $y_1 = y$ erhält man

$$(52.)\quad \frac{\partial^2 J_1(x_1, y_1)}{\partial x_1^2}\Big|_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}} = 2b \iint_T [V(\xi,\eta) - V(x,y)] \frac{a(\eta-y)^2 - b(\xi-x)^2}{[b(\xi-x)^2 + a(\eta-y)^2]^2}\, d\xi\, d\eta$$
$$+ 2bV(x,y) \int_S \frac{\sigma - x}{b(\sigma-x)^2 + a(\tau-y)^2}\, d\tau .$$

Aus den Gleichungen (20.), (41.) und (52.) folgt die endgültige Formel

$$(53.)\quad \frac{\partial^2 J(x,y)}{\partial x^2} = 2b \iint_T [V(\xi,\eta) - V(x,y)] \frac{a(\eta-y)^2 - b(\xi-x)^2}{[b(\xi-x)^2 + a(\eta-y)^2]^2}\, d\xi\, d\eta +$$
$$+ \iint_T \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \log \frac{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2}\right]_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}} V(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta$$
$$+ 2bV(x,y) \int_S \frac{\sigma - x}{b(\sigma-x)^2 + a(\tau-y)^2}\, d\tau .$$

Das einfache Integral auf der rechten Seite dieser Formel ist im Innern des Gebietes T augenscheinlich eine stetige Funktion der beiden Veränderlichen x und y. In dem zweiten Doppelintegral ist die zu integrierende Funktion, als Funktion der Veränderlichen $x, y; \xi, \eta$ betrachtet, überall, außer wenn $x = \xi$, $y = \eta$, stetig. Das Produkt

$$(54.)\quad [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \log \frac{\beta(\xi-x_1)^2 + \alpha(\eta-y_1)^2}{b(\xi-x_1)^2 + a(\eta-y_1)^2}\right]_{\substack{x_1=x\\ y_1=y}}$$

übersteigt dem absoluten Betrage nach eine angebbare Größe nicht und hat, als Funktion von ξ, η betrachtet, im Punkte (x, y) eine Unbestimmtheitsstelle. Nach der Voraussetzung ist

$$|V(\xi,\eta) - V(x,y)| < A_3 [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{\frac{\lambda}{2}}, \quad 0 < \lambda < 1 ,$$

worin A_3 eine gewisse positive Zahlgröße bezeichnet. Daher ist auch das Produkt

$$(55.)\quad [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{1-\frac{\lambda}{2}} [V(\xi,\eta) - V(x,y)] \frac{a(\eta-y)^2 - b(\xi-x)^2}{[b(\xi-x)^2 + a(\eta-y)^2]^2}$$

dem absoluten Betrage nach kleiner als eine gewisse positive Zahl und ist, als Funktion von ξ, η betrachtet, höchstens im Punkte (x, y) unstetig. Nunmehr läßt sich nach der in der Theorie der uneigentlichen Integrale üblichen Schlußweise zeigen, daß die beiden in der Formel (53.) auftretenden Doppelintegrale stetige Funktionen von x und y darstellen.

Hiermit ist nunmehr bewiesen, daß die partielle Ableitung $\frac{\partial^2 J}{\partial x^2}$ sich im Innern des Gebietes T stetig verhält. In ähnlicher Weise kann gezeigt werden, daß auch die partielle Ableitung $\frac{\partial^2 J}{\partial y^2}$ eine stetige Funktion ist.

§ 6.

Für die weiteren Betrachtungen dieser Abhandlung erweist sich der folgende Hilfssatz als nützlich:

Es mögen (x, y) und (x_1, y_1) zwei verschiedene Punkte des Gebietes T bezeichnen. Die Integrale

$$(56.)\qquad \begin{aligned} J_1(x, y; x_1, y_1) &= \iint_T \frac{\log\{(\xi-x_1)^2+(\eta-y_1)^2\}}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}\, d\xi\, d\eta, \\ J_2(x, y; x_1, y_1) &= \iint_T [(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{-\frac{1}{2}}\, [(\xi-x_1)^2+(\eta-y_1)^2]^{-\frac{1}{2}}\, d\xi\, d\eta \end{aligned}$$

genügen den Ungleichheitsbedingungen

$$(57.)\qquad |J_1(x, y; x_1, y_1)| < M_0,$$

$$(58.)\qquad |J_2(x, y; x_1, y_1)| < M' \,|\log\{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2\}| + N'.$$

M_0, M' und N' bezeichnen gewisse positive Größen.

Dieser Hilfssatz wird als bekannt vorausgesetzt[1].

Es wird nunmehr der folgende Satz bewiesen:

Es sei $W(\xi, \eta)$ eine beliebige reelle, eindeutige und stetige Funktion ihrer beiden Argumente. Die Integrale

$$(59.)\qquad K(x, y) = \iint_T \frac{\partial}{\partial x} \log\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\} \cdot W(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta$$

und

$$(60.)\qquad \begin{aligned} L(x, y) &= \iint_T \left(a\frac{\partial^2}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\log\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\}\right) W(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = \\ &= 2\iint_T (a\beta-\alpha b)\frac{\alpha(\eta-y)^2-\beta(\xi-x)^2}{[\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2]^2}\, W(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \end{aligned}$$

genügen der Hölderschen Bedingung.

---

[1] Vgl. J. Plemelj, Über lineare Randwertaufgaben der Potentialtheorie, Monatshefte für Mathematik und Physik, 1904, S. 337—411, insbesondere S. 364—365.

Beweis.

Es ist

$$\frac{K(x_1,y)-K(x,y)}{x_1-x} = \iint_T \frac{2\beta\left[\alpha(\eta-y)^2-\beta(\xi-x)(\xi-x_1)\right]W(\xi,\eta)}{W(\alpha,\beta;x_1,y)\,W(\alpha,\beta;x,y)}\,d\xi\,d\eta =$$

$$= \iint_T \frac{W(x,y;x_1,y;\xi,\eta)}{[(\xi-x_1)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}\,[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}\,d\xi\,d\eta .$$

Der Ausdruck $W(x,y;x_1,y;\xi,\eta)$ ist, als Funktion der Variablen ξ,η betrachtet, für alle Werte der Variablenpaare (x,y) und (x_1,y) im Gebiete T beschränkt. Die Funktion $W(x,y;x_1,y;\xi,\eta)$ ist überall, mit Ausnahme der Punkte (x,y) und (x_1,y), stetig. In den ausgeschlossenen Punkten hat sie Unbestimmtheitsstellen. Dem soeben betrachteten Hilfssatze zufolge ist

$$\left|\frac{K(x_1,y)-K(x,y)}{x_1-x}\right| < M_1\left|\log|x_1-x|\right| + N_1 ,$$

worin M_1 und N_1 gewisse positive Größen bezeichnen. Hieraus folgt weiter

$$|K(x_1,y)-K(x,y)| < M_1|x_1-x|\left|\log|x_1-x|\right| + N_1|x_1-x| .$$

Aus der bekannten Ungleichheitsbedingung

$$|\ln z| < \frac{1}{\mu}z^{-\mu}, \quad \mu>0 \text{ für } 0<z\leqq 1$$

folgt, wenn man der Einfachheit halber $\mu=\frac{1}{2}$ setzt,

$$\left|\log|x_1-x|\right| < 2|x_1-x|^{-\frac{1}{2}} \text{ für } |x_1-x|\leqq 1 ,$$

somit

$$(61.)\qquad |K(x_1,y)-K(x,y)| < 2M_1|x_1-x|^{\frac{1}{2}} + N_1|x_1-x| \leqq (2M_1+N_1)|x_1-x|^{\frac{1}{2}} .$$

In ähnlicher Weise kann man zeigen, daß für alle Werte der Variablenpaare (x,y_1) und (x,y) im Innern und auf dem Rande des Gebietes T, sofern $|y_1-y|\leqq 1$ ist, die Ungleichheitsbedingung

$$(62.)\qquad |K(x,y_1)-K(x,y)| < M_2|y_1-y|^{\frac{1}{2}}$$

besteht. Hierin bezeichnet M_2 eine gewisse positive Größe.

Es sei M_3 die größere der beiden Zahlen $2M_1+N_1$ und M_2. Aus den Ungleichheitsbedingungen (61.) und (62.) folgt für alle dem absoluten Be-

trage nach hinreichend kleinen Werte der Differenzen (x_1-x) und (y_1-y) die Ungleichheitsbedingung

$$(63.)\quad |K(x_1,y_1)-K(x,y)| \leqq |K(x_1,y_1)-K(x_1,y)| + |K(x_1,y)-K(x,y)| < \\ < M_3\left[|x_1-x|^{\frac{1}{2}}+|y_1-y|^{\frac{1}{2}}\right] < M_3\sqrt[4]{8}\left\{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2\right\}^{\frac{1}{4}}.$$

Es sei jetzt der Ausdruck

$$L(x,y) = L_1(x,y)-L_2(x,y),$$

$$L_1(x,y) = 2\iint_T (a\beta-\alpha b)\frac{\alpha(\eta-y)^2 W(\xi,\eta)}{[\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2]^2}\,d\xi\,d\eta,$$

$$L_2(x,y) = 2\iint_T (a\beta-\alpha b)\frac{\beta(\xi-x)^2 W(\xi,\eta)}{[\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2]^2}\,d\xi\,d\eta$$

vorgelegt.

Man setze zur Abkürzung

$$\begin{cases} u = u(x,y;\xi,\eta) = v = v(x,y;\xi,\eta) = \dfrac{\eta-y}{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2}, \\ w = w(x,y;\xi,\eta) = 2\alpha(a\beta-\alpha b)W(\xi,\eta), \\ a' = a(x_1,y), \quad b' = b(x_1,y), \quad u' = u(x_1,y;\xi,\eta), \quad v' = v(x_1,y;\xi,\eta), \\ w' = w(x_1,y;\xi,\eta), \quad \Delta u = u'-u, \quad \Delta v = v'-v, \qquad \Delta w = w'-w. \end{cases}$$

Alsdann ist

$$(64.)\quad L_1(x_1,y)-L_1(x,y) = \iint_T (u'v'w'-uvw)\,d\xi\,d\eta = \\ = \iint_T vw\,\Delta u\,d\xi\,d\eta + \iint_T u'v\,\Delta w\,d\xi\,d\eta + \iint_T u'w'\Delta v\,d\xi\,d\eta = \\ = L_3+L_4+L_5.$$

Man findet nach einer einfachen Umrechnung die Formel

$$L_3 = (x_1-x)\iint_T \frac{W_1(x,y;x_1,y;\xi,\eta)}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}[(\xi-x_1)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}\,d\xi\,d\eta,$$

$$W_1(x,y;x_1,y;\xi,\eta) = \frac{2\alpha\beta(\eta-y)(a\beta-\alpha b)W(\xi,\eta)}{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2}(W_1'+W_1''),$$

$$W_1' = \frac{(\xi-x)[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2}\;\frac{(\eta-y)[(\xi-x_1)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y)^2},$$

$$W_1'' = \frac{(\eta-y)[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2}\;\frac{(\xi-x_1)[(\xi-x_1)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}{\beta(\xi-x_1)^2+\alpha(\eta-y)^2}.$$

Beachtet man die Beziehung (35.), so überzeugt man sich ohne Mühe, daß der Ausdruck $W_1(x, y; x_1, y; \xi, \eta)$ dem absoluten Betrage nach einen festen Wert nicht übersteigt und, als Funktion von ξ und η betrachtet, sich überall im Gebiete T, die Punkte (x, y) und (x_1, y) ausgenommen, stetig verhält. In den ausgeschlossenen Punkten hat die Funktion $W_1(x, y; x_1, y; \xi, \eta)$ Unbestimmtheitsstellen.

Nunmehr ergibt sich, wie vorhin, für alle Werte der Variablenpaare (x, y) und (x_1, y) im Innern und auf dem Rande des Gebietes T, die der Ungleichheitsbedingung $|x_1 - x| \leqq 1$ genügen, die Beziehung

$$|L_3| < M_4 |x_1 - x|^{\frac{1}{2}}. \tag{65.}$$

M_4 bezeichnet ebenso, wie die später auftretenden Größen $M_5, M_6, \cdots$, eine gewisse positive Zahl.

Es ist nun weiter

$$L_4 = (x_1 - x) \iint_T \frac{W_2(x, y; x_1, y; \xi, \eta)}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}} [(\xi - x_1)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}}} d\xi\, d\eta,$$

$$W_2(x, y; x_1, y; \xi, \eta) = 2\alpha W(\xi, \eta) \left(\beta \frac{a' - a}{x_1 - x} - \alpha \frac{b' - b}{x_1 - x}\right) W_2',$$

$$W_2' = \frac{(\eta - y)[(\xi - x_1)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}}}{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y)^2} \cdot \frac{(\eta - y)[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}}}{\beta(\xi - x)^2 + \alpha(\eta - y)^2}.$$

Beachtet man, daß die partiellen Ableitungen $\frac{\partial a}{\partial x}$ und $\frac{\partial b}{\partial x}$ stetige Funktionen ihrer beiden Argumente sind, so überzeugt man sich ohne Mühe, daß die Funktion $W_2(x, y; x_1, y; \xi, \eta)$ sich ganz wie die Funktion $W_1(x, y; x_1, y; \xi, \eta)$ verhält.

Man findet daher, wie oben, eine Ungleichheitsbedingung

$$|L_4| < M_5 |x_1 - x|^{\frac{1}{2}}, \quad |x_1 - x| \leqq 1. \tag{66.}$$

Endlich ist

$$L_5 = (x_1 - x) \iint_T \frac{W_3(x, y; x_1, y; \xi, \eta)}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}} [(\xi - x_1)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}}} d\xi\, d\eta,$$

$$W_3(x, y; x_1, y; \xi, \eta) = \frac{2\alpha\beta(\eta - y)(a'\beta - \alpha b') W(\xi, \eta)}{\beta(\xi - x_1)^2 + \alpha(\eta - y)^2} (W_1' + W_1'').$$

Die Funktion $W_3(x, y; x_1, y; \xi, \eta)$ verhält sich ganz wie die Funktion $W_1(x, y; x_1, y; \xi, \eta)$. Man findet daher wieder eine Ungleichheitsbedingung

$$|L_5| < M_6 |x_1 - x|^{\frac{1}{2}}, \qquad |x_1 - x| \leqq 1. \tag{67.}$$

Aus den Relationen (64.) bis (67.) folgt eine Ungleichheitsbedingung

$$(68.) \qquad |L_1(x_1, y) - L_1(x, y)| < M_7 |x_1 - x|^{\frac{1}{2}}, \qquad |x_1 - x| \leqq 1.$$

In analoger Weise überzeugt man sich von dem Erfülltsein einer Ungleichheitsbedingung

$$(69.) \qquad |L_2(x_1, y) - L_2(x, y)| < M_8 |x_1 - x|^{\frac{1}{2}}, \qquad |x_1 - x| \leqq 1.$$

Aus den Beziehungen (68.) und (69.) ergibt sich eine weitere Ungleichheitsbedingung

$$(70.) \qquad |L(x_1, y) - L(x, y)| < M_9 |x_1 - x|^{\frac{1}{2}}, \qquad |x_1 - x| \leqq 1.$$

In analoger Weise läßt sich zeigen, daß für alle Werte $|y_1 - y| \leqq 1$

$$(71.) \qquad |L(x, y_1) - L(x, y)| < M_{10} |y_1 - y|^{\frac{1}{2}}.$$

Aus den Formeln (70.) und (71.) ergibt sich für alle dem absoluten Betrage nach hinreichend kleinen Werte der Differenzen $(x_1 - x)$ und $(y_1 - y)$ eine Ungleichheitsbedingung

$$(72.) \qquad |L(x_1, y_1) - L(x, y)| < M_{11} [|x_1 - x|^{\frac{1}{2}} + |y_1 - y|^{\frac{1}{2}}] < M_{11} \sqrt[4]{8} \{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2\}^{\frac{1}{4}}.$$

Das Integral $L(x, y)$ erfüllt, wie behauptet, die Höldersche Bedingung.

Dieselbe Eigenschaft hat das Integral

$$M(x, y) = \iint_T \frac{\partial}{\partial y} \{\beta(\xi - x)^2 + \alpha(\eta - y)^2\} \cdot W(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta.$$

Der Beweis ist wie vorher zu führen.

Es mag zum Schluß noch der folgende Hilfssatz erwähnt werden:

Es sei $(\bar{x}, \bar{y})$ ein fester Punkt im Innern des Gebietes T; es sei ferner $K_2(x, y; \xi, \eta)$ eine beschränkte Funktion ihrer vier Argumente, welche überall, außer wenn $x = \xi$, $y = \eta$, sich stetig verhält. Als Funktion der Variablen (ξ, η) betrachtet, hat die Funktion $K_2(x, y; \xi, \eta)$ im Punkte (x, y) eine Unbestimmtheitsstelle. Es sei schließlich $K_3(\xi, \eta)$ eine beschränkte Funktion ihrer beiden Argumente, welche überall, außer vielleicht im Punkte $(x, \bar{y})$, sich stetig verhält.

Das Integral

$$H(x, y) = \iint_T \frac{K_2(x, y; \xi, \eta)\, K_3(\xi, \eta)}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]^{\frac{1}{2}}} \log \{(\xi - \bar{x})^2 + (\eta - \bar{y})^2\}\, d\xi\, d\eta$$

ist eine in allen Punkten im Innern und auf dem Rande des Gebietes T stetige Funktion der beiden Variablen x und y.

Dieser Hilfssatz wird als bekannt vorausgesetzt.

Die Funktionen $V(x,y)$ und $W(x,y)$ sind bis jetzt als durchaus stetig vorausgesetzt worden. Sie mögen nunmehr in einem Punkte (x_0,y_0) im Innern des Gebietes T wie $[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]^{-\frac{1}{2}}$ unendlich werden. Man überzeugt sich ohne Mühe, daß das Integral $J(x,y)$ in allen Punkten im Innern des Gebietes T, außer wenn $x=x_0$, $y=y_0$, stetige partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung hat und die Relation (48.) erfüllt. Die Integrale $K(x,y)$, $L(x,y)$, $M(x,y)$ genügen in allen von dem Punkte (x_0,y_0) verschiedenen Punkten des Gebietes T der Hölderschen Bedingung.

Es sei $\overline{K}$ irgendein den Punkt (x_0,y_0) nicht enthaltender Teil des Gebietes T. Es ist z. B.

$$L(x,y)=\iint_T\left(a\frac{\partial^2}{\partial x^2}+b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\log\left\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\right\}\right)V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta=$$

$$=\iint_{\overline{K}}+\iint_{T-\overline{K}}.$$

Da die Funktion $V(\xi,\eta)$ in dem Gebiete $\overline{K}$ stetig ist, so erfüllt das erste der beiden Integrale auf der rechten Seite dieser Gleichung dem soeben bewiesenen Hülfssatze zufolge in dem Gebiete $\overline{K}$ die Höldersche Bedingung. Das über das Gebiet $T-\overline{K}$ erstreckte Integral hat offenbar in dem Gebiete $\overline{K}$ sogar stetige partielle Ableitungen erster Ordnung. Das Integral $L(x,y)$ erfüllt daher, wie behauptet, in jedem den Punkt (x_0,y_0) nicht enthaltenden Teile des Gebietes T die Höldersche Bedingung.

Kapitel II.

§ 1.

Wie in der Einleitung gezeigt worden ist, wird die Möglichkeit der konformen Abbildung eines gegebenen Flächenstückes auf einen Teil einer Ebene dargetan sein, sobald es gelingt, irgendeine von Null verschiedene mit ihren partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung stetige Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\sqrt{\frac{G}{E}}\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\sqrt{\frac{E}{G}}\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0 \tag{73.}$$

aufzufinden. Die linke Seite der Gleichung (73.) ist nichts anderes als der zweite Beltramische Differentialparameter der Differentialform $Edx^2 + Gdy^2$.

Es wird nun zur Vereinfachung

$$\sqrt{\frac{G}{E}} = a, \quad \sqrt{\frac{E}{G}} = b = \frac{1}{a}$$

und demgemäß

$$(74.) \qquad L(u) \equiv a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial a}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

gesetzt. Die Größen a und b sind in dem Gebiete c wesentlich positiv. In diesem Kapitel wird ferner angenommen, daß die partiellen Ableitungen $\frac{\partial a}{\partial x}, \frac{\partial a}{\partial y}, \frac{\partial b}{\partial x}, \frac{\partial b}{\partial y}$ der Hölderschen Bedingung genügen.

Es sei $(\bar{x}, \bar{y})$ irgendein Punkt im Innern des Gebietes c. Es sei ferner ϱ eine positive Zahl, die so klein gewählt ist, daß der Kreis um den Punkt $(\bar{x}, \bar{y})$ als Mittelpunkt vom Halbmesser ϱ ganz im Innern des Gebietes c enthalten bleibt. Das von diesem Kreise begrenzte endliche Gebiet sei mit T bezeichnet.

Es soll jetzt eine Lösung $\mathfrak{G}(\bar{x}, \bar{y}; x, y)$ der Differentialgleichung (74.) angegeben werden, welche sich im Innern des Gebietes T mit ihren partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung, mit Ausnahme des Punktes $(\bar{x}, \bar{y})$, stetig verhält, in jenem Punkte aber logarithmisch unendlich wird.

Es möge zur Abkürzung

$$\bar{a} = a(\bar{x}, \bar{y}), \quad \bar{b} = b(\bar{x}, \bar{y})$$

gesetzt werden. Der Ausdruck

$$(75.) \qquad \frac{\mathfrak{G}(\bar{x}, \bar{y}; x, y)}{\log\{\bar{b}(x-\bar{x})^2 + \bar{a}(y-\bar{y})^2\}} - 1$$

soll für $x = \bar{x}$, $y = \bar{y}$ verschwinden.

Es wird nun

$$(76.) \qquad \mathfrak{G}(\bar{x}, \bar{y}; x, y) = \log\{\bar{b}(x-\bar{x})^2 + \bar{a}(y-\bar{y})^2\} + U(x, y)$$

gesetzt. Die Funktion $U(x, y)$ soll eine im Innern des Gebietes T, möglicherweise mit Ausnahme des Punktes $(\bar{x}, \bar{y})$, mit ihren partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung stetige Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$L(u) \equiv a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial a}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y} = -L\left(\log\left\{\bar{b}(x-\bar{x})^2 + \bar{a}(y-\bar{y})^2\right\}\right) =$$

(77.)

$$= 2(\bar{a}b - a\bar{b})\frac{\bar{a}(y-\bar{y})^2 - \bar{b}(x-\bar{x})^2}{[\bar{b}(x-\bar{x})^2 + \bar{a}(y-\bar{y})^2]^2} - 2\frac{\frac{\partial a}{\partial x}\bar{b}(x-\bar{x}) + \frac{\partial b}{\partial y}\bar{a}(y-\bar{y})}{\bar{b}(x-\bar{x})^2 + \bar{a}(y-\bar{y})^2} = 4\pi f(x,y)$$

sein. Die Funktion $f(x,y)$ ist in allen Punkten des Gebietes c, den Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ ausgenommen, stetig. Das Produkt

$$f(x,y)\,[(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2]^{\frac{1}{2}}$$

ist für alle Werte der Variablen $x, y; \bar{x}, \bar{y}$ im Gebiete c dem absoluten Betrage nach kleiner als eine gewisse positive Größe N und hat, als Funktion der Größen x und y betrachtet, im Punkte $(\bar{x},\bar{y})$ eine Unbestimmtheitsstelle.

Es wird nun

$$U(x,y) = \iint_T \log\left\{\beta(\xi-x)^2 + \alpha(\eta-y)^2\right\} \cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \tag{78.}$$

gesetzt. Die Funktion $V(\xi,\eta)$ ist so zu bestimmen, daß das Doppelintegral (78.) der Differentialgleichung (77.) genüge. Nimmt man an, daß die Funktion $V(\xi,\eta)$ sich im Gebiete T, außer etwa im Punkte $(\bar{x},\bar{y})$, stetig verhält und der Hölderschen Bedingung genügt, im Punkte $(\bar{x},\bar{y})$ aber höchstens wie $[(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2]^{-\frac{1}{2}}$ unendlich wird, so erhält man nach den Hilfssätzen des Kapitels I (vgl. besonders die Schlußbemerkung) zur Bestimmung der Funktion $V(\xi,\eta)$ die Beziehung

$$V(x,y) - \iint_T L(x,y;\xi,\eta)\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta = f(x,y), \tag{79.}$$

$$L(x,y;\xi,\eta) = -\frac{1}{4\pi}L\left(\log\left\{\beta(\xi-x)^2 + \alpha(\eta-y)^2\right\}\right) = \tag{80.}$$

$$= \frac{1}{2\pi}(\alpha b - a\beta)\frac{\alpha(y-\eta)^2 - \beta(x-\xi)^2}{[\beta(x-\xi)^2 + \alpha(y-\eta)^2]^2} - \frac{1}{2\pi}\frac{\frac{\partial a}{\partial x}\beta(x-\xi) + \frac{\partial b}{\partial y}\alpha(y-\eta)}{\beta(x-\xi)^2 + \alpha(y-\eta)^2}.$$

Die Funktion $L(x,y;\xi,\eta)$ ist der Funktion $f(x,y)$ ganz analog. Sie verhält sich stetig, außer wenn $x=\xi$, $y=\eta$ ist. Das Produkt

$$[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}\,L(x,y;\xi,\eta)$$

hat, als Funktion der Veränderlichen ξ und η betrachtet, im Punkte (x,y) eine Unbestimmtheitsstelle. Wie man sich leicht überzeugt, ist für alle Werte der Variablen $x, y; \xi, \eta$ im Gebiete c

$$|L(x,y;\xi,\eta)|\,[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^{\frac{1}{2}} < N. \tag{81.}$$

Die Beziehung (79.) stellt nach der Bezeichnungsweise des Hrn. Hilbert eine lineare nicht homogene Integralgleichung zweiter Art dar.

Um die Integralgleichung (79.) aufzulösen, kann man sich des Verfahrens der sukzessiven Approximationen bedienen. Hierzu sind die unendlich vielen Funktionen: $V^{(0)}(x,y)$, $V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y)$, $V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y),\cdots$ den Formeln

$$(82.)\quad \begin{cases} V^{(0)}(x,y) = f(x,y), \\ V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y) = \iint\limits_T L(x,y;\xi,\eta)\,V^{(0)}(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta, \\ V^{(2)}(x,y)\quad V^{(1)}(x,y) = \iint\limits_T L(x,y;\xi,\eta)\,[V^{(1)}(\xi,\eta)-V^{(0)}(\xi,\eta)]\,d\xi\,d\eta, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

gemäß zu berechnen. Die Differenz $V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y)$ ist, als Funktion der Variablen (x,y) betrachtet, überall, den Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ ausgenommen, stetig. Ferner gilt die Ungleichheitsbedingung

$$|V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y)| < N^2 \iint\limits_T [(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{-\frac{1}{2}}\,[(\xi-\bar{x})^2+(\eta-\bar{y})^2]^{-\frac{1}{2}}\,d\xi\,d\eta,$$

wofür man nach der Formel (58.) auch setzen kann

$$(83.)\quad |V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y)| < N^2\,[M'|\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}|+N'].$$

Der Einfachheit halber möge im folgenden der Halbmesser ϱ den Ungleichheitsbedingungen

$$\varrho < \frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{1}{\sqrt{2,718..}}, \quad \varrho < \frac{1}{8\pi N}$$

gemäß angenommen werden. Es ist dann sicher

$$(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2 < \frac{1}{e}, \quad |\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}| > 1,$$

daher

$$(84.)\quad |V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y)| < N^2(M'+N')\,|\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}|.$$

Die nächstfolgende Differenz $V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y)$ ist dem Hilfssatze am Schluß des I. Kapitels zufolge bereits in allen Punkten des Gebietes T stetig. In der Tat ist

$$V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y) = \iint_T K_2(x,y;\xi,\eta)\,K_3(\xi,\eta)\,\frac{\log\{(\xi-\bar{x})^2+(\eta-\bar{y})^2\}}{[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}}\,d\xi\,d\eta\,,$$

$$K_2(x,y;\xi,\eta) = L(x,y;\xi,\eta)\,[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]^{\frac{1}{2}}\,,$$

$$K_3(\xi,\eta) = \frac{V^{(1)}(\xi,\eta)-V^{(0)}(\xi,\eta)}{\log\{(\xi-\bar{x})^2+(\eta-\bar{y})^2\}}\,.$$

Wendet man die Beziehungen (57.) und (84.) an, so erhält man

$$|V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y)| < N^3(M'+N')\,M_0\,. \tag{85.}$$

Es ist ferner

$$|V^{(k+1)}(x,y)-V^{(k)}(x,y)| \leqq \iint_T |L(x,y;\xi,\eta)|\,[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]^{\frac{1}{2}}\,\frac{|V^{(k)}(\xi,\eta)-V^{(k-1)}(\xi,\eta)|}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]^{\frac{1}{2}}}\,d\xi\,d\eta\,.$$

$$\begin{aligned}(86.)\qquad &< \int_0^{2\varrho}\int_0^{2\pi} N\,|V^{(k)}(\xi,\eta)-V^{(k-1)}(\xi,\eta)|\,dr\,d\theta < 4\pi\varrho\,N\,\mathrm{Max}\,|V^{(k)}(x,y)-V^{(k-1)}(x,y)| < \\ &< (4\pi\varrho\,N)^{k-1}\,\mathrm{Max}\,|V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y)| < (4\pi\varrho\,N)^{k-1}\,N^3(M'+N')\,M_0\,.\end{aligned}$$

Da nun

$$4\pi\varrho\,N < \tfrac{1}{2}$$

ist, so konvergiert die unendliche Reihe

$$[V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y)]+[V^{(3)}(x,y)-V^{(2)}(x,y)]+\cdots \tag{86.}^{\text{bis}}$$

für alle dem Gebiete T angehörenden Wertepaare (x,y) in gleichem Grade und stellt somit eine stetige Funktion dieser beiden Veränderlichen dar. Addiert man entsprechend die rechten und die linken Seiten der Gleichungen (82.) zusammen, so findet man, daß die Funktion

$$V(x,y) = V^{(0)}(x,y)+[V^{(1)}(x,y)-V^{(0)}(x,y)]+[V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y)]+\cdots \tag{87.}$$

eine Lösung der Integralgleichung (79.) ist.

§ 2.

Es sei (x,y) irgendein von dem Punkte $(\bar{x},\bar{y})$ verschiedener Punkt im Innern des Gebietes T. Die Funktion $f(x,y)$ erfüllt im Punkte (x,y) die Höldersche Bedingung. Die Integrale

$$\iint_T \left(a\frac{\partial^2}{\partial x^2}+b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\log\left\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\right\}\right)V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

$$\iint_T \frac{\partial}{\partial x}\log\left\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\right\}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

$$\iint_T \frac{\partial}{\partial y}\log\left\{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2\right\}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

haben dieselbe Eigenschaft.

Aus der Gleichung (79.) folgt nunmehr, daß die Funktion $V(x,y)$ in allen Punkten des Gebietes T, den Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ ausgenommen, der Hölderschen Bedingung genügt. Aus den Hilfssätzen des I. Kapitels (vgl. namentlich die Schlußbemerkung) folgt, daß das Integral (78.) eine Lösung der Differentialgleichung (77.), somit die Funktion

$$(88.)\qquad \mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)=\log\left\{\bar{b}(x-\bar{x})^2+\bar{a}(y-\bar{y})^2\right\}+U(x,y)$$

eine Lösung der Differentialgleichung (74.) ist.

Den Hilfssätzen des § 6 des I. Kapitels zufolge ist die Funktion $U(x,y)$ in dem Gebiete T beschränkt. Aus den Ungleichheitsbedingungen (84.), (85.) und (86.) ergibt sich die weitere Ungleichheitsbedingung

$$\begin{aligned}(89.)\qquad |V(x,y)| &< N\left[(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right]^{-\frac{1}{2}}+N^2(M'+N')\left|\log\left\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right\}\right|+\\ &+N^3(M'+N')M_0\left(1+(4\pi N\varrho)+(4\pi N\varrho)^2+\cdots\right)<\\ &<N\left[(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right]^{-\frac{1}{2}}+N^2(M'+N')\left|\log\left\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right\}\right|+2N^3(M'+N')M_0.\end{aligned}$$

Zur Vereinfachung wird jetzt

$$N^2(M'+N')=P,\qquad 2N^3(M'+N')M_0=Q$$

gesetzt. Die Ungleichheitsbedingung (89.) geht über in

$$(90.)\qquad |V(x,y)|<N\left[(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right]^{-\frac{1}{2}}+P\left|\log\left\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\right\}\right|+Q.$$

Ferner ist

$$\left|\frac{\partial U}{\partial x}\right|=\left|\iint_T \frac{2\beta(\xi-x)}{\beta(\xi-x)^2+\alpha(\eta-y)^2}V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta\right|<\Omega_1+\Omega_2+\Omega_3,$$

$$\Omega_1=\frac{1}{m}\iint_T \frac{2MN}{\left[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\right]^{\frac{1}{2}}\left[(\xi-\bar{x})^2+(\eta-\bar{y})^2\right]^{\frac{1}{2}}}d\xi\,d\eta,$$

$$\Omega_2=\frac{1}{m}\iint_T \frac{2MP\left|\log\left\{(\xi-\bar{x})^2+(\eta-\bar{y})^2\right\}\right|}{\left[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\right]^{\frac{1}{2}}}d\xi\,d\eta,$$

$$\Omega_3=\frac{1}{m}\iint_T \frac{2MQ}{\left[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\right]^{\frac{1}{2}}}d\xi\,d\eta.$$

Hieraus folgt

$$\left|\frac{\partial U}{\partial x}\right| < \frac{2MM'N}{m}\,|\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}| + \frac{2M}{m}\{NN'+PM_0+4\pi Q\varrho\} <$$

$$< \frac{2MM'N}{m}\,|\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}| + \frac{2M}{m}\left\{NN'+PM_0+\frac{Q}{2N}\right\}.$$

Der Einfachheit halber möge

$$\frac{2MM'N}{m} = P', \quad \frac{2M}{m}\left\{NN'+PM_0+\frac{Q}{2N}\right\} = Q',$$

gesetzt werden.

Man erhält alsdann die Ungleichheitsbedingung

$$\left|\frac{\partial U}{\partial x}\right| < P'\,|\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}| + Q', \tag{91.}$$

und ebenso

$$\left|\frac{\partial U}{\partial y}\right| < P'\,|\log\{(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2\}| + Q'. \tag{92.}$$

Die soeben gefundene, im Punkte $(\bar{x},\bar{y})$ logarithmisch unendlich werdende Lösung $\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)$ der Differentialgleichung (74.) hat nun die folgende Eigenschaft. Der Ausdruck

$$R = \frac{1}{b}\left(\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{G}(x,\bar{y};x,y)\right)^2 + \frac{1}{a}\left(\frac{\partial}{\partial y}\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)\right)^2$$

ist in allen Punkten einer gewissen Umgebung des Punktes $(\bar{x},\bar{y})$ von Null verschieden.

In der Tat, ist

$$R = \frac{4}{b(x-\bar{x})^2+a(y-\bar{y})^2} + \frac{1}{b}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{a}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 +$$

$$+4\left[\frac{(x-\bar{x})\frac{\partial U}{\partial x}}{b(x-\bar{x})^2+a(y-\bar{y})^2} + \frac{(y-\bar{y})\frac{\partial U}{\partial y}}{b(x-\bar{x})^2+a(y-\bar{y})^2}\right]$$

und

$$|R| \geq \frac{4}{b(x-\bar{x})^2+a(y-\bar{y})^2} - \frac{1}{b}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 - \frac{1}{a}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 -$$

$$-4\left|\frac{(x-x)\frac{\partial U}{\partial x}}{b(x-\bar{x})^2+a(y-\bar{y})^2} + \frac{(y-\bar{y})\frac{\partial U}{\partial y}}{b(x-\bar{x})^2+a(y-\bar{y})^2}\right|.$$

Es sei zur Abkürzung

$$(x-\bar{x})^2+(y-\bar{y})^2=r^2$$

gesetzt. Es ist dann

$$|R|>\frac{4}{Mr^2}-\frac{8}{mr}\left\{2P'|\log r|+Q'\right\}-\frac{2}{m}\left\{2P'|\log r|+Q'\right\}^2.$$

Es sei ϱ_0 eine beliebig kleine positive Zahl, c_1 derjenige Teil des Gebietes c, der alle Punkte enthält, deren Entfernung von der Randkurve S gleich oder größer ist als ϱ_0. Es sei $\varrho \leqq \varrho_0$.

Augenscheinlich kann man eine Zahl $\omega < \varrho_0$ so klein annehmen, daß für alle Werte der Entfernung r, welche der Ungleichheitsbedingung $r \leqq \omega$ genügen,

$$|R|>0$$

wird. Im Innern und auf dem Rande des Kreises vom Halbmesser ω um den Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ können somit die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y), \qquad \frac{\partial}{\partial y}\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)$$

nicht gleichzeitig verschwinden.

Die Halbmesser ϱ und ω hängen nur von den Größen M, A, m und ϱ_0 ab. Der Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ kann daher beliebig im Innern und auf dem Rande des Gebietes c_1 angenommen werden.

Es sei (x_0,y_0) irgendein Punkt des Gebietes c_1 und K_0 der Kreis um den Punkt (x_0,y_0) vom Halbmesser $\frac{1}{4}\omega$. Es sei $(\bar{x},\bar{y})$ irgendein Punkt im Innern des Gebietes c_1, dessen Entfernung von dem Punkte (x_0,y_0) den Wert $\frac{3}{4}\omega$ hat.

Die Lösung $u(x,y)=\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)$ und ihre partiellen Ableitungen der ersten und der zweiten Ordnung sind in allen Punkten des Kreises K_0 stetig. Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial u}{\partial x}$ und $\frac{\partial u}{\partial y}$ können in keinem Punkte des Gebietes K_0 gleichzeitig verschwinden.

Es sei (x',y') irgendein Punkt im Innern des Kreises K_0. Das Integral

$$(93.)\qquad v(x,y)=\int_{(x',y')}^{}-b(x,y)\frac{\partial}{\partial y}\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)\,dx+a(x,y)\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)\,dy=$$

$$=\int_{(x',y')}^{}-b\frac{\partial u}{\partial y}\,dx+a\frac{\partial u}{\partial x}\,dy$$

ist in dem Gebiete K_0 eine eindeutige, mit ihren partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung stetige Lösung der Differentialgleichung (74.), welche mit der Lösung $u(x, y)$ durch die Gleichungen

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -b\frac{\partial u}{\partial y}, \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = a\frac{\partial u}{\partial x} \tag{94.}$$

zusammenhängt.

Aus den in der Einleitung gegebenen Entwickelungen ergibt sich nunmehr der folgende Satz:

Durch Vermittelung der Funktion $u+vi$ wird ein gewisser einfach zusammenhängender Teil des gegebenen Flächenstückes, welcher den Punkt (x_0, y_0) in seinem Innern enthält, zusammenhängend und in den kleinsten Teilen ähnlich auf ein gewisses ebenes Gebiet abgebildet.

Zu den soeben durchgeführten Betrachtungen ist noch folgendes zu bemerken:

Es würde naheliegen,

$$e^{u(x,y)+iv(x,y)} = \bar{u}(x, y) + i\bar{v}(x, y)$$

zu setzen und die durch die Funktion $\bar{u}(x, y) + i\bar{v}(x, y)$ vermittelte konforme Abbildung zu betrachten. Die Funktionen $\bar{u}(x, y)$ und $\bar{v}(x, y)$ bilden, wie man sich leicht überzeugt, gleichfalls ein System der Lösungen der simultanen partiellen Differentialgleichungen (94.). Diese Lösungen sind noch in der Umgebung des Punktes $(\bar{x}, \bar{y})$ beschränkt. Man hätte hierbei indessen das Verhalten der partiellen Ableitungen $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ in der Umgebung des Punktes $(\bar{x}, \bar{y})$ zu untersuchen, was sich, wie es scheint, ohne langwierige Spezialbetrachtungen kaum würde durchführen lassen.

Kapitel III.

§ 1.

Es sei $f(x)$ eine in dem Intervalle $0 \leqq x \leqq 1$ erklärte reelle, stetige Funktion der Variablen x, die der Ungleichheitsbedingung

$$|f(x+h) - f(x)| < A_3 h$$

genügt. Hierin bezeichnet A_3 eine gewisse positive Zahlgröße.

Nach einem bekannten Satze des Hrn. Lebesgue[1] hat die Funktion $f(x)$ in dem Intervall $0 \leqq x \leqq 1$, außer höchstens in einer gewissen Menge von Punkten vom Maße Null, die beschränkte Ableitung $\frac{df(x)}{dx}$.

Es mögen jetzt die Wertsysteme (x, y) und $(x+h, y+h')$ Koordinaten zweier beliebigen Punkte im Innern oder auf dem Rande des Gebietes c bezeichnen. Es sei $F(x, y)$ eine reelle, stetige Funktion der Veränderlichen x und y, die der Ungleichheitsbedingung

$$|F(x+h, y+h') - F(x, y)| < A_4\{|h| + |h'|\} \tag{95.}$$

genügt. Hierin bezeichnet A_4 eine gewisse positive Größe.

Es mögen nunmehr die Wertepaare (x_1', y_1) und (x_1'', y_1) die Koordinaten der Schnittpunkte der Geraden $y = y_1$ mit der Randkurve des Gebietes c bezeichnen. (Der Einfachheit halber wird vorausgesetzt, daß die Randkurve des Gebietes c von jeder der X- oder der Y-Achse parallelen Geraden höchstens in zwei Punkten geschnitten wird.) Dem soeben erwähnten Satze von Hrn. Lebesgue zufolge ist in allen Punkten des Gebietes

$$y = y_1, \quad x_1' \leqq x \leqq x_1'',$$

außer höchstens in einer Menge von Punkten vom Längenmaße Null, die partielle Ableitung $\frac{\partial F(x, y)}{\partial x}$ vorhanden und erfüllt die Ungleichheitsbedingung

$$\left| \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} \right| < A_4.$$

Da diese Beziehung für jeden Wert y_1 der Variablen y gilt, vorausgesetzt, daß auf der Geraden $y = y_1$ überhaupt Punkte des Gebietes c liegen, so ist die partielle Ableitung $\frac{\partial F(x, y)}{\partial x}$ in allen Punkten des Gebietes c, außer höchstens in einer gewissen Menge von Punkten vom Flächenmaße Null, vorhanden und beschränkt.

Desgleichen ist die partielle Ableitung $\frac{\partial F(x, y)}{\partial y}$ überall im Gebiete c, außer höchstens in einer gewissen Punktmenge vom Flächenmaße Null, vorhanden und beschränkt. Es ist

$$\left| \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \right| < A_4.$$

[1] Vgl. H. Lebesgue, Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives, Paris, 1904, S. 121.

Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial F(x,y)}{\partial x}$ und $\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}$ sind entsprechend in den Gebieten, in denen sie existieren, im Lebesgueschen Sinne integrierbar. Da der Wert eines Lebesgueschen Integrals sich nicht ändert, wenn man die zu integrierende Funktion in irgendeiner Menge von Punkten vom Maße Null beliebig variiert, ja selbst unendlich große Werte annehmen läßt, so kann man den Funktionen $\frac{\partial F}{\partial x}$ und $\frac{\partial F}{\partial y}$ in den vorhin ausgeschlossenen Punktmengen mit Hrn. de la Vallée Poussin beliebige endliche oder unendlich große Werte beilegen.

Es möge vorübergehend irgend ein Teil des Gebietes c, insbesondere auch das Gebiet c selbst, mit c_0 bezeichnet werden. Hiernach sind die beiden im Lebesgueschen Sinne genommenen Doppelintegrale

$$\iint_{c_0} \frac{\partial F(x,y)}{\partial x}\,dx\,dy, \quad \iint_{c_0} \frac{\partial F(x,y)}{\partial y}\,dx\,dy$$

sicher vorhanden.

Nach einem Satze des Hrn. L. Tonelli kann man eine unendliche Folge von Polynomen $P_1(x,y)$, $P_2(x,y)$, $\cdots$ angeben, die folgende Eigenschaften haben.

Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial P_k(x,y)}{\partial x}$, $\frac{\partial P_k(x,y)}{\partial y}$ sind für alle Werte des Zeigers k in allen Punkten im Innern und auf dem Rande des Gebietes c dem absoluten Betrage nach kleiner als die Zahl A_4. In allen Punkten dieses Gebietes ist

$$\lim_{k=\infty} P_k(x,y) = F(x,y). \tag{96.}$$

In demselben Gebiete, höchstens mit Ausnahme einer gewissen Menge von Punkten vom Flächenmaße Null, ist schließlich

$$\lim_{k=\infty} \frac{\partial P_k(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x}, \quad \lim_{k=\infty} \frac{\partial P_k(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial y}^{1}. \tag{97.}$$

[1] Vgl. L. Tonelli, Sulla rappresentazione analitica delle funzioni di più variabili reali, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1910, S. 1—36.

Nach einem bekannten Satze des Hrn. Lebesgue[1] ist hiernach

$$\lim_{k=\infty} \iint_{c_0} P_k(x,y)\,dx\,dy = \iint_{c_0} F(x,y)\,dx\,dy, \tag{98.}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{k=\infty} \iint\limits_{c_0} \dfrac{\partial P_k(x,y)}{\partial x}\,dx\,dy = \iint\limits_{c_0} \dfrac{\partial F(x,y)}{\partial x}\,dx\,dy, \\ \lim\limits_{k=\infty} \iint\limits_{c_0} \dfrac{\partial P_k(x,y)}{\partial y}\,dx\,dy = \iint\limits_{c_0} \dfrac{\partial F(x,y)}{\partial y}\,dx\,dy. \end{cases} \tag{99.}$$

§ 2.

Nach diesen Vorbereitungen sollen jetzt die Betrachtungen der beiden vorhergehenden Kapitel weiter fortgeführt werden.

Es ist bis jetzt angenommen worden, daß die partiellen Ableitungen $\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y}, \frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial y}$ existieren und der Hölderschen Bedingung genügen. Diese Voraussetzungen werden jetzt fallen gelassen, und es wird nur angenommen, daß die Größen E und G die Ungleichheitsbedingungen

$$\left.\begin{matrix} |E(x+h,y+h')-E(x,y)| \\ |G(x+h,y+h')-G(x,y)| \end{matrix}\right\} < A_5\{|h|+|h'|\} \tag{100.}$$

erfüllen. Hierin bezeichnet A_5 eine bestimmte positive Größe. Die Funktionen a und $b = a^{-1}$ erfüllen augenscheinlich gewisse den Formeln (100.) analoge Relationen. Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial a}{\partial x}, \frac{\partial a}{\partial y}, \frac{\partial b}{\partial x}, \frac{\partial b}{\partial y}$ sind überall im Gebiete c, außer höchstens in einer Menge (q) von Punkten vom Flächenmaße Null, vorhanden und beschränkt. Im folgenden wird, da Verwechselung nicht zu befürchten ist, für das Wort »Flächenmaß« der kürzere Ausdruck »Maß« gebraucht. Die zu einer Punktmenge (p) im Gebiete c komplementäre Menge wird mit $c-p$ bezeichnet.

Es sei (x,y) irgendein Punkt des Gebietes $c-q$. Wie aus der Formel (80.) hervorgeht, ist die Funktion $L(x,y;\xi,\eta)$, als Funktion der Variablen (ξ,η) aufgefaßt, im Gebiete c, außer im Punkte $\xi = x, \eta = y$, stetig. In dem zuletzt genannten Punkte wird der Ausdruck $L(x,y;\xi,\eta)$ von der ersten Ordnung unendlich groß. Es sei jetzt zweitens (x,y) ein Punkt

[1] Vgl. H. Lebesgue, a. a. O. S. 114

der Menge (q). Die Funktionen $\frac{\partial a}{\partial x}, \frac{\partial b}{\partial y}$ sind für diese Punktmenge nicht erklärt; man erteile ihnen daselbst beliebige endliche Werte, etwa den Wert Null. Offenbar wird dann die Funktion $L(x, y; \xi, \eta)$ im Punkte $\xi = x, \eta = y$ wie vorhin von der ersten Ordnung unendlich groß.

Es sei jetzt (ξ, η) irgendein Punkt des Gebietes c. Als Funktion der Variablen (x, y) aufgefaßt, ist der Ausdruck $L(x, y; \xi, \eta)$ im Gebiete $c-q$, außer im Punkte $x = \xi, y = \eta$, beschränkt, stellt daselbst nach der Klassifikation des Hrn. Baire eine Funktion der ersten Klasse dar und ist somit im Lebesgueschen Sinne integrierbar.

Es sei nunmehr die lineare Integralgleichung

$$(101.) \qquad V(x,y) - \iint_T L(x,y;\xi,\eta)\, V(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta = f(x,y),$$

$$f(x,y) = -\frac{1}{4\pi} L\left[\log\left\{b(\bar{x},\bar{y})(x-\bar{x})^2 + a(\bar{x},\bar{y})(y-\bar{y})^2\right\}\right],$$

in der $(\bar{x}, \bar{y})$ irgendeinen in dem Gebiete c_1 gelegenen Punkt der Menge $c-q$ bezeichnet, vorgelegt. Das in der Gleichung (101.) auftretende Doppelintegral ist, wie alle in diesem Abschnitte vorkommenden Integrale, als Integral im Sinne des Hrn. Lebesgue aufzufassen. Der Bequemlichkeit halber wird hierbei stets von der von Hrn. de la Vallée Poussin angegebenen Verallgemeinerung des Lebesgueschen Integralbegriffes Gebrauch gemacht[1].

Es sei q_1 die Gesamtheit aller Punkte, welche dem Kreisgebiete T und der Punktmenge q zugleich angehören.

Die Funktion $V^{(0)}(x, y) = f(x, y)$ ist in der Punktmenge $T-q_1$ eine Funktion der ersten Klasse; sie ist somit sicher im Lebesgueschen Sinne integrierbar. Die Funktion

$$(102.) \qquad V^{(1)}(x,y) - V^{(0)}(x,y) = \iint_T L(x,y;\xi,\eta)\, V^{(0)}(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta$$

ist für alle Werte der Variablen (x, y) im Gebiete $T-q_1$, außer im Punkte $(\bar{x}, \bar{y})$, erklärt und stellt daselbst eine beschränkte, im Lebesgueschen Sinne integrierbare Funktion dar. Dies kann etwa aus gewissen vom Ver-

[1] Vgl. Ch. J. de la Vallée Poussin, Réduction des intégrales doubles de Lebesgue. Application à la définition des fonctions analytiques, Bull. de l'Acad. Roy. de Belgique, 1910, S. 768—798, insbesondere S. 771.

fasser angegebenen Sätzen über die Integration eines bestimmten Integrals in bezug auf einen Parameter gefolgert werden[1]. In der Umgebung des Punktes $(\bar{x}, \bar{y})$ wird die Funktion $V^{(1)}(x,y) - V^{(0)}(x,y)$ logarithmisch unendlich. Man sieht nunmehr leicht ein, daß für alle Werte der Variablen (x,y) im Gebiete $T-q_1$ die Funktionen $V^{(2)}(x,y) - V^{(1)}(x,y)$, $V^{(3)}(x,y) - V^{(2)}(x,y), \cdots$ beschränkt und im Lebesgueschen Sinne integrierbar sind. Man überzeugt sich ferner, daß in allen Punkten (x,y) der Menge $T-q_1$ die Beziehungen (84.), (85.) und (86.) ihre Gültigkeit behalten. Die in der Punktmenge $T-q_1$ erklärte unendliche Reihe (86.)$^{\text{bis}}$ konvergiert auch jetzt noch unbedingt und im gleichen Grade. Die durch die Formel (87.) in dem Gebiete $T-q_1$ erklärte Funktion $V(x,y)$ ist daselbst, außer im Punkte $(\bar{x}, \bar{y})$, beschränkt und im Lebesgueschen Sinne integrierbar. Im Punkte $(\bar{x}, \bar{y})$ wird die Funktion $V(x,y)$ von der ersten Ordnung unendlich groß.

Das Integral

$$(103.) \qquad U(x,y) = \iint_T \log\left\{\beta(\xi-x)^2 + \alpha(\eta-y)^2\right\} \cdot V(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta$$

ist in allen Punkten (x,y) des Gebietes T stetig und hat überall, den Punkt $(\bar{x}, \bar{y})$ ausgenommen, stetige partielle Ableitungen erster Ordnung.

Es sei, wie früher, (x_0, y_0) ein Punkt des Gebietes c_1, dessen Entfernung von dem Punkte $(\bar{x}, \bar{y})$ den Wert $\frac{3}{4}\omega$ hat, und K_0 der Kreis vom Halbmesser $\frac{1}{4}\omega$ um den Punkt (x_0, y_0). Es sei schließlich wieder

$$(104.) \qquad \mathfrak{G}(\bar{x}, \bar{y}; x, y) = u(x,y) = \log\left\{\bar{b}(x-\bar{x})^2 + \bar{a}(y-\bar{y})^2\right\} + U(x,y).$$

In allen Punkten der Kreisfläche K_0 sind die partiellen Ableitungen $\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}$ und $\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}$ stetig und der Ausdruck $\left(\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}\right)^2$ ist von Null verschieden.

Die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung $\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2}$ und $\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2}$ sind im allgemeinen nicht endlich oder nicht vorhanden und demgemäß kann die Funktion $u(x,y) = \mathfrak{G}(\bar{x}, \bar{y}; x, y)$ nicht mehr als eine Lösung der partiellen Differentialgleichung (74.) angesehen werden. Nichtsdestoweniger gibt es, wie gleich gezeigt werden wird, in allen Punkten des

[1] Vgl. die Arbeit: Über die zweimalige Integration von Funktionen zweier reeller Veränderlichen, Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft, 1911, S. 55—69.

Gebietes K_0 eine eindeutige, mit ihren partiellen Ableitungen erster Ordnung stetige Funktion $v(x, y)$, für welche die Gleichungen bestehen

$$\frac{\partial v}{\partial y} = a\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad \frac{\partial v}{\partial x} = -b\frac{\partial u}{\partial y}. \tag{105.}$$

Diese Behauptung kann man auch, wie folgt, ausdrücken:
Das Integral

$$\int -b\frac{\partial u}{\partial y}dx + a\frac{\partial u}{\partial x}dy, \tag{106.}$$

erstreckt über eine beliebige geschlossene, mit allen ihren Punkten dem Gebiete K_0 angehörende rektifizierbare Kurve, hat den Wert Null.

Beweis.

Es sei dem zu Anfang dieses Kapitels genannten Satze des Hrn. Tonelli gemäß $a_1(x, y), a_2(x, y), \cdots$ eine unendliche Folge von Polynomen, die folgende Eigenschaften haben:

Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial a_k(x, y)}{\partial x}$, $\frac{\partial a_k(x, y)}{\partial y}$ sind in allen Punkten im Innern und auf dem Rande des Gebietes c dem absoluten Betrage nach kleiner, als eine gewisse positive Größe A_6. In allen Punkten des Gebietes c ist

$$\lim_{k=\infty} a_k(x, y) = a(x, y). \tag{107.}$$

In demselben Gebiete, höchstens mit Ausnahme einer Menge q_2 von Punkten vom Maße Null, ist

$$\lim_{k=\infty} \frac{\partial a_k(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial a(x, y)}{\partial x}, \quad \lim_{k=\infty} \frac{\partial a_k(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial a(x, y)}{\partial y}. \tag{108.}$$

Setzt man $\frac{1}{a_k(x, y)} = b_k(x, y)$, so erhält man die weiteren Relationen

$$\lim_{k=\infty} b_k(x, y) = b(x, y), \ \lim_{k=\infty} \frac{\partial b_k(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial b(x, y)}{\partial x}, \ \lim_{k=\infty} \frac{\partial b_k(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial b(x, y)}{\partial y}. \tag{109.}$$

Es sei $V_k(x, y)$ die Lösung der linearen Integralgleichung

$$V_k(x, y) - \iint_T L_k(x, y; \xi, \eta)\, V_k(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = f_k(x, y), \tag{110.}$$

$$f_k(x, y) = -\frac{1}{4\pi} L_k\left[\log\left\{\bar{b}_k(x-\bar{x})^2 + \bar{a}_k(y-\bar{y})^2\right\}\right].$$

Hierin bezeichnen $L_k(x,y;\xi,\eta)$, $L_k(w), f_k(x,y)$ die Ausdrücke, die aus den Ausdrücken $L(x,y;\xi,\eta)$, $L(w), f(x,y)$ entstehen, wenn man in diesen die Funktionen $a, b, \bar{a}, \bar{b}, \alpha, \beta, \frac{\partial a}{\partial x}, \frac{\partial b}{\partial y}$ entsprechend durch die Funktionen $a_k(x,y) = a_k$, b_k, $a_k(\bar{x},\bar{y}) = \bar{a}_k$, $b_k(\bar{x},\bar{y}) = \bar{b}_k$, $a_k(\xi,\eta) = \alpha_k$, β_k, $\frac{\partial a_k}{\partial x}$ und $\frac{\partial b_k}{\partial y}$ ersetzt. Aus den Entwicklungen des zweiten Kapitels folgt, daß man eine Größe ϱ^* so klein wählen kann, daß für alle Werte der Größe $\varrho \leqq \varrho^*$ die Integralgleichung (110.) für jeden Wert des Zeigers k gewiß eine Lösung hat. (Es sei daran erinnert, daß die Größe ϱ den Halbmesser des Kreises T' um den Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ bezeichnet. In den Entwicklungen des zweiten Kapitels tritt bei diesen Betrachtungen an Stelle der Größe A die Größe A_6 ein, an Stelle der Zahlen M, m, N treten gewisse positive Werte M^*, m^*, N^* ein.)

Diese Lösung kann, wie an jener Stelle auseinandergesetzt worden ist, nach dem Verfahren der sukzessiven Approximationen ermittelt werden. Man erhält

$$(111.)\quad V_k(x,y) = V_k^{(0)}(x,y) + (V_k^{(1)}(x,y) - V_k^{(0)}(x,y)) + (V_k^{(2)}(x,y) - V_k^{(1)}(x,y)) + \cdots$$

Es sollen jetzt diese unendliche Reihe und die unendliche Reihe

$$(112.)\quad V(x,y) = V^{(0)}(x,y) + (V^{(1)}(x,y) - V^{(0)}(x,y)) + (V^{(2)}(x,y) - V^{(1)}(x,y)) + \cdots$$

einer vergleichenden Betrachtung unterzogen werden.

In allen Punkten der Menge $T - q_2$, außer im Punkte $(\bar{x},\bar{y})$, ist offenbar

$$(113.)\qquad \lim_{k=\infty} V_k^{(0)}(x,y) = V^{(0)}(x,y).$$

Es sei (x,y) irgendein Punkt der Menge $T - q_2$. In allen Punkten (ξ,η) des Gebietes T, außer wenn $\xi = x$, $\eta = y$, ist

$$(114.)\qquad \lim_{k=\infty} L_k(x,y;\xi,\eta) = L(x,y;\xi,\eta).$$

Daher ist in allen Punkten des Gebietes $T - q_2$, den Punkt $(\bar{x},\bar{y})$ ausgenommen,

$$(115.)\qquad \lim_{k=\infty} (V_k^{(1)}(x,y) - V_k^{(0)}(x,y)) = V^{(1)}(x,y) - V^{(0)}(x,y).$$

In ähnlicher Weise überzeugt man sich, daß in allen Punkten der Menge $T - q_2$

$$(116.)\quad \lim_{k=\infty} (V_k^{(i+1)}(x,y) - V_k^{(i)}(x,y)) = V^{(i+1)}(x,y) - V^{(i)}(x,y), \qquad (i = 1,2,\cdots).$$

Da nun die unendlichen Reihen

$$(117.)\quad \left(V_k^{(2)}(x,y)-V_k^{(1)}(x,y)\right)+\left(V_k^{(3)}(x,y)-V_k^{(2)}(x,y)\right)+\cdots, \qquad (k=1,2,\cdots)$$

und

$$(118.)\quad \left(V^{(2)}(x,y)-V^{(1)}(x,y)\right)+\left(V^{(3)}(x,y)-V^{(2)}(x,y)\right)+\cdots$$

im Gebiete $T-q_2$ in gleichem Grade konvergieren, so ist daselbst, außer wenn $x=\bar{x}$, $y=\bar{y}$,

$$(119.)\qquad \lim_{k=\infty} V_k(x,y)=V(x,y).^1$$

Es sei

$$(120.)\quad U_k(x,y)=\iint_T \log\left\{\beta_k(\xi-x)^2+\alpha_k(\eta-y)^2\right\}\cdot V_k(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta.$$

Nach bekannten Sätzen ist überall im Gebiete T

$$(121.)\qquad \lim_{k=\infty} U_k(x,y)=U(x,y).$$

Ferner ist in allen Punkten dieses Gebietes, außer im Punkte $(\bar{x},\bar{y})$,

$$(122.)\qquad \begin{cases} \lim\limits_{k=\infty}\dfrac{\partial U_k(x,y)}{\partial x}=\dfrac{\partial U(x,y)}{\partial x}, \\ \lim\limits_{k=\infty}\dfrac{\partial U_k(x,y)}{\partial y}=\dfrac{\partial U(x,y)}{\partial y}. \end{cases}$$

Es sei jetzt

$$(123.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{G}_k(\bar{x},\bar{y};x,y)=&\log\left\{\bar{b}_k(x-\bar{x})^2+\bar{a}_k(y-\bar{y})^2\right\}+\\ &+\iint_T \log\left\{\beta_k(\xi-x)^2+\alpha_k(\eta-y)^2\right\}\cdot V_k(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \end{aligned}$$

diejenige Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$(124.)\qquad a_k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b_k\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial a_k}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial b_k}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y}=0,$$

die der im II. Kapitel eingeführten Funktion $\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)$ analog ist.

Die Funktion $\mathfrak{G}_k(\bar{x},\bar{y};x,y)$ ist in allen Punkten des Gebietes K_0 mit ihren partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung stetig. Das Integral

$$(125.)\qquad \int_{\bar{s}} -b_k(x,y)\frac{\partial}{\partial y}\mathfrak{G}_k(\bar{x},y;x,y)\,dx+a_k(x,y)\frac{\partial}{\partial x}\mathfrak{G}_k(\bar{x},\ \ ;x,y)\,dy,$$

---

[1] Die Glieder der Reihen (117.) und (118.) sind dem absoluten Betrage nach entsprechend kleiner als die Glieder einer gewissen konvergenten numerischen Reihe.

erstreckt über irgendeine geschlossene, mit allen ihren Punkten dem Gebiete K_0 angehörende rektifizierbare Kurve $\bar{S}$, hat den Wert Null. Denn die Integrabilitätsbedingung

$$(126.)\quad \frac{\partial}{\partial y}\left(b_k(x,y)\,\frac{\partial}{\partial y}\,\mathfrak{G}_k(\bar{x},\bar{y};x,y)\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_k(x,y)\,\frac{\partial}{\partial x}\,\mathfrak{G}_k(\bar{x},\bar{y};x,y)\right)=0$$

ist offenbar erfüllt.

Beachtet man die Beziehungen (104.), (109.), (120.), (122.) und (123.), so erhält man nunmehr die Gleichung

$$(127.)\quad \int_{\bar{S}} -b(x,y)\,\frac{\partial}{\partial y}\,\mathfrak{G}(\bar{x},\bar{y};x,y)\,dx+a(x,y)\,\frac{\partial}{\partial x}\,\mathfrak{G}(\bar{x},y;x,y)\,dy=0\,.$$

Hiermit ist aber auch gleichzeitig bewiesen, daß jedes hinreichend kleine, im wesentlichen stetig gekrümmte, von Singularitäten freie Flächenstück zusammenhängend und in den kleinsten Teilen ähnlich auf einen Teil einer Ebene abgebildet werden kann.

§ 3.

Um die stellenweise etwas umständlichen Berechnungen übersichtlicher zu gestalten, ist bei allen bisherigen Betrachtungen vorausgesetzt worden, daß die Größe F gleich 0 ist, d. h. daß die Kurvenscharen auf der Fläche, welche entsprechend durch die Beziehung $x=$ konst. und die Beziehung $y=$ konst. charakterisiert sind, zwei orthogonale Kurvenscharen darstellen.

Der allgemeine Fall erledigt sich in ganz ähnlicher Weise. In den folgenden Zeilen soll auf die wichtigsten hierbei eintretenden Modifikationen kurz hingewiesen werden.

Es seien $a(x,y)$, $b(x,y)$ und $d(x,y)$ reelle eindeutige Funktionen, welche stetige partielle Ableitungen erster Ordnung haben und der Beziehung $a(x,y)\,b(x,y)-d^2(x,y)>0$ genügen. Es sei $V(x,y)$ wie im § 1 des I. Kapitels eine stetige, der Hölderschen Bedingung genügende Funktion, (x,y) ein Punkt im Innern des Gebietes T. Der Einfachheit halber sei $a(\xi,\eta)=\alpha$, $b(\xi,\eta)=\beta$, $d(\xi,\eta)=\delta$, $a(\bar{x},\bar{y})=\bar{a}$, $b(\bar{x},\bar{y})=\bar{b}$, $d(\bar{x},\bar{y})=\bar{d}$ gesetzt. Das Integral

$$J'(x,y)=\iint_T \log\left\{\beta(\xi-x)^2-2\delta(\xi-x)(\eta-y)+\alpha(\eta-y)^2\right\}\cdot V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

hat stetige partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung. Es ist ferner

$$a\frac{\partial^2 J'}{\partial x^2}+2d\frac{\partial^2 J'}{\partial x\,\partial y}+b\frac{\partial^2 J'}{\partial y^2}=4\pi\sqrt{ab-d^2}\,V(x,y)+\iint\limits_T K'(x,y;\xi,\eta)\,V(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta,$$

$$K'(x,y;\xi,\eta)=\left(a\frac{\partial^2}{\partial x^2}+2d\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}+b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\log\left\{\beta(\xi-x)^2-2\delta(\xi-x)(\eta\quad y)+\alpha(\eta-y)^2\right\}.$$

Dieser Hilfssatz stellt eine Verallgemeinerung des zu Anfang des I. Kapitels bewiesenen Hilfssatzes dar.

Für den im § 6 des I. Kapitels bewiesenen Satz tritt jetzt der folgende allgemeinere Satz ein.

Es sei $W(\xi,\eta)$ eine beliebige reelle eindeutige und stetige Funktion ihrer beiden Argumente. Die Integrale

$$K'(x,y)=\iint\limits_T\frac{\partial}{\partial x}\log\left\{\beta(\xi-x)^2-2\delta(\xi-x)(\eta-y)+\alpha(\eta-y)^2\right\}\cdot W(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

und

$$L'(x,y)=\iint\limits_T K'(x,y;\xi,\eta)\,W(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta$$

genügen der Hölderschen Bedingung.

Die partielle Differentialgleichung (73.) ist jetzt durch die allgemeinere partielle Differentialgleichung

$$(73^*.)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{F\frac{\partial u}{\partial y}-G\frac{\partial u}{\partial x}}{\sqrt{EG-F^2}}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{F\frac{\partial u}{\partial x}-E\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{EG-F^2}}\right)=0$$

zu ersetzen. Setzt man zur Vereinfachung

$$\frac{G}{\sqrt{EG-F^2}}=a,\quad \frac{E}{\sqrt{EG-F^2}}=b,\quad -\frac{F}{\sqrt{EG-F^2}}=d,$$

so erhält man die partielle Differentialgleichung

$$(74^*.)\quad L'(u)\equiv a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2d\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}+b\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial a}{\partial x}+\frac{\partial d}{\partial y}\right)+\frac{\partial u}{\partial y}\left(\frac{\partial b}{\partial y}+\frac{\partial d}{\partial x}\right)=0.$$

Hierbei ist

$$ab-d^2=1.$$

Wie im II. Kapitel wird jetzt zunächst die zusätzliche Annahme gemacht, daß die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial a}{\partial x},\ \frac{\partial a}{\partial y},\ \frac{\partial d}{\partial x},\ \frac{\partial d}{\partial y},\ \frac{\partial b}{\partial x},\ \frac{\partial b}{\partial y}$$

der Hölderschen Bedingung genügen. Es wird alsdann

$$(76^*.)\quad \begin{aligned} u'(x,y) \equiv \mathfrak{G}'(\bar{x},\bar{y};x,y) &= \log\left\{b(\bar{x},\bar{y})(x-\bar{x})^2 - 2d(\bar{x},\bar{y})(x-\bar{x})(y-\bar{y}) + a(\bar{x},\bar{y})(y-\bar{y})^2\right\} + \\ &+ \iint_T \log\left\{b(\xi,\eta)(\xi-x)^2 - 2d(\xi,\eta)(\xi-x)(\eta-y) + a(\xi,\eta)(\eta-y)^2\right\}\cdot V'(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \end{aligned}$$

gesetzt. Zur Bestimmung der Funktion $V'(x,y)$ ergibt sich die lineare Integralgleichung

$$(79^*.)\quad \begin{aligned} &4\pi V'(x,y) + \iint_T L'\left[\log\left\{\beta(\xi-x)^2 - 2\delta(\xi-x)(\eta-y) + \alpha(\eta-y)^2\right\}\right] V'(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \\ &\qquad = -L'\left[\log\left\{\bar{b}(x-\bar{x})^2 - 2\bar{d}(x-\bar{x})(y-\bar{y}) + a(y-y)^2\right\}\right] = 4\pi f'(x,y). \end{aligned}$$

In seiner auf der Seite 7 zitierten Abhandlung beschäftigt sich Hr. E. E. Levi mit der Bestimmung einer Grundlösung der linearen partiellen Differentialgleichung $2p$ ter Ordnung des total elliptischen Typus. Sein Verfahren ist dem im obigen auseinandergesetzten sehr ähnlich. In dem speziellen Falle der Differentialgleichung (74*.) läßt sich der Ansatz des Hrn. E. E. Levi durch die Gleichung

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}''(\bar{x},\bar{y};x,y) = &-\frac{a}{[ab-d^2]^{\frac{1}{2}}}\log\left\{\frac{b}{a}(x-\bar{x})^2 - \frac{2d}{a}(x-\bar{x})(y-\bar{y}) + (y-\bar{y})^2\right\} - \\ &-\iint_T \frac{a}{[ab-d^2]^{\frac{1}{2}}}\log\left\{\frac{b}{a}(x-\xi)^2 - \frac{2d}{a}(x-\xi)(y-\eta) + (y-\eta)^2\right\}\cdot V''(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta \end{aligned}$$

wiedergeben. Bei der Durchführung der Rechnung ergibt sich hierbei die Notwendigkeit, die Existenz der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung der Größen a, b und d anzunehmen. Von diesen partiellen Ableitungen muß überdies vorausgesetzt werden, daß sie der Hölderschen Bedingung oder einer allgemeineren Bedingung des Hrn. Dini genügen.

Hr. Hilbert geht bei der Bildung der »Parametrix« von einem Ausdrucke aus, der im wesentlichen die Form

$$\log\left\{\beta(x-\xi)^2 - 2\delta(x-\xi)(y-\eta) + \alpha(y-\eta)^2\right\} + \log\left\{b(x-\xi)^2 - 2d(x-\xi)(y-\eta) + a(y-\eta)^2\right\}$$

hat (vgl. D. Hilbert, Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen, sechste Mitteilung, S. 15, sowie den Bericht über einen von Hrn. Hilbert in der Mathematischen Gesellschaft zu Göttingen gehaltenen Vortrag, Jahresberichte d. D. Math. Ver., Bd. 16 [1907], S. 77—78).

Der soeben betrachtete logarithmische Ausdruck stellt, wenn die Größen a, b und d Konstanten sind, eine Lösung der partiellen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

$$a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2d\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}+b\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

dar (vgl. Somigliana, Sui sistemi simmetrici di equazioni a derivate parziali, Annali di Matematica pura ed applicata, serie II, t. XXII [1894], S. 143—156).

Für die Funktion (93.) tritt im allgemeineren Falle die Funktion

$$(93^*.)\quad v'(x,y)=\int_{(x',y')}-\left(d(x,y)\frac{\partial\mathfrak{G}'}{\partial x}+b(x,y)\frac{\partial\mathfrak{G}'}{\partial y}\right)dx+\left(a(x,y)\frac{\partial\mathfrak{G}'}{\partial x}+d(x,y)\frac{\partial\mathfrak{G}'}{\partial y}\right)dy$$

ein. Die Differentialgleichungen (94.) sind durch die Differentialgleichungen

$$(94^*.)\qquad \begin{aligned}\frac{\partial v'}{\partial x}&=-d\frac{\partial u'}{\partial x}-b\frac{\partial u'}{\partial y},\\ \frac{\partial v'}{\partial y}&=a\frac{\partial u'}{\partial x}+d\frac{\partial u'}{\partial y}\end{aligned}$$

zu ersetzen.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01298 8994